tendit ad æquum
Ad Bibliothecam
Academiæ Scientiarum
Electoralis Boicæ Monachii

<36628332780010

<36628332780010

Bayer. Staatsbibliothek

Math. Un. 86

Matheſis. Syſtemata & methodi;
130.

R

Lehrbegriff
der geſamten
Mathematik.

Aufgeſetzt
von
Wenceſl. Joh. Guſtav Karſten,

Der Phil. Doctor, Hofrath und Profeſſor der Mathematik und Naturlehre auf der Univerſität in Halle, der Churfl. Akademie der Wiſſenſch. in München, der Holländiſchen Geſellſchaft der Wiſſenſch. in Harlem, und der Königl. Däniſchen Geſellſchaft in Copenhagen, auch der öconomiſchen Geſellſchaft in Leipzig Mitgliede.

Der erſte Theil.
Der zweyten Auflage
Dritter Band.

Die Optiſchen Wiſſenſchaften.

Greifswald,
gedruckt und verlegt von Anton Ferdinand Röſe. 1780.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Bey dem Wunſch, Liebhabern der Mathematiſchen Wiſſenſchaften möglichſt nützlich zu werden, habe ich mich ſchon mehrmahls, eben ſo wie dieſesmahl bey Ausarbeitung des gegenwärtigen Bandes meines mathematiſchen Lehrbegriffes, in Verlegenheit befunden, wenn die Schönheit und Nutzbarkeit der abzuhandelnden Lehren nicht ſoviele Kürze zuließ, als ich wegen andrer Gründe mir muſte empfohlen ſeyn laſſen. Wenn ich indeſſen in einem mäßigen Octavbande hiemit

einen zwar nicht ganz vollſtändigen, aber doch der Vollſtändigkeit möglichſt nahe gebrachten Lehrbegriff der optiſchen Wiſſenſchaften lieſere; ſo darf ich hoffen, auch hiedurch zur weitern Ausbreitung nützlicher Kenntniſſe einen geringen Beytrag geleiſtet zu haben. Die erſte Hälfte dieſes für angehende Mathematiker beſtimmten Bandes enthält einen von neuem durchgedachten Auszug aus dem ſiebenten und achten Theil meines Lehrbegriffes der geſammten Mathematik, und dabey habe ich es gewagt, in der letztern Hälfte deſſelben die neuere Dioptrik, die Theorie von der vortheilhafteſten Einrichtung der optiſchen Werkzeuge, vorzutragen. Nach meinem jetzigen Plan, welchen ich in der Vorrede zum erſten Bande der zweyten Auflage des erſten Theils ange-

angezeiget habe, hätte dieſer dritte Band einen kurzen Lehrbegriff der optiſchen und aſtronomiſchen Wiſſenſchaften enthalten ſollen: allein ich fand bey der Ausführung, daß ich vieles hätte zu ſehr ins Kurze ziehen, oder daß dieſer dritte Band um ein anſehnliches ſtärker, als die vorigen beyden Bände hätte ausfallen müſſen, wenn ich mich diesmahl nicht auf die optiſchen Wiſſenſchaften allein eingeſchränkt hätte. Ich werde alſo noch in einem vierten Bande die aſtronomiſchen Wiſſenſchaften nachfolgen laſſen, um in dieſen vier Bänden einen kurzen und dabey doch möglichſt vollſtändigen Lehrbegriff der reinen und angewandten Mathematik zu liefern. Eben dieſe vier Bände werden alsdenn ein beſondres Werk für ſich ausmachen, weil der Herr Verleger

die Einrichtung getroffen hat, daß ſie unter dem beſondern Titel: **Anfangsgründe der Mathematiſchen Wiſſenſchaften** in den Buchläden zu haben ſind. Und zu dieſem Endzweck ſind hier die beſonders dazu abgedruckte Titel der drey erſten Bände beygefügt worden. Es giebt Liebhaber der Mathematik, für die das gröſſere unter dem Titel **des Lehrbegriffes der geſammten Mathematik** bisher herausgegebene Werk zu umſtändlich, vielleicht auch zu koſtbar iſt: dieſen dürfte wohl mit einer ſolchen Abtheilung beyder Werke gedient ſeyn, die auch ſonſt in andrer Abſicht ihre Bequemlichkeit hat.

Was den Inhalt dieſes dritten Bandes insbeſondre betrift, ſo will ich das hier nicht wiederhohlen, was Herr **Klügel** in der

orrede zu ſeiner **Analytiſchen Dioptrik**
n den Verdienſten der jetzigen Mathematik-
ſtändigen, und beſonders des ältern Herrn
ılers, um die Theorie von der vortheil-
teſten Einrichtung der optiſchen Werkzeu-
umſtändlich erzählt hat: nur dieſes will
noch hinzu ſetzen, daß Hr. **Klügel** ſelbſt
Wiſſenſchaft durch Verkürzung der Eule-
en Rechnungen einen ſehr weſentlichen
nſt geleiſtet habe. Herrn **Eulers** und
n **Klügels** Arbeiten habe ich hier ſo
als möglich war, zu nutzen geſucht.
Herrn **Klügels** ſehr wohl gegründeten
habe ich zwar die vom Herrn **Euler**
ommenen Bezeichnungen bey den
tgröſſen beybehalten, jedoch wird man
, daß ich die Auflöſungen der Haupt-

die Einrichtung getroffen hat, daß ſie unter dem beſondern Titel: **Anfangsgründe der Mathematiſchen Wiſſenſchaften** in den Buchläden zu haben ſind. Und zu dieſem Endzweck ſind hier die beſonders dazu abgedruckte Titel der drey erſten Bände beygefügt worden. Es giebt Liebhaber der Mathematik, für die das gröſſere unter dem Titel **des Lehrbegriffes der geſammten Mathematik** bisher herausgegebene Werk zu umſtändlich, vielleicht auch zu koſtbar iſt: dieſen dürfte wohl mit einer ſolchen Abtheilung beyder Werke gedient ſeyn, die auch ſonſt in andrer Abſicht ihre Bequemlichkeit hat.

Was den Inhalt dieſes dritten Bandes insbeſondre betrift, ſo will ich das hier nicht wiederhohlen, was Herr **Klügel** in der

 Vor=

Vorrede zu ſeiner **Analytiſchen Dioptrik** von den Verdienſten der jetzigen Mathematikverſtändigen, und beſonders des ältern Herrn **Eulers**, um die Theorie von der vortheilhafteſten Einrichtung der optiſchen Werkzeuge, umſtändlich erzählt hat: nur dieſes will ich noch hinzu ſetzen, daß Hr. **Klügel** ſelbſt der Wiſſenſchaft durch Verkürzung der Euleriſchen Rechnungen einen ſehr weſentlichen Dienſt geleiſtet habe. Herrn **Eulers** und Herrn **Klügels** Arbeiten habe ich hier ſo gut, als möglich war, zu nutzen geſucht. Nach Herrn **Klügels** ſehr wohl gegründeten Rath habe ich zwar die vom Herrn **Euler** angenommenen Bezeichnungen bey den Hauptgröſſen beybehalten, jedoch wird man finden, daß ich die Aufloͤſungen der Haupt-

aufgaben in ihrer ganzen Allgemeinheit geſucht habe, wenn ich gleich bey den beſondern Anwendungen mit Herrn **Klügel** wieder zuſammen treffe. An die bisher noch immer gewöhnlich geweſene ſehr unbequeme Abſonderung der Katoptrik als einer beſondern optiſchen Wiſſenſchaft von der Dioptrik habe ich mich übrigens nicht weiter gebunden, weil alles, was dahin gehört, weit beſſer ſowohl unter ſich, als auch mit dem photometriſchen in einen richtigen Zuſammenhang gebracht werden kann, wenn es als eine einzige Wiſſenſchaft behandelt wird.

Halle im Februar des Jahrs 1780.

Inhalt.

Die Optik,

oder

die mathematiſche Theorie von den Erſcheinungen der Gröſſe, der Geſtalt und Bewegung der Körper, in wiefern ſie durchs Geſicht empfunden werden.

Der I. Abſchnitt. Vorläufige Betrachtung einiger Eigenſchaften des Lichts.

Der II. Abſchnitt. Vom Sehewinkel, und einigen davon abhängenden Erſcheinungen.

Der III. Abſchnitt. Von der ſcheinbaren Geſtalt entfernter Gegenſtände.

Der IV. Abſchnitt. Von der ſcheinbaren Lage, der Parallaxe, auch von der ſcheinbaren Bewegung.

Der V. Abſchnitt. Die Gründe der Theorie von der Abirrung des Lichts.

Der VI. Abſchnitt. Vom Schatten und Halbſchatten, beſonders in ſolchen Fällen, wenn die Erleuchtung vom Sonnenlicht kommt.

Die

Die erſten Gründe der Perſpectiv.

Der I. Abſchnitt. Von den allgemeinen Gründen der Kunſt, perſpectiviſche Zeichnungen zu entwerfen.

Der II. Abſchnitt. Die perſpectiviſche Zeichnung ſolcher Figuren, die in einer auf der Tafel ſenkrechten Ebene liegen.

Der III. Abſchnitt. Die Gründe der perſpectiviſchen Zeichnung ſolcher Figuren, die in einer gegen die Tafel geneigten Ebene liegen.

Der IV. Abſchnitt. Die Zeichnung der perſpectiviſchen Höhen auf einer gegen die Tafel geneigten Ebene.

Der V. Abſchnitt. Die allgemeine Theorie der perſpectiviſchen Scenographie.

Der VI. Abſchnitt. Die allgemeine Theorie der Sciagraphie.

Der VII. Abſchnitt. Theorie der orthographiſchen Projection ſolcher ebenen Figuren, welche die Tafel ſenkrecht ſchneiden.

Der VIII. Abſchnitt. Die orthographiſche Projection ſolcher Figuren, deren Ebene die Tafel ſchief ſchneidet.

Die Photometrie
mit ihren Anwendungen in der Katoptrik und Dioptrik.

Der I. Abſchnitt. Die erſten Grundlehren der Theorie von Ausmeſſung der Stärke des Lichts.

Der II. Abſchnitt. Von den Geſetzen der Zurückwerfung des Lichts von ebenen Spiegelflächen, als den Gründen der Katoptrik.

Der III. Abſchnitt. Die Geſetze der Zurückwerfung des Lichts von krummen, und vornemlich ſphäriſchen Spiegeln.

Der IV. Abſchnitt. Kurze Erläuterung der Erſcheinungen im coniſchen und cylindriſchen Spiegel.

Der V. Abſchnitt. Von den Geſetzen der Brechung des Lichts in ebenen Flächen, als den Gründen der Dioptrik.

Der VI. Abſchnitt. Die Strahlenbrechung, wenn das Licht durch ein Priſma fällt.

Der VII. Abſchnitt. Die Brechung des gleichartigen Lichts in einer Kugelfläche.

Der VIII. Abſchnitt. Die Brechung des gleichartigen Lichts in linſenförmigen Gläſern.

Der IX. Abſchnitt. Vom Bau des Auges, und der Erſcheinungen der Gröſſe und des Glanzes beym deutlichen Sehen.

Der

Der X. Abſchnitt. Vom entlehnten Glanz unpolirter anderswoher erleuchteter Flächen.

Der XI. Abſchnitt. Vom undeutlichen Bilde der Glaslinſen und Hohlſpiegel, mit einigen Anwendungen dieſer Lehren.

Der XII. Abſchnitt. Die Geſetze der Schwächung des Lichts in durchſichtigen Maſſen mit einigen Anwendungen beſonders auf die Atmoſphäre.

Der XIII. Abſchnitt. Die allgemeinen Gründe der Theorie von den Fernröhren und Microſcopen.

Der XIV. Abſchnitt. Die Zerſtreuung der in Glaslinſen gebrochenen Strahlen wegen ihrer ungleichen Brechbarkeit.

Der XV. Abſchnitt. Die von der Kugelgeſtalt herrührende Abweichung der in Glaslinſen gebrochenen Lichtſtrahlen.

Der XVI. Abſchnitt. Die allgemeinen Gründe der Theorie von den Spiegel-Teleſcopen.

Der XVII. Abſchnitt. Die Theorie der aus verſchiedenen Glasarten zuſammen geſetzten Objectivgläſer.

Der XVIII. Abſchnitt. Vollſtändigere Theorie vollkommener und beſonders der achromatiſchen Fernröhre.

Der XIX. Abſchnitt. Nähere Anleitung zur Berechnung der Spiegel-Teleſcope.

Der XX. Abſchnitt. Vollſtändigere Theorie der Microſcope.

Die

Die Optik,

oder

die mathematiſche Theorie von den Erſcheinungen der Gröſſe, der Geſtalt und Bewegung der Körper, in wiefern ſie durchs Geſicht empfunden werden.

Der I. Abſchnitt.

Vorläufige Betrachtung einiger Eigenſchaften des Lichts.

1. §.

Es iſt um uns herum helle, wenn wir die um und neben uns befindlichen Dinge durchs Geſicht erkennen können, widrigenfalls iſt es finſter. Wenn wir ſonſt etwas durch die Sinne empfinden, ſo iſt ſolches mit einer unmittelbaren Würkung entweder der empfundenen Sache ſelbſt, oder gewiſſer Ausflüſſe von ihr, in unſre Sinnglieder verbunden: wir riechen die Ausdünſtungen der Blumen, die unſre Naſe anfüllen; wir ſchmecken was unſre Zunge,

 und

und fühlen, was auch andre Theile unſers Köpers unmittelbar berührt. Was wir ſehen, berührt nicht unmittelbar unſer Auge, ſo wie eine Blume, die wir riechen, nicht nothwendig unſre Naſe unmittelbar berührt: alſo könnte es wohl mit dem Sehen auch ſo zu gehen, daß eine zarte Maſſe von jeder ſichtbaren Sache in unſer Auge kommen müſte, wenn wir ſie ſehen ſollen. Mit dem Schall und den Tönen, die wir hören, hat es jedoch eine andre Bewandniß. Der Schall iſt kein Ausfluß aus den Körpern, wovon wir glauben müſſen, daß ſie den Schall verurſachen. Dieſe ſetzen nur die Luft in eine zitternde Bewegung, welche ſich bis in unſer Ohr fortpflanzt, und auf eine noch nicht völlig bekannte Art auf die Gehörnerven wirkt. Vielleicht iſt noch eine andre ſehr zarte Maſſe durch den ganzen Weltraum ausgebreitet, die von den ſichtbaren Sachen ſo in Wirkſamkeit geſetzt wird, daß ſie unſer Auge rühren, und ſo die Empfindung des Sehens zuwege bringen kann. Dem ſey indeſſen, wie ihm wolle, ſo kommt uns doch die Sache ſo vor, als wenn etwas aus den ſichtbaren Sachen ausflöſſe, das unſer Auge rührt, und ſolchergeſtallt die Urſache davon wird, daß wir die Sachen ſehen. Das, was dieſer Vorſtellung gemäß unſer Auge rühren muß, wenn wir ſehen ſollen, nennen wir **Licht**: wir reden von **Sonnenlicht**, von **Tageslicht**, von **Kerzenlicht**, und ſtellen es uns als eine zarte Maſſe vor, welche von der Sonne, auch von der Flamme einer angezündeten Kerze, nach allen Seiten ausfließt.

2. §.

Soviel wir nach unſrer Empfindung davon urtheilen können, giebt es viele Körper, die für ſich kein

Licht um ſich her verbreiten würden, wenn nicht anderswoher Licht auf ſie fiele, das ſie hinwiederum nach allen Seiten umher ausbreiten könnten. Wir nennen ſie dunkle Körper, und unterſcheiden ſie von den für ſich leuchtenden, die eigenes und nicht anderswoher empfangenes Licht in unſer Auge ſenden, wenn wir ſie ſelbſt ſehen. Die Sonne iſt, ſoviel wir urtheilen können, für ſich leuchtend, und eben ſo die Flamme einer angezündeten Kerze. Ueberhaupt ſcheint das Feuer die vornehmſte Quelle des Lichts zu ſeyn, obgleich auch dergleichen Maſſen zum Theil im finſtern leuchten, wobey wir kein Feuer, ja nicht einmahl eine merkliche Wärme zu empfinden glauben.

3. §.

Es giebt ferner ſolche Körper, durch deren Maſſe das auffallende Licht, wenigſtens zum Theil, hindurch dringt. Es iſt für unſre Empfindung einerley, ob das Licht, als eine zarte Maſſe betrachtet, wirklich ſolche für ſich nicht leuchtende Maſſen durchdringt, dahin Glas, Waſſer, die unſre Erde umgebende Luft, und andre mehr gehören; oder ob dergleichen Maſſen das Licht auf ähnliche Art, wie feſte elaſtiſche Maſſen den Schall fortpflanzen. Uns kommt es ſo vor, als wenn des Tages bey verſchloſſenen Fenſtern das Tageslicht eben ſo, wie beym wolkenfreyen Himmel das Sonnenlicht durch die gläſernen Fenſterſcheiben hindurch gehe. Setzen wir ein Gefäß mit reinem klaren Waſſer dem Sonnenlicht aus, ſo ſehen wir durchs Waſſer den Boden von der Sonne erleuchtet. Dieſer Erfolg wird begreiflich, wenn man annimmt, daß das Licht einmahl durchs Waſſer bis zum Boden des Gefäſſes hindurch gehe, hiernächſt aber wenigſtens

ein Theil deſſelben durchs Waſſer wieder zurück in unſer Auge komme. So lange daraus nichts folgt, was andern Erfahrungen widerſpricht, ſo lange kann man ſich an dieſe Vorausſetzung halten. Maſſen, die das Licht durchſcheinen laſſen, heiſſen **durchſichtige**, die übrigen aber **undurchſichtige** Maſſen. Eine **vollkommen durchſichtige** Maſſe wäre diejenige, welche alles darauf fallende Licht durchlieſſe: es giebt aber dergleichen, ſoviel wir wiſſen, in der Natur nicht. Das reinſte Glas läſſet nur einen Theil des darauf fallenden Lichts durch, ein andrer Theil gehet davon, wie von undurchſichtigen Maſſen nach allen Seiten zurück, welches ſchon daraus erhellet, weil wir ſonſt das Glas gar nicht, ſondern nur die hinter demſelben befindlichen Sachen ſehen würden.

4. §.

Einen ſonſt entweder für ſich leuchtenden, oder doch hinlänglich erleuchteten Körper ſehen wir entweder gar nicht, oder doch nur einen Theil davon, wenn ſich zwiſchen demſelben und dem Auge ein undurchſichtiger Körper befindet. Es bleibt nemlich jeder Punct des Körpers ſichtbar, wovon eine grade Linie in unſer Auge gezogen den zwiſchen beyden befindlichen undurchſichtigen Körper nicht trift: alle übrige Puncte deſſelben ſehen wir nicht, wovon dergleichen grade Linien, in unſer Auge gezogen, durch den undurchſichtigen Körper hindurch gehen müſten. Vermöge dieſer Erfahrung iſt man berechtiget anzunehmen, **daß das Licht von jedem Punct eines für ſich leuchtenden, oder auch mit fremden Licht erleuchteten Körpers nach einer graden Linie in unſer Auge komme.**

Jeden

Jeden ſolchen für ſich leuchtenden oder anderswo-her erleuchteten Punct kann man übrigens überall ſe-hen, was auch das Auge in Anſehung deſſelben für eine Lage hat, wenn ſich nur zwiſchen ihm und dem Auge nichts undurchſichtiges befindet: alſo kann man annehmen, das **Licht** gehe von jedem ſichtba-ren **Punct** nach allen Seiten in graden Linien aus. Dasjenige Licht, was von einem ſolchen Punct in einerley graden Linie ausgehet, heißt ein **Lichtſtrahl**, und der Punct ſelbſt ein **ſtrahlender Punct**, er mag übrigens für ſich leuchtend, oder mit fremden Licht erleuchtet ſeyn.

5. §.

Stellt man ſich den ſtrahlenden Punct ohne alle Ausdehnung als einen geometriſchen Punct vor, ſo leitet das auf die Vorſtellung, daß alle davon ausge-hende Lichtſtrahlen wie geometriſche Linien nur in die Länge, und ſonſt gar nicht ausgedehnt ſind. In der Optik wird nur der Weg des Lichts betrachtet, und dergleichen grade Linien, die von dem Punct nach allen Seiten fortlaufen, ſtellen die Richtung des Lichts vor: ſonſt iſt das Licht, oder was auch die Erſcheinungen verurſacht, die wir dem Licht zuſchreiben, eine zarte Maſſe. Was hier ein ſtrahlender Punct heißt, muß man ſich als einen **phyſiſchen Punct** vorſtellen, der eine, wiewohl ſehr kleine Ausdehnung hat, und jeder davon ausgehende **phyſiſche Lichtſtrahl** erſtreckt ſich durch einen gradlinichten Raum, deſſen Quer-ſchnitte, die man auf ſeiner Länge ſenkrecht annimmt, ſehr kleine Flächen, nicht bloß geometriſche Puncte ſind. In der Photometrie, die ſich mit der Aus-meſſung der Stärke des Lichts beſchäftiget, muß man

ſich ſtrahlende Puncte, und die davon ausgehenden Lichtſtrahlen ſo vorſtellen: hier aber kann es auch genügen, wenn man ſich den ſtrahlenden Punct ohne alle Ausdehnung, und jeden davon ausgehenden Lichtſtrahl als eine geometriſche grade Linie vorſtellen will.

6. §.

Von allen Lichtſtrahlen, die den Punct L umgeben, können nur diejenigen eine dem Licht ausgeſetzte
1 Fig. Ebene Fläche ABCD treffen, welche in dem Raum einer Pyramide enthalten ſind, deren Spitze der ſtrahlende Punct, und deren Grundfläche die Ebene ABCD iſt. Man nennt einen ſolchen mit Lichtſtrahlen erfüllten Raum eine Strahlenpyramide, die ſich in einen Strahlenkegel verwandelt, wenn die Ebene, welche das Licht auffängt, ein Kreis iſt. Je weiter der Punct L von der Ebene ABCD entfernt iſt, deſto mehr nähern ſich die auffallenden Strahlen der parallelen Lage: und wenn die Entfernung des Puncts L von der Ebene ABCD in Vergleichung mit jedem Durchſchnitt von ihr unendlich groß wäre, ſo würde ſich der Strahlenkegel in einen Strahlencylinder, die Strahlenpyramide in ein Strahlenpriſma verwandeln.

7. §.

Durch eine ganz kleine Oefnung, eine ſolche etwa, wie man mit einer zarten Nadel durch ein Kartenbladt bohren kann, überſiehet man deutlich eine groſſe Menge von Gegenſtänden auf einmahl: man kann dadurch eine ganze Landſchaft überſehen. Dieſemnach können unzählig viele Lichtſtrahlen einander durchkreuzen, ohne einander hinderlich zu ſeyn; denn von allen Puncten der Landſchaft, oder

was

was es ſonſt für Gegenſtände ſind, die das Auge auf einmahl überſiehet, muß Licht ins Auge kommen, das in zarten Strahlen durch die Oefnung hindurch gehet, und alle dieſe Lichtſtrahlen müſſen hinter der Oefnung wieder aus einander gehen.

8. §.

Wenn man alle Oefnungen eines Zimmers, durch welche das Tageslicht hineinfallen könnte, ſorgfältig verſchließt, und nur eine ſehr kleine Oefnung auf der Seite des Zimmers übrig läßt, wo ſich Gegenſtände befinden, die von der Sonne ſtark erleuchtet ſind, ohne daß die Sonne ſelbſt durch dieſe kleine Oefnung in das Zimmer ſcheine; ſo geht das von jedem Punct der ſo erleuchteten Gegenſtände in grader Linie auf die Oefnung fallende Licht ebenfalls ungehindert hindurch ins Zimmer hinein. Die Strahlen durchſchneiden einander in der Oefnung, und gehen hinter derſelben im Zimmer wieder aus einander.

Denn alles auf die Oefnung von auſſen fallende Licht iſt in einem pyramidenartigen Raum enthalten, deſſen Spitze in der Oefnung liegt: im Zimmer breiten ſich die in grader Linie durch die Oefnung fallenden Strahlen in einen dem vorigen völlig gleichen und ähnlichen Raum wieder aus, der aber dem vorigen entgegen geſetzt iſt. Das muß der Erfolg ſeyn, wofern es mit den beyden im 4 und 7 §. angenommenen Vorausſetzungen ſeine Richtigkeit hat, und vermöge der Erfahrung erfolgt alles dieſen Vorausſetzungen gemäß.

Bringt man in dem Zimmer eine ebene weiſſe Tafel, einen weiſſen Bogen Papier, oder etwas dergleichen, gegen die kleine Oefnung; ſo ſiehet man auf der weiſſen Tafel die auſſerhalb des Zimmers

der Oefnung gegen über befindlichen Gegenſtände aufs ſchönſte, aber dabey umgekehrt, abgemahlt. Die Bilder erſcheinen deſto lebhafter aber deſto kleiner, je näher man die Tafel der Oefnung bringt; ſie werden deſto gröſſer, je weiter man die weiſſe Fläche von der Oefnung entfernt; verlieren aber im lezten Fall an der Helligkeit und Lebhaftigkeit der Farben. Das ganze Bild nimmt auf der Tafel einen Raum ein, der ſo groß als die Durchſchnittsfigur der Ebene der Tafel mit dem pyramidenförmigen Raum iſt, den die Strahlen im finſtern Zimmer ausfüllen; und dieſe Durchſchnittsfigur muß deſto gröſſer ausfallen, je weiter man die ſchneidende Ebene von der Oefnung als der Spitze des pyramidenförmigen Raums entfernt. Weil übrigens auf der gröſſern Durchſchnittsfigur eben ſoviel Licht als auf der kleinern gleichförmig verbreitet iſt, ſo fällt auf jedes Stück der gröſſern Durchſchnittsfigur weniger Licht, als auf ein eben ſo groſſes Stück der kleinern, und daher wird begreiflich, warum die gröſſern Bilder bey gröſſerer Entfernung der weiſſen Fläche von der Oefnung nicht ſo hell und lebhaft erſcheinen, als die kleinern Bilder bey kleinerer Entfernung der Fläche der Oefnung.

9. §.

Dieſe Erſcheinung der Bilder auf der weiſſen Fläche im finſtern Zimmer hat etwas ganz eigenes, das man anfangs eben nicht vermuthen würde. Es ſcheint, das durch die Oefnung fallende Licht werde nur die jedesmahlige Durchſchnittsfigur der weiſſen Ebene mit der im Zimmer auseinanderfahrenden Lichtpyramide heller machen, man werde alſo nur Licht auf dieſen Theil der weiſſen Fläche, keine Bilder der auſſer-

auſſerhalb des Zimmers befindlichen Gegenſtände ſehen. Indeſſen darf man nur andre nicht eben unbekannte Erfahrungen damit vergleichen, ſo wird auch dieſe Erſcheinung begreiflich. Wenn die Sonne durchs Fenſter in jedes andre Zimmer hinein ſcheint, und das Sonnenlicht auf eine lebhaft gefärbte Sache fällt, etwa auf ein rothes, grünes, gelbes Kleid, das von einer weiſſen Wand, die etwas im Schatten liegt, nicht weit entfernt iſt, ſo färbt das Licht, welches vom Kleide auf die Wand fällt, dieſe weiſſe Wand ebenfalls roth, grün oder gelb: allemahl erſcheint auf der Wand eben die Farbe, die das Kleid hat, oder was es auch ſonſt für eine etwas lebhaft gefärbte Sache iſt. Dies leitet auf die Vorſtellung, daß ſelbſt die Erſcheinung der Farbe, die ein ſichtbarer Punct darſtellet, von dem Licht herrühre, das derſelbe nach allen Seiten verbreitet. Ein einziger Strahl, der von rothen, grünen, gelben Punct ausgehet, und auf eine weiſſe Fläche fällt, wird dieſer Vorſtellung gemäß dem Auge daſelbſt nicht bloß einen hellen, ſondern zugleich einen rothen, grünen, oder gelben Punct darſtellen. Dieſen auf der weiſſen Fläche ſo erſcheinenden Punct kann man als ein Bild jenes Puncts anſehen, wovon der Lichtſtrahl herkommt, und nun erklärt ſich die Erſcheinung der Bilder auf der weiſſen Fläche im finſtern Zimmer auf folgende Art.

10. §.

Wenn die Oefnung bey A eine unmerklich kleine Gröſſe hat; ſo kann von jedem Punct L oder M des Gegenſtandes LM auf jeden Punct *l* oder *m* der gegenüber ſtehenden Tafel CD nur ein gradlinichter Lichtſtrahl, wie L*l*, M*m*, fallen, und *l*, *m*, ſind als- 2 Fig.

denn Bilder der Puncte L, M, des Gegenſtandes. Eben ſo fällt von jedem andern Punct des Gegenſtandes, der zwiſchen L und M liegt, ein Bild zwiſchen *l* und *m* auf der Tafel. Dieſe Bilder liegen auf der Tafel gegen einander eben ſo, wie die damit zuſammen gehörigen Puncte des Gegenſtandes, jedoch deswegen im ganzen in umgekehrter Stellung, weil ſich alle Lichtſtrahlen in dem offenen Punce A ſchneiden. Demnach müſſen die Bilder aller einzelnen Puncte des Gegenſtandes zuſammen ein **Bild des Ganzen**, nur in ganz umgekehrter Stellung darſtellen, ſo daß das unterſte des Gegenſtandes im Bilde oben, und was im Gegenſtande rechter Hand liegt, im Bilde linker Hand erſcheinen muß.

11. §.

2 Fig. So gar unmerklich klein wird die Oefnung zwar nie ſeyn können, indeſſen wird doch der Erfolg noch ſehr nahe eben ſo bleiben, wenn die Oefnung zwar einige, jedoch aber nur eine ſehr geringe Gröſſe hat. Von jedem Punct L oder M des Gegenſtandes fällt alsdenn auf die Oefnung AB eine Strahlenpyramide, oder wenn ſie Kreisförmig iſt, ein Strahlenkegel, wie L*l*λ, M*m*μ; und wenn die weiſſe Fläche CD mit der Ebene der Oefnung parallel iſt, ſo nimmt das Bild eines jeden Puncts L oder M darauf den Raum eines kleinen Kreiſes ein, wie *l*λ, *m*μ, vorſtellen. Jeder von dieſen Kreiſen iſt deſto kleiner, je kleiner die Oefnung AB iſt, je näher die Tafel bey der Oefnung befindlich, und je weiter der abgebildete Gegenſtand auſſerhalb des Zimmers von der Oefnung entfernt iſt. So lange jeder von dieſen kleinen Kreiſen auf eine eigene Stelle der Tafel fällt, ohne daß dieſe Kreiſe ſich merklich vermiſchen, ſo lange ſtellt jeder davon

noch ein Bild von dem damit zuſammen gehörigen Punct des Gegenſtandes dar, und alles zuſammen ein deutliches Bild des ganzen Gegenſtandes. Je gröſſer aber die Oefnung iſt, deſto gröſſer werden die kreisförmigen einzelnen Bilder, ſie berühren einander nicht blos, vielmehr ſchneiden ſie einander. Auf die Stellen, welche zwey oder mehr von dieſen Bildern mit einander gemein haben, fällt nun Licht von mehrern Puncten des Gegenſtandes zugleich, die einzelnen Bilder vermiſchen ſich mit einander, und das Bild im ganzen wird deſto undeutlicher, je gröſſer die Räume ſind, worin ſich die einzelnen kreisförmigen Bilder ausbreiten.

12. §.

Weil die Folgen, worauf dieſe Schlüſſe leiten, mit dem was die Erfahrung lehrt, ſehr wohl übereinſtimmen; ſo iſt man auch berechtiget, den folgenden Satz unter den Gründen der Optik mit aufzunehmen. **Jeder Lichtſtrahl führt das Bild desjenigen Puncts eines ſichtbaren Gegenſtandes mit ſich, wovon er ausgehet.** Ferner lehrt die Erfahrung, daß unſer Auge einerley Empfindung habe, es mag der Lichtſtrahl von einem ſolchen Punct des Gegenſtandes ihm in grader Linie unmittelbar zugeſchickt werden, oder der Strahl mag von einem Punct eines andern Gegenſtandes kommen, der den Strahl, nachdem er ihn aufgefangen hat, wieder ins Auge zurück ſchickt. Nur muß im leztern Fall auf den Punct, welcher den Strahl zurück ſendet, nicht von mehrern andern Puncten zugleich Licht fallen.

Der

Der II. Abſchnitt.

Vom Sehewinkel und einigen davon abhängenden Erſcheinungen.

13. §.

Das Licht, vermittelſt deſſen wir die um uns her befindlichen Sachen ſehen, geht ins innere des Auges durch eine kreisförmige mit zarten durchſichtigen Häuten bedeckte Oefnung, die der **Stern** im Auge heißt. 3Fig. Wenn der kleine Kreis AB dieſen Stern und O ſeinen Mittelpunct vorſtellet, L und M aber ein paar ſtrahlende Puncte ſind; ſo fällt von jedem dieſer Puncte ins Auge ein Strahlenkegel LAB, MAB: ihre Axen OL, OM, laufen im Mittelpunct O des Sterns zuſammen, und ſchlieſſen daſelbſt einen Winkel LOM ein. Dieſer Winkel heißt die **ſcheinbare Entfernung** der Puncte L und M von einander: es iſt eigentlich der **Sehewinkel**, unter welchem die Entfernung beyder Puncte von einander dem Auge erſcheint. Dabey iſt es gleichgültig, ob die Puncte L und M auf der Oberfläche eines und eben deſſelben ſtrahlenden Körpers liegen, oder wo ſie ſonſt ſeyn mögen, wofern ſie nur dem Auge beyde zugleich ſichtbar ſind.

14. §.

3Fig. Eine grade Linie OC durch den Mittelpunct O des Sterns im Auge auf ſeiner Ebene ſenkrecht geſetzt, heißt die **Geſichtsaxe**, und wenn ein ſtrahlender Punct L auſſer der Gſichtsaxe liegt, ſo heißt der Winkel LOC ſeine **ſcheinbare Entfernung** von der Ge-

Geſichtsaxe. Vermöge der Erfahrung ſehen wir deſto deutlicher, je näher die betrachtete Sache der Geſichtsaxe liegt; indeſſen ſieht man auch die auſſer der Geſichtsaxe liegenden Sachen deutlich, wenn ihre ſcheinbare Entfernung von der Geſichtsaxe nicht über 45 Grade beträgt. Demnach iſt die Gränze des deutlichen Sehens ein Winkel von 90 Graden, wovon auf jeder Seite der Geſichtsaxe die eine Hälfte liegt. Gewöhnlich richten wir die Geſichtsaxe gegen die mittelſte Stelle eines Objects, wenn wir es ganz überſehen wollen, weil wir durch die Erfahrung gelernt haben, daß uns die Stelle einer Sache, wohin die Geſichtsaxe trift, am deutlichſten erſcheinet, und daß die übrigen in der Nähe der Geſichtsaxe liegenden Stellen ſich alsdenn ebenfalls dem Auge deutlich darſtellen.

15. §.

Es ſey OC die gegen die Mitte des Objects gerichtete Geſichtsaxe, LOM eine Ebene durch dieſe Axe, 3 Fig. L und M die äuſſerſten ſichtbaren Puncte der dem Auge zugekehrten Oberfläche des betrachteten Gegenſtandes in dieſer Ebene: ſo heißt der Winkel LOM der **ſcheinbare Durchmeſſer**, ſeine Hälfte COL oder COM der **ſcheinbare Halbmeſſer** des Objects in dieſer Ebene genommen. Man nennt ihn den verticalen oder horizontalen ſcheinbaren Durchmeſſer, nachdem die Ebene LOM vertical oder horizontal iſt. Weil von allen Strahlen, die von den äuſſerſten Puncten L, M, in der ſichtbaren Gränze des Gegenſtandes, oder von der Mitte C deſſelben, durch den Stern ins Auge kommen, bey Beſtimmung des optiſchen Winkels, des ganzen oder halben ſcheinbaren Durchmeſſers, nur der eine gebraucht wird, der von einem

einem ſolchen Punct, wie L, M, oder C, durch den Mittelpunct O des Sterns gehet; ſo kann man bey den Unterſuchungen über die Erſcheinungen, welche vom Sehewinkel abhängen, die übrigen durch den Stern ins Auge fallenden Strahlen bey ſeit ſetzen. Man kann das Auge als einen Punct betrachten, wodurch alsdenn der Mittelpunct des Sterns zu verſtehen iſt, und die graden Linien LO, MO, von einem ſichtbaren Punct L oder M in den Mittelpunct des Sterns im Auge gezogen, können die **Geſichtslinien** oder **Geſichtsſtrahlen** heiſſen. Man kann auch jeden ſolchen Strahl, der von einem Punct des betrachteten Gegenſtandes durch den Mittelpunct des Sterns ins Auge fällt, den von dieſem Punct ins Auge kommenden **Hauptſtrahl** nennen: alsdenn iſt der Hauptſtrahl die Axe des von dem Punct auf den Stern im Auge fallenden Strahlenkegels, und die Schenkel des Sehewinkels ſind ſolche Haupſtrahlen.

16. §.

Wenn man ſich von allen Puncten der dem Auge zugekehrten Vorderfläche eines Körpers ins Auge gezogene Geſichtsſtrahlen vorſtellet; ſo liegen ſie insgeſammt in einem pyramiden- oder kegelförmigen Raum, der ſeine Spitze im Auge hat. Man kann dieſen Raum als eine **optiſche Pyramide zuſammenlaufender Strahlen** betrachten, die ſich von der im 6 §. betrachteten Strahlenpyramide darin unterſcheidet, daß bey der leztern die auseinander fahrenden Strahlen von einem ſtrahlenden Punct herkommen, ſo wie hier umgekehrt die von mehrerern Puncten herkommenden Strahlen in einerley Punct, dem Mittelpunct des Sterns im Ange zuſam-

ſammen laufen. Diejenigen Geſichtsſtrahlen, welche den betrachteten Körper nur noch umher berühren, liegen in der äuſſern Gränze des pyramiden- oder kegelförmigen optiſchen Raums, und das dem Auge zugekehrte Stück der Oberfläche des Körpers, was zwiſchen den Gränzen dieſes optiſchen pyramiden- oder kegelförmigen Raums liegt, kann das Auge nur auf einmahl überſehen. Die Geſichtsaxe, wenn ſie gegen die Mitte des betrachteten Gegenſtandes gerichtet iſt, kann als die Axe der optiſchen Pyramide, oder des optiſchen Kegels angeſehen werden, und jeder Schnitt durch dieſe Axe giebt einen optiſchen Winkel, oder ſcheinbaren Durchmeſſer des betrachteten Gegenſtandes.

17. §.

Die Seitenflächen einer Pyramide LABCD ſchlieſſen an ihrer Spitze L eine körperliche Ecke ein: auch giebt es an der Spitze eines geometriſchen Kegels und eines jeden andern kegelartigen Körpers eine körperliche von der Kegelfläche begränzte Ecke. Von einer ſolchen Ecke und ihrem innern Raum muß man ſich in der körperlichen Geometrie eine ähnliche Vorſtellung machen, wie von einem ebenen gradlinichten Winkel in der Geometrie. Die Schenkel des ebenen Winkels laufen von ſeiner Spitze aus ins unendliche fort, und der Flächenraum zwiſchen den Schenkeln erweitert ſich immermehr, je weiter die Schenkel von der Spitze aus fortlaufen. Die Gränze der Ecke, ſie mag wie eine Pyramidenfläche aus ebenen Dreyecken beſtehen, oder eine krumme kegelartige Fläche ſeyn, läuft ebenfalls von ihrer Spitze aus ins unendliche fort, und ihr innerer Raum erweitert ſich immer mehr, je weiter die Gränze der Ecke fortläuft. 1 Fig.

Aus

Aus der Spitze L der Ecke ſey mit einem willkühr-lichen Halbmeſſer eine Kugelfläche *cdef* beſchrieben, ſo iſt ein Stück *abcd* dieſer Kugelfläche zwiſchen der die Ecke an L umgebenden Gränze enthalten. Wenn die Ecke an L von ebenen Seitenflächen begränzt iſt; ſo iſt das Kugelſtück *abcd* zwiſchen der Gränze der Ecke vom gröſten Kreisbogen eingeſchloſſen: wenn aber die Gränze der Ecke eine krumme kegelartige Fläche iſt, ſo iſt das dazwiſchen liegende Kugelſeg-ment von einer krummen Linie begränzt. Wie aus der bekannten Figur der Kegelfläche die Figur ihrer Durchſchnittslinie mit der Kugelfläche gefunden wer-den könne, das wäre eine Aufgabe, welche die höhere Geometrie auflöſen müſte. Es falle indeſſen dieſe Figur ſo verſchieden aus wie ſie wolle, ſo überzeugt man ſich doch leicht von der Richtigkeit der folgenden beyden Sätze.

Zwiſchen den Gränzen gleicher und ähnli-cher Ecken am Mittelpunct einer Kugel lie-gen gleiche und ähnliche Stücke der Kugel-fläche; und umgekehrt: wenn gleiche und ähn-liche Stücke einer Kugelfläche zwiſchen den Gränzen körperlicher Ecken am Mittelpunct der Kugel enthalten ſind, ſo ſind die Ecken ſelbſt, und ihre innern Räume einander gleich und ähnlich.

18. §

Die ganze um den Mittelpunct L beſchriebene Ku-gelfläche ſey in gleiche und ähnliche Elemente getheilt, und über ein jedes von dieſen Elementen ſtelle man ſich eine Pyramide vor, deren Spitze in L liegt: ſo ſind die innern Räume aller in L zuſammenlaufenden Ecken insgeſammt gleich groß. Wenn alsdenn *abcd*

ein

ein Stück der Kugelfläche von gegebener Gröſſe und *Labcd* die damit zuſammen gehörige Ecke am Mittelpunct der Kugel vorſtellet; ſo iſt die Summe aller Ecken, welche die Ecke an L ausmachen, in der Summe aller Ecken, die den Punct L von allen Seiten umgeben können, ſo vielmahl enthalten, als die Summe der Elemente, welche das Stück *abcd* der Kugelfläche ausmachen, in der Summe aller Elemente der ganzen Kugelfläche enthalten iſt. Mit andern Worten: **Die Ecke um L verhält ſich zur Summe aller Ecken, die den Punct L umgeben können, wie das Stück *abcd* der Kugelfläche zwiſchen der Gränze der Ecke um L zur ganzen Kugelfläche.**

19. §.

Wenn zwiſchen den Gränzen zwoer Ecken 48 F.
***alb*, *ALB*, an den Mittelpuncten *l*, *L*, zweener Kugelflächen *abef*, *ABEF*, ſolche Stücke *ab*, *AB*, dieſer Kugelflächen enthalten ſind, die zu verſchiedenen Halbmeſſern gehören; ſo iſt das Verhältniß der Ecken gegen einander zuſammengeſetzt aus dem Verhältniß der Kugelflächen zwiſchen ihren Gränzen, und dem umgekehrten Verhältniß der Quadrate ihrer Halbmeſſer.**

Beweis. Man ſetze die Summe aller Ecken, die einen Punct wie L oder *l* umgeben können, $= S$, ſo iſt $ALB : S = AB : ABEF$, und $S : alb = abef : ab$, (18. §.) mithin $ALB : alb = AB . abef : ab . ABEF$. Ferner iſt $abef : ABEF = al^2 : AL^2$, alſo $ALB : alb = AB . al^2 : ab . AL^2$, oder $ALB : alb = \frac{AB}{AL^2} : \frac{ab}{al^2}$.

Zwey Ecken ſind alſo gleich groß, wenn die Kugelflächen zwiſchen ihren Gränzen ſich wie die Quadrate der dazu gehörigen Halbmeſſer verhalten.

20. §.

Diejenige Ecke am Mittelpunct einer Kugelfläche iſt demnach allemahl von einerley Gröſſe, wozu ein Segment der Kugelfläche gehört, das dem Quadrat des Halbmeſſers der Kugelfläche gleich iſt: und mit einer ſolchen Ecke kann man jede andre vergleichen. Setzt man $ab = al^2$, ſo hat man ALB : alb $= \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AL}^2} : 1$, und $\mathrm{ALB} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AL}^2} . alb$; mithin ALB $= \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AL}^2}$, wenn $alb = 1$ angenommen wird. Auf ähnliche Art wird die Gröſſe eines gradlinichten ebenen Winkels vermittelſt des zwiſchen ſeinen Schenkeln beſchriebenen Kreisbogens gemeſſen, wenn derjenige Winkel = 1 iſt, wozu der ſeinem Halbmeſſer gleiche Bogen gehört. (254. §. Geom.)

21. §.

1 Fig. Wenn das Auge in L ſeine Stelle hat, E die Mitte des betrachteten Gegenſtandes, LE die Geſichtsaxe, und BLD oder ALC ein ſcheinbarer Durchmeſſer des betrachteten Gegenſtandes ABCD iſt; ſo giebt ein ſolcher optiſcher Winkel in jeder Ebene durch die Geſichtsaxe LE einen Begriff von der ſcheinbaren Länge oder Breite des betrachteten Objects. Auf ähnliche Art alſo kann der ganze innere Raum der Ecke oder coniſchen Spitze an L dienen, von der ganzen ſcheinbaren Ausdehnung

des Objects nach allen Seiten einen Begriff zu geben. Dasjenige Stück *abcd* einer um den Mittelpunkt L beſchriebenen Kugelfläche, was innerhalb der Gränze des optiſchen pyramiden- oder kegelförmigen Raums liegt, iſt das **Maaß der Ecke** oder coniſchen Spitze an L: mithin kann eben dieſes Stück *abcd* der Kugelfläche um L, das Maaß der **ſcheinbaren** Ausdehnung, oder der ganzen **ſcheinbaren** Gröſſe des betrachteten Gegenſtandes abgeben.

22. §.

1) Für die Kugel ALBM verwandelt ſich die optiſche Pyramide in einen graden Kegel LOM, und die ſcheinbaren Halbmeſſer COL, COM, ſind gleich groß, was auch der Schnitt durch die Axe OC für eine Lage hat. Aus der Gleichung CL = OC . ſin COL kann der ſcheinbare Halbmeſſer gefunden werden, wenn der wahre Halbmeſſer CL der Kugel, und die Entfernung OC ihres Mittelpuncts vom Auge bekannt iſt. Ueberhaupt kann jede von dieſen dreyen Gröſſen gefunden werden, wenn die übrigen beyden gegeben ſind. 4 Fig.

2) Das Stück LAM der Kugelfläche, was vom Auge auf einmahl überſehen werden kann, iſt allemahl kleiner, als eine Halbkugel, und die Gröſſe dieſes Segments wird durch den Bogen AL = AM beſtimmt, wozu am Mittelpunct der Winkel ACL = ACM gehört, der den ſcheinbaren Halbmeſſer zu 90° ergänzt. Je weiter die Kugel vom Auge entfernt iſt, deſto kleiner iſt ihr ſcheinbarer Halbmeſſer, und deſto näher kommt das Segment der Halbkugel, welches das Auge überſehen kann.

 3) Die

3) Die ſcheinbaren Halbmeſſer eines Kreiſes, wenn die Geſichtsaxe auf ſeiner Ebene im Mittelpunct ſenkrecht iſt, ſind ebenfalls alle gleich groß, und wenn LM (3 Fig.) ein Durchmeſſer dieſes Kreiſes iſt, mithin CL, CM, Halbmeſſer deſſelben ſind, ſo iſt CL = OC . tang COL. Man kann alſo wiederum den wahren oder ſcheinbaren Halbmeſſer, oder des Kreiſes Entfernung vom Auge finden, wenn zwey von dieſen Gröſſen gegeben ſind.

23. §.

Die Erfahrung lehrt, daß wir die Gröſſe der Gegenſtände durchs Geſicht nach dem Sehewinkel ſchätzen, daß ſie uns bey einerley Sehewinkel gleich groß zu ſeyn ſcheinen, uns aber deſto gröſſer oder kleiner vorkommen, je gröſſer oder kleiner ihr Sehewinkel iſt. Einerley Sache kann in verſchiedenen Entfernungen vom Auge gleich groß zu ſeyn ſcheinen, wenn der Sehewinkel einerley bleibt. Die Sehne eines Kreiſes würde dem Auge in jeder Stelle des dazu gehörigen Bogens unter einerley Winkel, mithin von einerley Gröſſe zu ſeyn ſcheinen. (136 §. Geom.)

Wenn dagegen mit der wachſenden Entfernung OK (5 Fig.) der Sehewinkel KOC kleiner wird, wie wenn KC nach LG rückte; ſo ſcheint der Gegenſtand ebenfalls deſto kleiner zu werden, jemehr der Sehewinkel abnimmt. Vorausgeſetzt, daß KC und LG Halbmeſſer des Objects in einerley Ebene KOC, und die Entfernungen OK, OL, darauf ſenkrecht ſind, hat man $\text{tang}\, KOC = \frac{KC}{OK}$, $\text{tang}\, LOG = \frac{LG}{OL}$. Wenn demnach LG = KC bleibt, ſo iſt tang KOC

KOC : tang LOG $= \frac{1}{OK} : \frac{1}{OL}$, oder tg KOC : tang LOG = OL : OK. Die Tangenten der ſcheinbaren Halbmeſſer eines und eben deſſelben Objects verhalten ſich alſo umgekehrt, wie die Entfernungen des Objects vom Auge. In ſolchen Fällen, wenn die Abmeſſungen des Objects in Vergleichung mit der Entfernung vom Auge ſehr klein, mithin auch die ſcheinbaren Halbmeſſer ſehr klein ſind, verhalten ſich dieſe Winkel beynahe wie ihre Tangenten, folglich die ſcheinbaren Halbmeſſer ſelbſt umgekehrt, wie die Entfernungen des Objects vom Auge.

24. §.

Die Schärfe unſers Geſichts hat indeſſen doch ihre Gränzen, und ſehr weit entfernte Gegenſtände entziehen ſich unſerm Geſicht völlig, wenn ihr Sehewinkel ſehr klein wird. In Robert Smiths Lehrbegriff der Optik, 97 §. 29 S. nach der Käſtneriſchen Ueberſetzung, wird ein hieher gehöriger Verſuch erzählt. Eine Perſon, die ein gutes und ſcharfes Geſicht hatte, konnte einen weiſſen Kreis auf ſchwarzen Boden, oder einen ſchwarzen Kreis auf weiſſen Boden gegen das Tageslicht gehalten, ſchwerlich mehr erkennen, wenn ſeine Entfernung vom Auge 5156 mahl gröſſer als ſein Durchmeſſer war, alſo 10312 mahl gröſſer als ſein Halbmeſſer. In dem Fall war die Tangente des ſcheinbaren Halbmeſſers $= \frac{1}{10312} = 0{,}0000969743 \ldots$ (22 §. n. 3.) und zu dieſer Tangente gehört ein Winkel von ohngefehr 20 Secunden. Im 241 §. der Geometrie iſt nemlich ſin $\frac{1}{8192}$ R $= 0{,}0001917475973$ gefun-

den, und dieſer Sinus iſt von der zu eben dem Winkel gehörigen Tangente nicht um ein zehntauſend Milliontheilchen des Halbmeſſers verſchieden: (244 §. Geom.) alſo iſt auch tang $\frac{1}{8192}$ R oder tang 39″ 33‴ $2\frac{13}{16}$⁗ = 0,0001917475 .... und die Tangente der Hälfte dieſes Winkels, die noch nicht völlig 20″ beträgt, = 0,00009587 .... Daraus läßt ſich überſehen, daß der ſcheinbare Halbmeſſer des Kreiſes, da derſelbe aufgehört hat, ſichtbar zu bleiben, ohngefehr 20″ mithin der ſcheinbare Durchmeſſer 40″ betragen habe. Eine ſchärfere Rechnung iſt nicht nöthig, weil wegen der verſchiedenen Schärfe des Geſichts verſchiedener Perſonen nichts gewiſſes feſtgeſetzt werden kann.

Für ſich leuchtende, oder ſehr ſtark erleuchtete Körper, bleiben jedoch dem Auge unter noch viel kleinern optiſchen Winkeln ſichtbar, wiewohl ſie nur als helle Punkte erſcheinen, wenn ihr Sehewinkel nicht über 1″ beträgt. Die Aſtronomie giebt hievon an den Fixſternen Beyſpiele.

25. §.

5 Fig. Wenn ſich das Auge O in der Mitte zwiſchen zweyen Parallellinien AG und BH befindet, ſo ſcheinet ihre Entfernung von einander nach G und H zu deſto mehr abzunehmen, je länger ſie werden, weil die optiſchen Winkel COD, EOF, GOH, u. ſ. f. abnehmen. Wenn alſo in C, E, G, und D, F, H, ſich gleich weit von einander entfernte Gegenſtände befinden, wie wenn ſich das Auge mitten im Eingange einer Allee in zweyen Parallellinien gleich weit von einander geſetzter Bäume befände; ſo ſcheint die Entfernung dieſer Gegenſtände von einander abzunehmen: auch

auch ſcheinen die Bäume, wenn ſie alle gleich hoch ſind, deſto niedriger, je weiter ſie vom Eingange entfernt ſind. Wenn die Allee mehr denn 5000 mahl länger wäre, als ſie breit iſt, ſo würden beyde Reihen Bäume zuſammen zu laufen ſcheinen.

Befinden wir uns auf einer weit ausgebreiteten 6 Fig. Ebene AM, ſo ſcheint ſich dieſe zu heben, weil wir gewohnt ſind, jede Linie AC auf dieſer Ebene mit einer durchs Auge O damit parallel laufenden wagrechten Linie OL zu vergleichen. Die Entfernungen BK, CL, beyder Linien OL und AC von einander ſcheinen abzunehmen, weil die optiſchen Winkel BOK, COL, abnehmen. Aus eben dieſem Grunde ſcheint die Fläche der offenbaren See ſich zu heben, wenn man ſie vom Ufer betrachtet. Wenn OA wagrecht, und AC eine lothrechte Höhe iſt, ſo ſcheinen aus eben dem Grunde die Entfernungen der lothrechten Linie AC von der Scheitellinie OL abzunehmen, und das iſt die Urſache, weswegen hohe Gebäude vorwärts über zu hängen ſcheinen.

26. §.

Es ſey BC ein Stück der wagrechten Ebene AM, 6 Fig. und das Auge einer Perſon, welche dieſe Ebene betrachtet, befinde ſich in O lothrecht über der Stelle A; ſo iſt BOC der optiſche Winkel, unter welchem BC geſehen wird, und man hat tang BOC = $\frac{BC . \sin ABO}{OB + BC \cos ABO}$ (262 §. Geom. n. III.) Ferner iſt $\sin ABO = \frac{AO}{BO}$, $\cos ABO = \frac{AB}{BO}$, und dieſe Werthe geben tang BOC = $\frac{BC . AO : BO}{OB + BC . AB : BO}$,

 oder

oder $\tan BOC = \frac{BC \cdot AO}{BO^2 + BC \cdot AB}$, mithin auch

$$\tan BOC = \frac{BC \cdot AO}{AO^2 + AB^2 + BC \cdot AB}.$$

Wenn AB allein wächſt, ſo nimmt dieſer Werth der Tangente, mithin der Winkel BOC beſtändig ab, und in dem Fall $AB = 0$ iſt BOC am gröſten. Wenn dagegen AO allein wächſt, ſo wächſt zwar anfangs tang BOC; auch iſt der Natur der Sache gemäß dieſer Winkel mit ſeiner Tangente $= 0$, wenn $AO = 0$ iſt: allein tang BOC wächſt nur ſo lange, bis $AO = \sqrt{(AB^2 + AB \cdot BC)}$ wird, und nimmt hiernächſt wieder ab, verſchwindet auch aufs neue, wenn AO unendlich groß genommen wird. Den Werth von AO, welcher tang BOC am gröſten giebt, findet man am kürzeſten vermittelſt der Differentialrechnung: hier kann man ſich davon verſichern, daß der angezeigte Werth der richtige ſey, weil tang BOC allemahl kleiner gefunden wird, wenn man AO gröſſer oder kleiner als $\sqrt{(AB^2 + AB \cdot BC)}$ annimmt. In dem Fall, wenn BC in Vergleichung mit AB ſehr klein iſt, wird BOC am gröſten, wenn $AO = AB$ wird, wenigſtens iſt das nun ſehr nahe der Werth von AO, der BOC am gröſten giebt.

Iſt OAB ein ſpitzer Winkel, ſo hat man $OB^2 = AO^2 - 2AO \cdot AB \cdot \cos OAB + AB^2$, alſo iſt alsdenn

$$\operatorname{tg} BOC = \frac{BC \cdot AO}{AO^2 - 2AO \cdot AB \cos OAB + AB^2 + AB \cdot BC}$$

allemahl gröſſer, als in dem Fall, wenn $OAB = 90°$ iſt. Wäre OAB ſtumpf, ſo würde cos OAB das entgegen geſetzte Zeichen erhalten, und tang BOC wäre klei-

kleiner als in dem Fall, da OAB = 90° iſt. Eine Gegend alſo, die ſich von A gegen C über die Horizontallinie erhebt, ſcheint dem Auge mehr ausgebreitet, als wenn ſie wagrecht wäre: eine Gegend aber, welche ſich von A nach C unter die Horizontallinie ſenkt, ſcheint dem Auge nicht ſo ausgebreitet, als die wagrechte.

27. §.

Wäre die Fläche der Erde vollkommen eben, ſo würde die ganze Strecke, welche das Auge von A nach H zu überſehen könnte, nicht viel mehr betragen, als die Höhe des Auges AO 5000mahl genommen. Wenn nemlich dieſe Vorausſetzung angenommen wird, ſo iſt $\text{tang}\, AOH = \frac{AH}{AO} = 5000$, und vermöge der trigonometriſchen Tafeln iſt tang 89° 59′ = 3437,7467; mithin AOH > 89° 59′ und HOM kleiner als 1 Minute, wie groß auch HM angenommen wird. Ein Gegenſtand HI in H, deſſen Höhe der Höhe AO des Auges gleich wäre, würde unter einem kleinern Winkel, als dem von 1′ Minute geſehen werden, mithin unempfindlich ſeyn, ſo wie jede wagrechte Entfernung HM über H hinaus unempfindlich wird. (23 §.) Alle Gegenſtände alſo, die über H hinaus liegen, ſcheinen mit denen, die in der Gegend von H befindlich ſind, gleich weit vom Auge entfernt, weil das Auge den Unterſcheid der Entfernungen nicht mehr wahrnehmen kann. Dieſemnach ſcheint der ganze Theil der Ebene, den das Auge nach allen Seiten überſehen kann, in einem Kreiſe, deſſen Halbmeſſer AH wäre, eingeſchloſſen zu ſeyn, welcher den **Geſichtskreis** oder **Horizont** abgiebt. 6 Fig.

28. §.

Wofern die Erde eine Kugel, oder doch beynahe eine Kugel iſt, ſo erſtreckt ſich der Geſichtskreis wegen der kugelförmigen Geſtalt der Erde nicht ſoweit, als er ſich auf einer völlig ebenen Erde erſtrecken würde. 7 Fig. Der Kreis um C ſey ein gröſter Kreis der Erdkugel, das Auge ſtehe in O, und man ziehe OC, nebſt der Tangente OH; ſo iſt AH der Bogen, welchen das gegen H gerichtete Auge nur überſehen kann. Nach den neueſten Ausmeſſungen der Erde, wovon die mathematiſche Geographie Nachricht geben wird, nimmt man die Gröſſe eines Grades vom gröſten Kreiſe der Erde 57093 Toiſen groß an, und wenn dieſe Zahl mit 57,29578 multiplicirt wird, (253. §. Geom.) ſo findet man den Halbmeſſer der Erde = 3271188 Toiſen. Ferner ſey $CA = CH = r$, $AO = a$, ſo iſt $\text{ſin}\,COH = \frac{r}{r+a}$, $\text{ſin}\,OCH = \text{coſ}\,COH = \sqrt{\left(1 - \frac{r^2}{(r+a)^2}\right)} = \frac{\sqrt{(2ar + a^2)}}{r+a}$, und a iſt allemahl in Vergleichung mit r ſehr klein; alſo beynahe $\text{ſin}\,OCH = \sqrt{\frac{2a}{r}} = \sqrt{\frac{a}{\frac{1}{2}r}}$. Befindet ſich nun die betrachtende Perſon nicht etwa auf einem Thurm, einem Berge, oder ſonſt auf einem erhabenen Orte; ſo iſt a nicht gröſſer als etwa 5 Fuß, und $\text{ſin}\,OCH$ nicht gröſſer als $\sqrt{\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{1635594}}$, oder als $\sqrt{\frac{1}{1962713}}$. Die Wurzel des Nenners iſt 1401, und das giebt $\text{ſin}\,OCH = 0{,}0007137$. Demnach beträgt der Winkel OCH, ſo wie der Bogen AH, als das Maaß dieſes Winkels, nie völlig $2\frac{1}{2}$ Minuten,

ten, wenn das Auge nicht über 5 Fuß hoch von der Erdfläche erhaben iſt. Weil nun ein Bogen, der ſeinem Halbmeſſer gleich iſt, beynahe 57,3 Grade beträgt, (253 §. Geom.) ſo iſt auf der Erdfläche die Länge des Bogens AH eines ihrer gröſten Kreiſe, wenn er $2\frac{1}{2}$ Minuten faſſet, $= \frac{2\frac{1}{2}}{57,3 \cdot 60}$ oder $\frac{1}{1375}$ vom Erdhalbmeſſer, alſo = 2379 Toiſen. Bey eben der angenommenen Höhe des Auges würde der Halbmeſſer des Geſichtskreiſes auf einer Ebene $\frac{5}{6} \cdot 5000$ oder 4166 Toiſen, für ein ſchärferes Auge vielleicht einige hundert Toiſen mehr, betragen: er würde demnach ohngefehr nochmahl ſo groß, als auf der ſphäriſchen Erde ſeyn.

29. §.

Auf der ſphäriſchen Erde iſt der Bogen AH die wahre Horizontallinie, ſeine Tangente AB die ſcheinbare Horizontallinie, und BH die Senkung des wahren Horizonts unter dem ſcheinbaren an der äuſſerſten Gränze des Geſichtskreiſes. Dieſe Senkung beträgt vermöge der angeſtellten Rechnung ohngefehr 5 Fuß, und der Bogen AH krümmet ſich ſo wenig, daß die Erſcheinungen auf einer völligen Ebene von den Erſcheinungen auf dem Horizont der ſphäriſchen Erde nicht verſchieden ſeyn würden. Wenn man in der 6 Figur AH = 2379 Toiſen und AO 6 Fig.
= 5 Fuß = $\frac{5}{6}$ Toiſen annimmt, ſo wird tang AHO

$$= \frac{AO}{AH} = \frac{5}{6 \cdot 2379} = \frac{1}{6 \cdot 475,8} = \frac{1}{2855} = 0,0003502$$

und AHO = HOL = $1\frac{1}{5}'$. Demnach würde alles, was auf einer völligen Ebene über H hinaus liegt, ſchon unter einem ſo kleinen Winkel geſehen werden, daß

daß dem Auge der Geſichtskreis auf der Ebene kaum merklich gröſſer als auf der ſphäriſchen Erde erſcheinen würde.

30. §.

8 Fig. Wenn eine lange Reihe ſichtbarer Gegenſtände, z. E. eine Reihe von Wolken LM, vom Auge weiter, als die ſcheinbare Gränze des Horizonts entfernt iſt; ſo erſcheinen alle, wie A, C, E, in der Gränze des Geſichtskreiſes bey *a*, *c*, *e*. Wenn überdem dieſe Reihe von Gegenſtänden eine etwas beträchtliche Höhe hat; ſo erſcheint die dem Auge am nächſten liegende Stelle CD am gröſten in *cd*, die übrigen zu beyden Seiten aber, wie AB, EF, deſto kleiner in *ab*, *ef*, je weiter ſie vom Auge entfernt ſind. Dieſemnach ſcheint auch die höchſte Gränze BDF dieſer Gegenſtände im Bogen *bdf* zu ſtehen, und die lothrechten Höhen AB, CD, EF, ſcheinen in *ab*, *cd*, *ef*, ſich deſto mehr gegen die durch O gezogene Scheitellinie zu krümmen, je gröſſer dieſe Höhen ſind. Zur Erläuterung deſſen dienen die Erſcheinungen eines Nordlichts, der helle Bogen um die alsdenn gewöhnlich im Norden ſtehende dunkle Wolke, und die aus demſelben aufwärts ſchieſſenden Strahlen, die ſich insgeſammt gegen die Scheitellinie zu krümmen ſcheinen.

9 Fig. Eine lange Reihe von Wolken FEDZABC, die grade über unſerm Haupte parallel mit dem Horizont GH ausgebreitet iſt, erſcheint an ihren äuſſerſten Enden F und C deſto niedriger, je weiter ſie zu beyden Seiten auch über F und C hinaus fortlaufen, weil die Winkel HOC, GOF, deſto kleiner werden. Demnach krümmet ſich eine ſolche Reihe ebenfalls in einen Bogen gegen den Horizont, und ſo begreift man, wenn die Wolken über unſerm Haupt nach allen Sei-

ten

ten parallel mit dem Horizont ausgebreitet ſind, daß der Himmel wie ein Gewölbe erſcheinen müſſe. Ob übrigens dieſe ſcheinbare Geſtalt des Himmels kugelförmig ſey, oder ob ſich ihre Krümmung vom Scheitelpunct gegen den Horizont zu nach einem andern Geſetze richte? das dürfte vielleicht für jede den Himmel betrachtende Perſon von mehreren Nebenumſtänden abhängen. Des Nachts bey klarer und heiterer Luft ſcheinen die Sterne insgeſamt vom Auge gleich weit entfernt zu ſeyn, weil wir den Unterſcheid ihrer Entfernungen nicht wahrnehmen können, und dies dürfte wohl die Vorſtellung einer Halbkugel erregen, an deren innern hohlen Fläche die Sterne gleichſam angeheftet ſcheinen. Des H. Robert Smiths Gedanken hievon mit einigen Erinnerungen, die H. Hofrath Käſtner beygefüget hat, findet man im Smithſchen Lehrbegriff der Optik im 1 Buch, 5 Cap. 162-164 §. 55-58 S. der Ueberſetzung.

Der III. Abſchnitt.

Von der ſcheinbaren Geſtalt entfernter Gegenſtände.

31. §.

Eine grade Linie DF, die eine ſolche Lage gegen das 10
Auge O hat, daß ſie verlängert den Mittelpunct Fig.
des Sterns im Auge treffen würde, erſcheint demſelben wie ein einziger Punct. Drehet ſich dieſe Linie um denjenigen Endpunct D kreisförmig, welcher dem Auge

Auge O am nächſten iſt; ſo iſt der Winkel ODC anfangs ſtumpf, FDC aber ſpitz, und der Sehewinkel DOC wächſt. Ueberdem iſt anfangs auch OCD $= 0$, ſo lange DC noch die Lage DF hat, und OCD wächſt mit FDC von $0°$ bis $180°$. Setzt man OD $= a$, DC $= b$, DOC $= \varphi$, OCD $= \zeta$, ſo iſt $\sin\varphi = \frac{b \sin\zeta}{a}$, und $\sin\varphi$, alſo auch der Winkel φ, iſt am gröſten, wenn $\zeta = 90°$ wird. Alsdenn iſt $\sin\varphi = \frac{b}{a} = \cos ODC$, mithin $\sin ODC = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$, und in dieſer Lage gegen OD erſcheint DC am gröſten. Uebrigens iſt $\sin\zeta = \frac{a \sin ODC}{\sqrt{(a^2 - 2ab \cos ODC + b^2)}}$, alſo $\sin\varphi = \frac{b \sin ODC}{\sqrt{(a^2 - 2ab \cos ODC + b^2)}}$.

32. §.

10 Fig. Durch C ziehe man CA mit OD parallel, und ſetze DB auf OD ſenkrecht, ferner ſey CDF $=$ ACD $= \eta$; ſo iſt BD $= b \sin\eta$, und BC $= b \cos\eta$, mithin OB $= \sqrt{(a^2 + b^2 \sin\eta^2)}$. Im Dreyeck OBC aber findet man $\tan BOC = \frac{BC \sin ABO}{OB + BC \cos ABO}$, (262 §. Geom.) und es iſt $\sin ABO = \sin BOD = \frac{BD}{OB}$, $\cos ABO = \cos BOD = \frac{OD}{OB}$, alſo auch $\tan BOC = \frac{BC \,.\, BD}{OB^2 + BC \,.\, OD}$, oder $\tan BOC$

=

$= \frac{b^2 \sin\eta \cos\eta}{a^2 + b^2 \sin\eta^2 + ab \,.\, \cos\eta}$. Eben dieſe Formul verwandelt ſich auch in folgende: tang BOC $= \frac{(b^2 : a^2) \sin\eta \cos\eta}{1 + (b : a) \cos\eta + (b^2 : a^2) \sin\eta^2}$, und daraus folgt, daß allemahl tang BOC $< \frac{b^2}{a^2}$ ſey, was auch CD gegen OD für eine Lage haben mag. Wenn nun OD mehr denn 100mahl gröſſer, als CD iſt, ſo hat man tang BOC < 0,0001, und die Tangente eines Winkels von ½ Minute iſt = 0,0001454: demnach iſt BOC ein Winkel von nicht völlig einer halben Minute, wenn die Entfernung OD des dem Auge O am nächſten liegenden Endpuncts D der graden Linie CD vom Auge mehr denn 100mahl gröſſer als ihre Länge CD iſt. Alsdenn unterſcheidet das Auge die Entfernung BC nicht mehr, und es hat einerley Empfindung, es mag die auf OD ſenkrechte grade Linie BD, welche mit CD zwiſchen einerley Parallellinien liegt, oder die geneigte Linie CD betrachten.

Wenn OE den Winkel DOC halbirt, ſo ſcheint E die Mitte der Linie CD zu ſeyn: eigentlich aber iſt CE : ED = OC : OD (178 §. Geomet.) = ſin ODC : ſin OCD, oder CE : ED = $\sin\eta : \sin\zeta$, alſo b : DE = $\sin\eta + \sin\zeta : \sin\zeta$ und b : CE = $\sin\eta + \sin\zeta : \sin\eta$, mithin DE $= \frac{b \sin\zeta}{\sin\eta + \sin\zeta} = b : \left(1 + \frac{\sin\eta}{\sin\zeta}\right)$, CE $= \frac{b \sin\eta}{\sin\eta + \sin\zeta} = b : \left(1 + \frac{\sin\zeta}{\sin\eta}\right)$. Beyde kommen dem Werth

$\frac{1}{2}b$ deſto näher, je mehrmahl CD in OD enthalten iſt, weil CO und DO der parallelen Lage deſto näher kommen, alſo OCD $= \zeta$ ſich der Ergänzung des Winkels ODC $= \eta$ zu $180°$ deſto mehr nähert.

---

33. §.

7 Fig. Um den Mittelpunct C ſtelle man ſich eine Kugel vor, das Auge ſtehe in O, und die Kugel ſey mit einer Ebene durch die gegen ihren Mittelpunct gerichtete Geſichtsaxe OC geſchnitten, welche den gröſten Kreis EADF giebt: überdem ſey DE der Durchmeſſer eines andern gröſten Kreiſes der Kugel EADF, deſſen Ebene auf CO ſenkrecht iſt. Wird alsdenn der Kugel Halbmeſſer CD $=$ CH $= r$, die Entfernung CO $= a$, der Kugel ſcheinbarer Halbmeſſer COH $= \varphi$, der Fläche des gröſten Kreiſes DE ſcheinbarer Halbmeſſer COD $= \psi$ geſetzt: ſo iſt $\sin\varphi = \frac{r}{a}$, $\cos\varphi = \frac{\sqrt{(a^2 - r^2)}}{a}$, und $\sin\psi = \frac{r}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$, $\cos\psi = \frac{a}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$. Demnach findet man $\sin(\varphi - \psi) = \sin\varphi \cos\psi - \cos\varphi \sin\psi$ (233 §. Geom.) $= \frac{r(a - \sqrt{(a^2 - r^2)})}{a\sqrt{(a^2 + r^2)}}$. Es iſt aber $\sqrt{(a^2 - r^2)}$ oder $\sqrt{(a + r)(a - r)} > (a - r)$, alſo $a - \sqrt{(a^2 - r^2)} < a - (a - r)$, oder $a - \sqrt{(a^2 - r^2)} < r$, folglich $\frac{a - \sqrt{(a^2 + r^2)}}{\sqrt{(a^2 + r^2)}} < \frac{r}{a}$, und $\sin(\varphi - \psi)$, oder $\sin$ DOH $< \frac{r^2}{a^2}$. Nun ſey $a = 100 \,.\, r$, ſo iſt $\sin$ DOH $< 0{,}0001$, mithin

DOH

DOH < $\frac{1}{2}$ Minute, und das Auge empfindet den Unterſcheid der beyden ſcheinbaren Halbmeſſer nicht mehr. Wenn demnach der Mittelpunct einer Kugel um mehr denn hundert ihrer Halbmeſſer vom Auge entfernt iſt, ſo erſcheint die Kugel eben ſo groß, als die Fläche ihres gröſten Kreiſes in eben der Entfernung erſcheinen würde, wenn die Geſichtsaxe grade gegen ſeinen Mittelpunct gerichtet wäre.

Wenn eine Kreisfläche mit der Kugel von einerley Halbmeſſer AG = CD in A die Kugel berührte, ſo wäre ihr ſcheinbarer Halbmeſſer = AOG. Dieſer ſey = ω, ſo iſt $\sin\omega = \frac{r}{\surd((a-r)^2 + r^2)}$,

$\cos\omega = \frac{(a-r)}{\surd((a-r)^2 + r^2)}$, mithin $\sin(\omega - \psi)$ $= \sin\omega \cos\psi - \cos\omega \sin\psi =$

$\frac{r^2}{\surd(a^2 + r^2)\surd((a-r)^2 + r^2)}$, und man findet $\sin(\omega - \psi) < \frac{r^2}{(a-r)^2}$. Bey der Vorausſetzung $a = 100 . r$, wird $\frac{r}{a-r} = \frac{1}{99}$, und $\frac{r^2}{(a-r)^2}$ $= \frac{1}{9801} = 0{,}00010203$, alſo der Winkel $\omega - \psi$ = DOG ebenfalls noch kleiner, als $\frac{1}{2}$ Minute. Um ſo mehr alſo iſt auch $\omega - \phi$ = HOG < $\frac{1}{2}$ Minute, und daraus folgt, daß die Fläche eines gröſten Kreiſes der Kugel, er mag im Mittelpunct der Kugel die Geſichtsaxe ſenkrecht ſchneiden, oder die Kugel in der Mitte A des dem Auge zugekehrten Segments

berühren, den Auge eben ſo groß als die Kugel ſelbſt erſcheinen würde.

34. §.

7 Fig. Das Auge O, wenn es in der Ebene eines Kreiſes wie EADF ſeine Stelle hat, kann gar nichts von der Ebene deſſelben, ſondern nur einen Bogen LAH ſeiner Peripherie überſehen, den die gegen den Mittelpunct C gerichtete Geſichtsaxe in A halbirt. Man nehme von der Mitte dieſes Bogens A nach L oder H zu einen Bogen AM von willkührlicher Gröſſe, der jedoch kleiner, als AH oder AL iſt, und ſetze den Winkel OCM $= \eta$, ſo iſt OM $= \surd (a^2 - 2ar \operatorname{coſ}\eta + r^2)$

und ſin COM $= \dfrac{r \operatorname{ſin}\eta}{\surd (a^2 - 2ar \operatorname{coſ}\eta + r^2)}$,

coſ COM $= \dfrac{a - r \operatorname{coſ}\eta}{\surd (a^2 - 2ar \operatorname{coſ}\eta + r^2)}$. Die grade Linie KB berühre den Kreis in A, und MP ſey mit OC parallel; ſo iſt AP $=$ MQ $= r \operatorname{ſin}\eta$, und ſin AOP $= \dfrac{r \operatorname{ſin}\eta}{\surd ((a-r)^2 + r^2 \operatorname{ſin}\eta^2)}$, coſ AOP $=$

$\dfrac{a - r}{\surd ((a-r)^2 + r^2 \operatorname{ſin}\eta^2)}$: daraus findet man

ſinMOP $=$ ſin(AOP $-$ COM) $=$ ſinAOP coſCOM $-$ coſAOP ſinCOM, alſo ſin MOP $=$

$$\frac{r^2 \operatorname{ſin}\eta\,(1 - \operatorname{coſ}\eta)}{\surd (a^2 - 2ar \operatorname{coſ}\eta + r^2)\,((a-r)^2 + r^2 \operatorname{ſin}\eta^2)},$$

oder auch ſin MOP $=$

$$\frac{r^2 \operatorname{ſin}\eta \operatorname{ſinv}.\eta}{\surd ((a - r \operatorname{coſ}\eta)^2 + r^2 \operatorname{ſin}\eta^2)\,((a-r)^2 + r^2 \operatorname{ſin}\eta^2)}.$$

Dem-

Demnach iſt ſin MOP allemahl kleiner als

$\frac{rr}{(a - r\cos\eta)(a - r)}$, und weil $a - r\cos\eta > a - r$

iſt, ſo iſt auch $\frac{rr}{(a - r\cos\eta)(a - r)} < \frac{rr}{(a - r)^2}$,

mithin allemahl ſin MOP $< \frac{r^2}{(a - r)^2}$. Bey der vorhin ſchon angenommenen Vorausſetzung $a = 100 . r$, iſt alſo allemahl MOP $< \frac{1}{2}$ Minute, wo auch M in dem Bogen genommen wird, den das Auge überſehen kann. Das Auge unterſcheidet alſo die Entfernung MP, ſo wie auch noch die Entfernungen LR, HS nicht, wenn M in L oder H genommen wird, und es hat einerley Empfindung, es mag den Bogen LAH oder die Tangente RS zwiſchen den Parallellinien LR, HS ſehen.

Wenn man ſich um C eine um mehr denn 100 ihrer Halbmeſſer vom Auge O entfernte Kugel vorſtellet, ſo ſchneidet jede Ebene durch die Geſichtsaxe dieſe Kugel in einem gröſten Kreiſe, wie AEFD, und das Auge unterſcheidet die Krümmungen dieſer Kreiſe, mithin auch die Krümmung der Kugelfläche ſelbſt nicht. Der Bogen LAH wird für alle dieſe Kreiſe ſehr nahe ein Halbkreis, das Auge überſiehet beynahe eine Halbkugel, und es hat einerley Empfindung, es mag die Kugel ſelbſt betrachten, oder eine kreisförmige Ebene, welche die Kugel in der Mitte des dem Auge zugekehrten Segments berührt, und mit der Kugel einerley Halbmeſſer hat. Eben ſo würde auch der im Mittelpunct der Kugel auf der Geſichtsaxe ſenkrechte Kreis erſcheinen, wenn die vordere dem

Auge zugekehrte Halbkugel weggenommen wäre. (33. §.)

35. §.

7 Fig. Wenn gleich LAH kein Kreisbogen, ſondern eine andre krumme oder gebrochene Linie wäre, von welcher Geſtalt man will; ſo würde es doch allemahl eine gewiſſe Entfernung des Auges geben, wobey die Winkel MOP, LOR, dem Auge unempfindlich werden. Allemahl iſt $\sin AOP = \frac{AP}{\sqrt{(AO^2 + AP^2)}}$, $\cos AOP = \frac{AO}{\sqrt{(AO^2 + AP^2)}}$, und $\sin AOM = \frac{AP}{\sqrt{((AO + PM)^2 + AP^2)}}$, $\cos AOM = \frac{AO + PM}{\sqrt{((AO + PM)^2 + AP^2)}}$: mithin findet man $\sin MOP =$

$$\frac{AP \,.\, PM}{\sqrt{(AO^2 + AP^2)}\ \sqrt{((AO + PM)^2 + AP^2)}}.$$

Aus der Natur der Linie HAML muß ſich ergeben, wie AP und PM von einander abhängen, da dann RL aus PM, und AR aus AP wird, wenn man M in L nimmt, oder in der Gränze desjenigen Theils der krummen Linie, die das Auge überſehen kann. Es ſey $RL = n \,.\, AR$, ſo wird $\sin LOR =$

$$\frac{n \,.\, AR^2}{\sqrt{(AO^2 + AR^2)}\ \sqrt{((AO + RL)^2 + AR^2)}},$$

mit=

mithin ſin LOR $< \frac{n\,AR^2}{AO^2}$ oder ſin LOR $<$ $\frac{AR\,.\,RL}{AO^2}$. Allemahl aber kann die Entfernung AO ſo groß werden, daß der Bruch $\frac{AR\,.\,RL}{AO^2}$ kleiner als eine halbe Minute wird: demnach giebt es allemahl eine gewiſſe Entfernung des Auges, in der die Figur wie eine grade Linie erſcheint, wenn das Auge in der Ebene dieſer Figur befindlich iſt.

36. §.

Wie eine ebene Figur BEDF dem Auge O erſcheinen müſſe, wenn daſſelbe nicht in der Ebene der Figur befindlich iſt, ſolches kommt auf die Lage des Auges gegen die Ebene, und die Entfernung deſſelben an. Es ſey C derjenige Punct der Figur, welchen die Geſichtsaxe trift, und OCA die Ebene ihres Neigungswinkels gegen die Ebene der Figur BEDF, mithin BOD der ſcheinbare Durchmeſſer in dieſer Ebene genommen. Wenn nun die Geſtalt und Gröſſe der Figur, auch ihre Lage gegen die Geſichtsaxe, und die Entfernung des Auges CO bekannt iſt; ſo ſind CB, CD und ACO bekannt, und daraus kann man COB und COD, mithin auch BOD finden. Wenn alsdenn EF ein andrer Durchmeſſer der Figur iſt, der BD unter dem bekannten Winkel BCE ſchneidet; ſo ſchlieſſen die drey Ebenen BCO, BCE, OCE, an der Spitze C ein körperliches Dreyeck ein, und die körperliche Trigonometrie lehrt, wie man aus den Seitenflächen BCO, BCE, und dem Winkel, welchen 11 Fig.

daß dem Auge der Geſichtskreis auf der Ebene kaum merklich gröſſer als auf der ſphäriſchen Erde erſcheinen würde.

30. §.

8 Fig. Wenn eine lange Reihe ſichtbarer Gegenſtände, z. E. eine Reihe von Wolken LM, vom Auge weiter, als die ſcheinbare Gränze des Horizonts entfernt iſt; ſo erſcheinen alle, wie A, C, E, in der Gränze des Geſichtskreiſes bey *a*, *c*, *e*. Wenn überdem dieſe Reihe von Gegenſtänden eine etwas beträchtliche Höhe hat; ſo erſcheint die dem Auge am nächſten liegende Stelle CD am gröſten in *cd*, die übrigen zu beyden Seiten aber, wie AB, EF, deſto kleiner in *ab*, *ef*, je weiter ſie vom Auge entfernt ſind. Dieſemnach ſcheint auch die höchſte Gränze BDF dieſer Gegenſtände im Bogen *bdf* zu ſtehen, und die lothrechten Höhen AB, CD, EF, ſcheinen in *ab*, *cd*, *ef*, ſich deſto mehr gegen die durch O gezogene Scheitellinie zu krümmen, je gröſſer dieſe Höhen ſind. Zur Erläuterung deſſen dienen die Erſcheinungen eines Nordlichts, der helle Bogen um die alsdenn gewöhnlich im Norden ſtehende dunkle Wolke, und die aus demſelben aufwärts ſchieſſenden Strahlen, die ſich insgeſammt gegen die Scheitellinie zu krümmen ſcheinen.

9 Fig. Eine lange Reihe von Wolken FEDZABC, die grade über unſerm Haupte parallel mit dem Horizont GH ausgebreitet iſt, erſcheint an ihren äuſſerſten Enden F und C deſto niedriger, je weiter ſie zu beyden Seiten auch über F und C hinaus fortlaufen, weil die Winkel HOC, GOF, deſto kleiner werden. Demnach krümmet ſich eine ſolche Reihe ebenfalls in einen Bogen gegen den Horizont, und ſo begreift man, wenn die Wolken über unſerm Haupt nach allen Sei-

ten

ten parallel mit dem Horizont ausgebreitet ſind, daß der Himmel wie ein Gewölbe erſcheinen müſſe. Ob übrigens dieſe ſcheinbare Geſtalt des Himmels kugelförmig ſey, oder ob ſich ihre Krümmung vom Scheitelpunct gegen den Horizont zu nach einem andern Geſetze richte? das dürfte vielleicht für jede den Himmel betrachtende Perſon von mehreren Nebenumſtänden abhängen. Des Nachts bey klarer und heiterer Luft ſcheinen die Sterne insgeſamt vom Auge gleich weit entfernt zu ſeyn, weil wir den Unterſcheid ihrer Entfernungen nicht wahrnehmen können, und dies dürfte wohl die Vorſtellung einer Halbkugel erregen, an deren innern hohlen Fläche die Sterne gleichſam angeheftet ſcheinen. Des H. Robert Smiths Gedanken hievon mit einigen Erinnerungen, die H. Hofrath Käſtner beygefüget hat, findet man im Smithſchen Lehrbegriff der Optik im 1 Buch, 5 Cap. 162-164 §. 55-58 S. der Ueberſetzung.

Der III. Abſchnitt.

Von der ſcheinbaren Geſtalt entfernter Gegenſtände.

31. §.

Eine grade Linie DF, die eine ſolche Lage gegen das Auge O hat, daß ſie verlängert den Mittelpunct des Sterns im Auge treffen würde, erſcheint demſelben wie ein einziger Punct. Dreyet ſich dieſe Linie um denjenigen Endpunct D kreisförmig, welcher dem 10 Fig.

Auge

Auge O am nächſten iſt; ſo iſt der Winkel ODC anfangs ſtumpf, FDC aber ſpitz, und der Sehewinkel DOC wächſt. Ueberdem iſt anfangs auch OCD $= 0$, ſo lange DC noch die Lage DF hat, und OCD wächſt mit FDC von 0° bis 180°. Setzt man OD $= a$, DC $= b$, DOC $= \varphi$, OCD $= \zeta$, ſo iſt $\sin\varphi = \frac{b \sin\zeta}{a}$, und $\sin\varphi$, alſo auch der Winkel φ, iſt am gröſten, wenn $\zeta = 90°$ wird. Alsdenn iſt $\sin\varphi = \frac{b}{a} = \cos ODC$, mithin $\sin ODC = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$, und in dieſer Lage gegen OD erſcheint DC am gröſten. Uebrigens iſt $\sin\zeta = \frac{a \sin ODC}{\sqrt{(a^2 - 2ab \cos ODC + b^2)}}$, alſo $\sin\varphi = \frac{b \sin ODC}{\sqrt{(a^2 - 2ab \cos ODC + b^2)}}$.

32. §.

10 Fig. Durch C ziehe man CA mit OD parallel, und ſetze DB auf OD ſenkrecht, ferner ſey CDF $=$ ACD $= \eta$; ſo iſt BD $= b \sin\eta$, und BC $= b \cos\eta$, mithin OB $= \sqrt{(a^2 + b^2 \sin\eta^2)}$. Im Dreyeck OBC aber findet man $\tang BOC = \frac{BC \sin ABO}{OB + BC \cos ABO}$, (262 §. Geom.) und es iſt $\sin ABO = \sin BOD = \frac{BD}{OB}$, $\cos ABO = \cos BOD = \frac{OD}{OB}$, alſo auch $\tang BOC = \frac{BC \cdot BD}{OB^2 + BC \cdot OD}$, oder tang BOC =

$= \frac{b^2 \sin \eta \cos \eta}{a^2 + b^2 \sin \eta^2 + ab \cdot \cos \eta}$. Eben dieſe Formul verwandelt ſich auch in folgende: tang BOC $= \frac{(b^2 : a^2) \sin \eta \cos \eta}{1 + (b : a) \cos \eta + (b^2 : a^2) \sin \eta^2}$, und daraus folgt, daß allemahl tang BOC $< \frac{b^2}{a^2}$ ſey, was auch CD gegen OD für eine Lage haben mag. Wenn nun OD mehr denn 100mahl gröſſer, als CD iſt, ſo hat man tang BOC $<$ 0,0001, und die Tangente eines Winkels von $\frac{1}{2}$ Minute iſt = 0,0001454: demnach iſt BOC ein Winkel von nicht völlig einer halben Minute, wenn die Entfernung OD des dem Auge O am nächſten liegenden Endpuncts D der graden Linie CD vom Auge mehr denn 100mahl gröſſer als ihre Länge CD iſt. Alsdenn unterſcheidet das Auge die Entfernung BC nicht mehr, und es hat einerley Empfindung, es mag die auf OD ſenkrechte grade Linie BD, welche mit CD zwiſchen einerley Parallellinien liegt, oder die geneigte Linie CD betrachten.

Wenn OE den Winkel DOC halbirt, ſo ſcheint E die Mitte der Linie CD zu ſeyn: eigentlich aber iſt CE : ED = OC : OD (178 §. Geomet.) = ſin ODC : ſin OCD, oder CE : ED = ſin η : ſin ζ, alſo b : DE = ſin η + ſin ζ : ſin ζ und b : CE = ſin η + ſin ζ : ſin η, mithin DE $= \frac{b \sin \zeta}{\sin \eta + \sin \zeta} = b : \left(1 + \frac{\sin \eta}{\sin \zeta}\right)$, CE $= \frac{b \sin \eta}{\sin \eta + \sin \zeta} = b : \left(1 + \frac{\sin \zeta}{\sin \eta}\right)$. Beyde kommen dem Werth

$\frac{1}{2}b$ deſto näher, je mehrmahl CD in OD enthalten iſt, weil CO und DO der parallelen Lage deſto näher kommen, alſo OCD $= \zeta$ ſich der Ergänzung des Winkels ODC $= \eta$ zu $180°$ deſto mehr nähert.

33. §.

7 Fig. Um den Mittelpunct C ſtelle man ſich eine Kugel vor, das Auge ſtehe in O, und die Kugel ſey mit einer Ebene durch die gegen ihren Mittelpunct gerichtete Geſichtsaxe OC geſchnitten, welche den gröſten Kreis EADF giebt: überdem ſey DE der Durchmeſſer eines andern gröſten Kreiſes der Kugel EADF, deſſen Ebene auf CO ſenkrecht iſt. Wird alsdenn der Kugel Halbmeſſer CD $=$ CH $= r$, die Entfernung CO $= a$, der Kugel ſcheinbarer Halbmeſſer COH $= \phi$, der Fläche des gröſten Kreiſes DE ſcheinbarer Halbmeſſer COD $= \psi$ geſetzt: ſo iſt $\sin\phi = \frac{r}{a}$, $\cos\phi = \frac{\sqrt{(a^2 - r^2)}}{a}$, und $\sin\psi =$

$\frac{r}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$, $\cos\psi = \frac{a}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$. Demnach findet man $\sin(\phi - \psi) = \sin\phi \cos\psi - \cos\phi \sin\psi$ (233 §. Geom.) $= \frac{r(a - \sqrt{(a^2 - r^2)})}{a\sqrt{(a^2 + r^2)}}$. Es iſt aber $\sqrt{(a^2 - r^2)}$ oder $\sqrt{(a + r)(a - r)} > (a - r)$, alſo $a - \sqrt{(a^2 - r^2)} < a - (a - r)$, oder $a - \sqrt{(a^2 - r^2)} < r$, folglich $\frac{a - \sqrt{(a^2 + r^2)}}{\sqrt{(a^2 + r^2)}} < \frac{r}{a}$,

und $\sin(\phi - \psi)$, oder $\sin$ DOH $< \frac{r^2}{a^2}$. Nun ſey $a = 100 . r$, ſo iſt $\sin$ DOH $< 0{,}0001$, mithin

DOH

DOH $< \frac{1}{2}$ Minute, und das Auge empfindet den Unterſcheid der beyden ſcheinbaren Halbmeſſer nicht mehr. Wenn demnach der Mittelpunct einer Kugel um mehr denn hundert ihrer Halbmeſſer vom Auge entfernt iſt, ſo erſcheint die Kugel eben ſo groß, als die Fläche ihres gröſten Kreiſes in eben der Entfernung erſcheinen würde, wenn die Geſichtsaxe grade gegen ſeinen Mittelpunct gerichtet wäre.

Wenn eine Kreisfläche mit der Kugel von einerley Halbmeſſer AG = CD in A die Kugel berührte, ſo wäre ihr ſcheinbarer Halbmeſſer = AOG. Dieſer ſey $= \omega$, ſo iſt $\sin\omega = \frac{r}{\sqrt{((a-r)^2 + r^2)}}$,

$\cos\omega = \frac{(a-r)}{\sqrt{((a-r)^2 + r^2)}}$, mithin $\sin(\omega - \psi)$ $= \sin\omega \cos\psi - \cos\omega \sin\psi =$

$\frac{r^2}{\sqrt{(a^2 + r^2)}\sqrt{((a-r)^2 + r^2)}}$, und man findet

$\sin(\omega - \psi) < \frac{r^2}{(a-r)^2}$. Bey der Vorausſetzung $a = 100 . r$, wird $\frac{r}{a-r} = \frac{1}{99}$, und $\frac{r^2}{(a-r)^2}$ $= \frac{1}{9801} = 0{,}00010203$, alſo der Winkel $\omega - \psi =$ DOG ebenfalls noch kleiner, als $\frac{1}{2}$ Minute. Um ſo mehr alſo iſt auch $\omega - \phi =$ HOG $< \frac{1}{2}$ Minute, und daraus folgt, daß die Fläche eines gröſten Kreiſes der Kugel, er mag im Mittelpunct der Kugel die Geſichtsaxe ſenkrecht ſchneiden, oder die Kugel in der Mitte A des dem Auge zugekehrten Segments

berühren, den Auge eben ſo groß als die Kugel ſelbſt erſcheinen würde.

34. §.

7 Fig. Das Auge O, wenn es in der Ebene eines Kreiſes wie EADF ſeine Stelle hat, kann gar nichts von der Ebene deſſelben, ſondern nur einen Bogen LAH ſeiner Peripherie überſehen, den die gegen den Mittelpunct C gerichtete Geſichtsaxe in A halbirt. Man nehme von der Mitte dieſes Bogens A nach L oder H zu einen Bogen AM von willkührlicher Gröſſe, der jedoch kleiner, als AH oder AL iſt, und ſetze den Winkel OCM $= \eta$, ſo iſt OM $= \sqrt{(a^2 - 2ar \operatorname{coſ} \eta + r^2)}$ und

$$\operatorname{ſin} COM = \frac{r \operatorname{ſin} \eta}{\sqrt{(a^2 - 2ar \operatorname{coſ} \eta + r^2)}},$$

$$\operatorname{coſ} COM = \frac{a - r \operatorname{coſ} \eta}{\sqrt{(a^2 - 2ar \operatorname{coſ} \eta + r^2)}}.$$

Die grade Linie KB berühre den Kreis in A, und MP ſey mit OC parallel; ſo iſt AP $=$ MQ $= r \operatorname{ſin} \eta$, und ſin AOP

$$= \frac{r \operatorname{ſin} \eta}{\sqrt{((a-r)^2 + r^2 \operatorname{ſin} \eta^2)}}, \quad \operatorname{coſ} AOP = \frac{a - r}{\sqrt{((a-r)^2 + r^2 \operatorname{ſin} \eta^2)}}:$$

daraus findet man

ſin MOP $=$ ſin (AOP $-$ COM) $=$ ſin AOP coſ COM $-$ coſ AOP ſin COM, alſo ſin MOP $=$

$$\frac{r^2 \operatorname{ſin} \eta \, (1 - \operatorname{coſ} \eta)}{\sqrt{(a^2 - 2ar \operatorname{coſ} \eta + r^2)\,((a-r)^2 + r^2 \operatorname{ſin} \eta^2)}},$$

oder auch ſin MOP $=$

$$\frac{r^2 \operatorname{ſin} \eta \operatorname{ſin} v.\, \eta}{\sqrt{((a - r \operatorname{coſ} \eta)^2 + r^2 \operatorname{ſin} \eta^2)\,((a-r)^2 + r^2 \operatorname{ſin} \eta^2)}}.$$

Dem-

Demnach iſt ſin MOP allemahl kleiner als $\frac{rr}{(a - r \cos\eta)(a - r)}$, und weil $a - r \cos\eta > a - r$ iſt, ſo iſt auch $\frac{rr}{(a - r \cos\eta)(a - r)} < \frac{rr}{(a - r)^2}$, mithin allemahl $\sin MOP < \frac{r^2}{(a - r)^2}$. Bey der vorhin ſchon angenommenen Vorausſetzung $a = 100 . r$, iſt alſo allemahl MOP < $\frac{1}{2}$ Minute, wo auch M in dem Bogen genommen wird, den das Auge überſehen kann. Das Auge unterſcheidet alſo die Entfernung MP, ſo wie auch noch die Entfernungen LR, HS nicht, wenn M in L oder H genommen wird, und es hat einerley Empfindung, es mag den Bogen LAH oder die Tangente RS zwiſchen den Parallellinien LR, HS ſehen.

Wenn man ſich um C eine um mehr denn 100 ihrer Halbmeſſer vom Auge O entfernte Kugel vorſtellet, ſo ſchneidet jede Ebene durch die Geſichtsaxe dieſe Kugel in einem gröſten Kreiſe, wie AEFD, und das Auge unterſcheidet die Krümmungen dieſer Kreiſe, mithin auch die Krümmung der Kugelfläche ſelbſt nicht. Der Bogen LAH wird für alle dieſe Kreiſe ſehr nahe ein Halbkreis, das Auge überſiehet beynahe eine Halbkugel, und es hat einerley Empfindung, es mag die Kugel ſelbſt betrachten, oder eine kreisförmige Ebene, welche die Kugel in der Mitte des dem Auge zugekehrten Segments berührt, und mit der Kugel einerley Halbmeſſer hat. Eben ſo würde auch der im Mittelpunct der Kugel auf der Geſichtsaxe ſenkrechte Kreis erſcheinen, wenn die vordere dem

Auge zugekehrte Halbkugel weggenommen wäre. (33. §.)

35. §.

7 Fig. Wenn gleich LAH kein Kreisbogen, ſondern eine andre krumme oder gebrochene Linie wäre, von welcher Geſtalt man will; ſo würde es doch allemahl eine gewiſſe Entfernung des Auges geben, wobey die Winkel MOP, LOR, dem Auge unempfindlich werden. Allemahl iſt $\sin AOP = \frac{AP}{\sqrt{(AO^2 + AP^2)}}$, $\cos AOP = \frac{AO}{\sqrt{(AO^2 + AP^2)}}$, und $\sin AOM = \frac{AP}{\sqrt{((AO + PM)^2 + AP^2)}}$, $\cos AOM = \frac{AO + PM}{\sqrt{((AO + PM)^2 + AP^2)}}$: mithin findet man

$$\sin MOP = \frac{AP \,.\, PM}{\sqrt{(AO^2 + AP^2)}\,\sqrt{((AO + PM)^2 + AP^2)}}.$$

Aus der Natur der Linie HAML muß ſich ergeben, wie AP und PM von einander abhängen, da dann RL aus PM, und AR aus AP wird, wenn man M in L nimmt, oder in der Gränze desjenigen Theils der krummen Linie, die das Auge überſehen kann. Es ſey $RL = n \,.\, AR$, ſo wird $\sin LOR =$

$$\frac{n \,.\, AR^2}{\sqrt{(AO^2 + AR^2)}\,\sqrt{((AO + RL)^2 + AR^2)}},$$

mit=

mithin $\sin LOR < \frac{n\,AR^2}{AO^2}$ oder $\sin LOR < \frac{AR\,.\,RL}{AO^2}$. Allemahl aber kann die Entfernung AO ſo groß werden, daß der Bruch $\frac{AR\,.\,RL}{AO^2}$ kleiner als eine halbe Minute wird: demnach giebt es allemahl eine gewiſſe Entfernung des Auges, in der die Figur wie eine grade Linie erſcheint, wenn das Auge in der Ebene dieſer Figur befindlich iſt.

36. §.

Wie eine ebene Figur BEDF dem Auge O erſcheinen müſſe, wenn daſſelbe nicht in der Ebene der Figur befindlich iſt, ſolches kommt auf die Lage des Auges gegen die Ebene, und die Entfernung deſſelben an. Es ſey C derjenige Punct der Figur, welchen die Geſichtsaxe trift, und OCA die Ebene ihres Neigungswinkels gegen die Ebene der Figur BEDF, mithin BOD der ſcheinbare Durchmeſſer in dieſer Ebene genommen. Wenn nun die Geſtalt und Gröſſe der Figur, auch ihre Lage gegen die Geſichtsaxe, und die Entfernung des Auges CO bekannt iſt; ſo ſind CB, CD und ACO bekannt, und daraus kann man COB und COD, mithin auch BOD finden. Wenn alsdenn EF ein andrer Durchmeſſer der Figur iſt, der BD unter dem bekannten Winkel BCE ſchneidet; ſo ſchlieſſen die drey Ebenen BCO, BCE, OCE, an der Spitze C ein körperliches Dreyeck ein, und die körperliche Trigonometrie lehrt, wie man aus den Seitenflächen BCO, BCE, und dem Winkel, welchen

11 Fig.

ſie an CB einſchlieſſen, die dritte Seitenfläche OCE finden könne. Aus dieſem Winkel OCE, und den Seiten CO, CE kann ferner COE und eben ſo COF, mithin auch EOF gefunden werden.

37. §.

12 Fig. Wenn BEDF ein Kreis, und die Geſichtsaxe OC gegen des Kreiſes Mittelpunct gerichtet, ACO aber ihr Neigungswinkel gegen die Ebene des Kreiſes iſt; ſo ſey des Kreiſes Halbmeſſer $= r$, die Entfernung CO $= a$, der Neigungswinkel ACO $= \eta$. Das giebt $\text{ſin}\,COB = \frac{r\,\text{ſin}\,\eta}{\sqrt{(a^2 - 2ar\,\text{coſ}\,\eta + r^2)}}$, $\text{coſ}\,COB = \frac{a - r\,\text{coſ}\,\eta}{\sqrt{(a^2 - 2ar\,\text{coſ}\,\eta + r^2)}}$, ſin COD $= \frac{r\,\text{ſin}\,\eta}{\sqrt{(a^2 + 2ar\,\text{coſ}\,\eta + r^2)}}$, coſ COD $= \frac{a + r\,\text{coſ}\,\eta}{\sqrt{(a^2 + 2ar\,\text{coſ}\,\eta + r^2)}}$, mithin ſin BOD $=$ ſin COB coſ COD $+$ coſ COB ſin COD $= \frac{2ar\,\text{ſin}\,\eta}{\sqrt{((a^2 + r^2)^4 - 4a^2 r^2\,\text{coſ}\,\eta^2)}}$, und coſ BOD $=$ coſ COB coſ COD $-$ ſin COB ſin COD (233 §. Geom.) $= \frac{a^2 - r^2}{\sqrt{((a^2 + r^2)^4 - 4a^2 r^2\,\text{coſ}\,\eta^2)}}$, alſo tang BOD $= \frac{\text{ſin}\,BOD}{\text{coſ}\,BOD}$ (232 §. Geom.) $= \frac{2ar\,\text{ſin}\,\eta}{a^2 - r^2}$. Ferner ſey der Durchmeſſer EF auf BD ſenk-

ſenkrecht, ſo iſt er zugleich auf der Ebene BOD ſenkrecht, (288 §. Geom.) und OCE, OCF ſind rechte Winkel. Demnach iſt COF = COE, und man hat $\sin COE = \sin COF = \frac{r}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$,

$\cos COE = \frac{a}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$, alſo $\sin EOF =$

$2 \sin COE . \cos COE$ (234 §. Geom.) $= \frac{2ar}{a^2 + r^2}$,

$\cos EOF = \cos COE^2 - \sin COE^2$ (234 §. Geom.)

$= \frac{a^2 - r^2}{a^2 + r^2}$, alſo $\tang EOF = \frac{\sin EOF}{\cos EOF} = \frac{2ar}{a^2 - r^2}$.

Die Vergleichung ergiebt, daß tang EOF > tang BOD, alſo EOF > BOD ſey, mithin der Durchmeſſer EF gröſſer als BD erſcheine.

Auch ohne weitere Rechnung überſiehet man, daß die ſcheinbaren Durchmeſſer GOH wachſen, wenn der Winkel BCG wächſt, bis GH mit EF zuſammen fällt. Der Kreis muß alſo länglicht rund erſcheinen, und zwar deſto mehr, je kleiner der Winkel ACO = η iſt, weil nemlich BOD deſto kleiner gegen EOF wird.

38. §

Wir ſehen nur die Oberfläche der Körper, und dieſe nie auf einmahl ganz, ſondern nur ein Stück davon, das dem Auge zugekehrt iſt. Dieſe dem Auge zugekehrte Vorderfläche des Körpers kann eine ſehr mannigfaltige Geſtalt haben, ſie kann eben, gebrochen oder wie man will gekrümmt ſeyn. Daher kommt die Frage: wie ein Körper von gegebener Geſtalt und Gröſſe dem Auge erſcheine, deſſen Lage und

Entfernung vom Auge bekannt iſt? auf die Beantwortung der Frage an: wie dasjenige Stück der dem Auge zugekehrten Fläche des Körpers erſcheine, was innerhalb der optiſchen Pyramide liegt, wovon die Spitze im Auge iſt, der Umfang aber die äuſſern ſichtbaren Gränzen des Körpers berührt? Iſt die Geſichtsaxe ſenkrecht gegen die Mitte eines Würfels gerichtet, ſo erſcheint der Würfel wie ein Quadrat, denn das Ange kann nur eine einzige Seitenfläche überſehen. Wenn aber die Geſichtsaxe mit der Diagonallinie des Würfels zuſammen fällt, ſo kann das Auge drey Seitenflächen des Würfels überſehen, die gegen die Geſichtsaxe einerley Lage haben, mithin auch einerley Geſtalt zu haben ſcheinen. Daß hiebey eine groſſe Mannigfaltigkeit ſtatt haben könne, ſiehet man leicht: indeſſen mag der Körper, wie er wolle geſtaltet ſeyn, ſo läßt ſich doch auf folgende Art im allgemeinen beurtheilen, unter was für einer Geſtalt derſelbe dem Auge erſcheinen werde.

39. §.

Jede Ebene durch die Geſichtsaxe wird den Körper in einer gewiſſen gebrochenen oder krummen Linie ſchneiden, nachdem derſelbe entweder ebene Seitenflächen hat, oder von einer krummen Fläche begränzt wird. Jede dieſer Durchſchnittslinien wird dem Auge unter einem gewiſſen optiſchen Winkel erſcheinen, wie
7 Fig. HAML, und nachdem dieſe optiſchen Winkel kleiner oder gröſſer ausfallen, nachdem wird auch der Körper ſelbſt weniger oder mehr Ausdehnung zu haben ſcheinen. Weil es nun allemahl eine ſolche Entfernung AO vom Auge giebt, wobey die Linie HAML grade wie RAS erſcheint; ſo erhellet, daß jeder Kör-

per,

per, er ſey übrigens wie man will geſtaltet, in einer gewiſſen Entfernung vom Auge platt, und wie eine ebene Figur erſcheine.

Man ſtelle ſich vor, KG ſey eine Ebene, welche die Geſichtsaxe CA ſenkrecht ſchneidet. Wenn alsdenn von allen Puncten der ſichtbaren Gränze der dem Auge zugekehrten Vorderfläche des Körpers die graden Linien LR, HS auf KG ſenkrecht fallen; ſo liegen die Puncte R, S, worin die ſenkrechten Linien dieſe Ebene treffen, im Umfang einer ebenen Figur, und der Körper erſcheint dem Auge, wenn die Entfernung deſſelben vom Auge hinlänglich groß iſt, wie dieſe ebene Figur.

40. §.

Ein grader Cylinder, und ein grades Priſma, wenn die Geſichtsaxe auf der Axe eines ſolchen Körpers in ihrer Mitte ſenkrecht iſt, erſcheinen in groſſer Entfernung dem Auge wie ein Rechteck. Denn die kreisförmigen Grundflächen und alle damit parallelen Schnitte erſcheinen dem Auge um deswillen wie grade Linien, weil ihre Ebenen beynahe durchs Auge gehen, es müſten denn die Körper ſehr hoch ſeyn. Unter eben den Umſtänden erſcheint eine Pyramide, oder ein Kegel, wie ein Dreyeck, und das Auge unterſcheidet in ſo groſſer Entfernung das Priſma nicht vom Cylinder, die Pyramide nicht vom Kegel. Gewöhnlich halten wir entfernte eckigte Körper für runde, wenn das Auge die Ecken nicht mehr unterſcheiden kann, obgleich dergleichen entfernte Körper wirklich wie ebene Flächen erſcheinen. Nur wenn wir ſonſt wiſſen, daß dergleichen platt ſcheinende Gegenſtände Körper ſind, ſo geben wir ihnen nur in unſrer Einbildung, die ſich mit der Empfindung vermiſcht, eine

körperliche Ausdehnung, und halten das platt ſcheinende Priſma für einen Cylinder, die platt ſcheinende Pyramide für einen Kegel. Andre Gründe, und zum Theil merkwürdige Erfahrungen davon, was mit Blindgebohrnen vorgegangen iſt, die ihr Geſicht wieder erlangt haben, können davon Ueberzeugung geben, daß eigentlich alle Körper auch in der gewöhnlichen Entfernung dem Auge platt erſcheinen, und daß wir nur durchs Geſicht mit dem Gefühl verbunden Begriffe von körperlichen Figuren bekommen haben. Mit den Empfindungen des Geſichts ſtellt uns die Einbildungskraft zugleich dasjenige vor, was uns auch ſonſt das Gefühl von eben dem Gegenſtande gelehrt hat, und ſo fällt uns die körperliche Ausdehnung des Gegenſtandes bey, wenn uns gleich das Geſicht denſelben nur wie eine Fläche darſtellet.

41. §.

11 Fig. Es ſey GHIK eine Ebene, welche die optiſche Pyramide OBEDF, wenn das Auge in O befindlich iſt, ſchneidet, und BEDF ſey eine ebene Figur, oder auch ein Körper von was für Geſtalt man will. Nun wird jeder Strahl, der von einem Punct der Ebene oder auch der dem Auge zugekehrten Vorderfläche des Körpers ins Auge kommt, wie BO, die Ebene GHIK in irgend einem Punct *b* treffen, und hindurchgehen, wenn man ſich die Ebene durchſichtig vorſtellt: die Durchſchnittspuncte aller Strahlen aber werden auf der Ebene GHIK den Raum einer ebenen Figur *bedf* einnehmen, die das Auge O völlig eben ſo rührt, wie der Gegenſtand BDEF, es mag derſelbe eine ebene Figur ſeyn, oder eine körperliche Ausdehnung haben. Aus dem 9. 10. und 11. §. weiß man ſchon, daß

jeder Lichtſtrahl das Bild desjenigen Puncts eines ſichtbaren Gegenſtandes, wovon er ausgehet, mit ſich führe. Demnach ſtelle man ſich vor, daß jeder Strahl wie BO, indem er durch die Ebene GHIK durchgehet, in *b* den Punct B abbilde; ſo wird das Auge noch eben ſo gerührt werden, wenn gleich der Punct B weg wäre, das Bild davon *b* aber auf der Ebene GHIK bliebe. Weil es nun mit allen übrigen Strahlen in der optiſchen Pyramide OBEDF eben die Bewandniß hat, ſo folgt daraus, daß die ganze Durchſchnittsfigur *bedf* der optiſchen Pyramide mit der Ebene GHIK das Auge noch eben ſo rühren würde, wenn gleich der betrachtete Gegenſtand BEDF weggenommen würde, vorausgeſetzt, daß die Bilder aller Puncte der dem Auge zugekehrten Fläche auf der Ebene GHIK zurück blieben. Der Erfolg würde eben ſo ſeyn, als wenn die Ebene GHIK durchſichtig wäre, und das Auge den Gegenſtand durch eine durchſichtige Tafel betrachtete.

42. §.

Weil es in Anſehung der Empfindung, die das Auge erhält, gleichgültig iſt, in welchen Punct der Linie OB ſich der Punct B, oder das Bild *b* deſſelben befindet; ſo ergiebt ſich daraus, daß wir eigentlich nicht unmittelbar durchs Geſicht die Entfernungen der um uns her befindlichen Gegenſtände vom Auge warnehmen. Auch bey dem Urtheil über die Entfernungen ſichtbarer Gegenſtände von uns, miſchen ſich die Vorſtellungen ein, die wir ſonſt durchs Gefühl bekommen haben. Von Jugend auf iſt es uns gleichſam natürlich geweſen, in allen ſolchen Fällen, wo

das

das Geſicht allein uns von der Beſchaffenheit eines Gegenſtandes nicht völlig unterrichten würde, das Gefühl zu Hülfe zu nehmen; wir haben beyde Sinne zugleich gebraucht, und wenn nun ein Körper einen dieſer beyden Sinne allein rührt, ſo verbindet unſre Einbildungskraft zugleich mit jener Empfindung eben die Vorſtellung davon, die wir ſonſt durch den andern Sinn bekommen haben. Zur weitern Beſtätigung deſſen dienen die Erfahrungen davon, wie Blindgebohrne, die durchs Staarſtechen zum Gebrauch ihres Geſichts gelangt ſind, anfangs gleichſam haben ſehen lernen müſſen. Im **Smithſchen Lehrbegriff der Optik** nach der Käſtneriſchen Ueberſ. 40 S. 133 §. findet man dergleichen Nachrichten, beſonders von einem Blindgebohrnen in Engelland, der im 12ten Jahr ſeines Alters durch Herrn Cheſelden vom Staar auf den Augen iſt befreyet worden. Als dieſer junge Menſch zuerſt ſahe, wuſte er ſo wenig von Entfernungen zu urtheilen, daß er ſich einbildete, alle Sachen, die er ſähe, berührten ſeine Augen, wie das, was er fühlte, ſeine Haut. Er kannte von keiner Sache die Geſtalt, unterſchied auch keine Sache von der andern, ſie mogte eine noch ſo verſchiedene Geſtalt und Gröſſe haben.

Der

Der IV. Abſchnitt.

Von der ſcheinbaren Lage der Parallaxe, auch von der ſcheinbaren Bewegung.

43. §.

Die Erſcheinung der Lage mehrerer Gegenſtände gegen einander, und die Erſcheinung ihrer Bewegung kommt auſſer andern dabey mit in Erwägung zu ziehenden Umſtänden vornemlich auf den Sehewinkel an, unter welchem das Auge ihre Entfernungen von einander, und von bekannten Gränzen des Raums, worin ſich das Auge befindet, warnehmen kann. Das Auge O befinde ſich mit mehrern ſichtbaren Gegenſtänden A, B, C, D in einerley Ebene; 13
ſo iſt die Stelle des Auges O für eine bekannte Stelle Fig.
zu halten. Wenn überdem die Stelle noch eines andern Puncts A bekannt iſt, ſo iſt zugleich die Lage der graden Linie OA bekannt, und AOB, AOC, AOD ſind die ſcheinbaren Entfernungen der Puncte B, C, D, von A. Eben ſo iſt BOC der Puncte B und C, COD der Puncte C und D ſcheinbare Entfernung von einander. Befände ſich das Auge in einem andern Punct ω der graden Linie OA, ſo wäre $A\omega B$ die ſcheinbare Entfernung des Puncts B von A, und beyde ſcheinbare Entfernungen wären um den Winkel $OB\omega$ verſchieden. Man nennt dieſen Unterſchied zweyer ſcheinbaren Entfernungen, wenn einerley Sache aus zweyen verſchiedenen Stellen geſehen wird, die dieſen Entfernungen zugehörige Parallaxe.

44. §.

44. §.

13 Fig. Die wahre Entfernung $O\omega$ beyder Stellen des Auges, eine von beyden ſcheinbaren Entfernungen AOB, $A\omega B$, eine von beyden wahren Entfernungen OB oder ωB, und die Parallaxe ſind Gröſſen, die ſo von einander abhängen, daß wenn drey davon bekannt ſind, die vierte gefunden werden kann. Man kann $BO\omega$ das parallactiſche Dreyeck nennen: in demſelben iſt die Parallaxe $OB\omega$ ein Winkel, und die entgegengeſetzte Seite $O\omega$ iſt die wahre Entfernung beyder Stellen des Auges. Die gröſſere ſcheinbare Entfernung AOB iſt für dies Dreyeck ein äuſſerer Winkel, die kleinere $A\omega B$ aber ein innerer Winkel: von den wahren Entfernungen OB, ωB, iſt jene OB der kleinern ſcheinbaren Entfernung $A\omega B$ entgegen geſetzt, und dieſe ωB iſt im parallactiſchen Dreyeck die an der kleinern ſcheinbaren Entfernung anliegende Seite.

Man ſetze $O\omega = a$, $\omega B = b$, die Parallaxe $OB\omega = \zeta$, die gröſſere ſcheinbare Entfernung AOB $= \eta$, ſo iſt $\sin\eta : b = \sin\zeta : a$. Gewöhnlich kann man a und η meſſen: kann alsdenn durch irgend ein Hülfsmittel auch die Parallaxe ζ gefunden werden, ſo giebt ſich daraus die Entfernung $b = \frac{a \sin\eta}{\sin\zeta}$ des Objects von der Stelle des Auges, aus welcher die ſcheinbare Entfernung deſſelben von der bekannten Stelle A am kleinſten geſehen wird.

Wenn die gröſſere ſcheinbare Entfernung AOB und die Entfernung $O\omega$ beyder Stellen des Auges von einander einerley bleiben, ſo wird die Parallaxe deſto kleiner, je gröſſer die Entfernungen des Objects von den Stellen des Auges in Vergleichung mit der

Ent-

Entfernung zwiſchen dieſen beyden Stellen ſind. Man hat nemlich $\sin\zeta = \frac{a \sin\eta}{b}$, und ζ würde verſchwinden, wenn b gegen a unendlich groß würde: das wäre der Fall, wenn OB und ωB in die parallele Lage kämen.

45. §.

Zwey Puncte B und C, die mit dem Auge O in grader Linie liegen, können nicht beyde zugleich geſehen werden, wenn der nähere Punct B undurchſichtig iſt: vielmehr ſiehet das Auge nur den nähern Punct B. (4. §.) Aendert das Auge ſeine Stelle, jedoch ſo, daß es in der graden Linie AO bleibt, die mit den Puncten B und C in einerley Ebene liegt; ſo wird auch der entferntere Punct C wieder ſichtbar. Vorhin waren die ſcheinbaren Entfernungen beyder Puncte B und C von dem bekannten Punct A gleich groß, jetzt werden ſie wieder ungleich: und wenn gleich beyde Puncte B und C an ihren Stellen bleiben, ſo ſcheinen ſie ſich doch von einander zu entfernen, wenn das Auge in der Linie AO ſeine Stelle ändert. Der nähere Punct B ſcheint ſich von C nach einer Richtung zu entfernen, die derjenigen entgegen geſetzt iſt, nach welcher das Auge fortrückt: der entferntere C aber ſcheint von dem nähern nach eben der Richtung wegzurücken, nach der ſich das Auge fortbewegt. Der Winkel OBω iſt des nähern Puncts B, der Winkel OCω aber des entferntern Puncts C Parallaxe aus O und ω geſehen, und die Differenz beyder Parallaxen, der Winkel BωC = OBω − OCω iſt zugleich beyder Puncte ſcheinbare Entfernung von einander aus ω geſehen. 14 Fig.

46. §.

ſie an CB einſchlieſſen, die dritte Seitenfläche OCE finden könne. Aus dieſem Winkel OCE, und den Seiten CO, CE kann ferner COE und eben ſo COF, mithin auch EOF gefunden werden.

37. §.

12 Fig. Wenn BEDF ein Kreis, und die Geſichtsaxe OC gegen des Kreiſes Mittelpunct gerichtet, ACO aber ihr Neigungswinkel gegen die Ebene des Kreiſes iſt; ſo ſey des Kreiſes Halbmeſſer $= r$, die Entfernung $CO = a$, der Neigungswinkel $ACO = \eta$. Das giebt $\sin COB = \frac{r \sin \eta}{\sqrt{(a^2 - 2ar \cos \eta + r^2)}}$, $\cos COB = \frac{a - r \cos \eta}{\sqrt{(a^2 - 2ar \cos \eta + r^2)}}$, $\sin COD = \frac{r \sin \eta}{\sqrt{(a^2 + 2ar \cos \eta + r^2)}}$, $\cos COD = \frac{a + r \cos \eta}{\sqrt{(a^2 + 2ar \cos \eta + r^2)}}$, mithin $\sin BOD = \sin COB \cos COD + \cos COB \sin COD = \frac{2ar \sin \eta}{\sqrt{((a^2 + r^2)^4 - 4a^2 r^2 \cos \eta^2)}}$, und $\cos BOD = \cos COB \cos COD - \sin COB \sin COD$ (233 §. Geom.) $= \frac{a^2 - r^2}{\sqrt{((a^2 + r^2)^4 - 4a^2 r^2 \cos \eta^2)}}$, alſo $\tang BOD = \frac{\sin BOD}{\cos BOD}$ (232 §. Geom.) $= \frac{2ar \sin \eta}{a^2 - r^2}$. Ferner ſey der Durchmeſſer EF auf BD ſenk-

ſenkrecht, ſo iſt er zugleich auf der Ebene BOD ſenkrecht, (288 §. Geom.) und OCE, OCF ſind rechte Winkel. Demnach iſt COF = COE, und man hat $\sin COE = \sin COF = \frac{r}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$,

$\cos COE = \frac{a}{\sqrt{(a^2 + r^2)}}$, alſo $\sin EOF =$

$2 \sin COE . \cos COE$ (234 §. Geom.) $= \frac{2ar}{a^2 + r^2}$,

$\cos EOF = \cos COE^2 - \sin COE^2$ (234 §. Geom.)

$= \frac{a^2 - r^2}{a^2 + r^2}$, alſo $\tan EOF = \frac{\sin EOF}{\cos EOF} = \frac{2ar}{a^2 - r^2}$.

Die Vergleichung ergiebt, daß tang EOF > tang BOD, alſo EOF > BOD ſey, mithin der Durchmeſſer EF gröſſer als BD erſcheine.

Auch ohne weitere Rechnung überſiehet man, daß die ſcheinbaren Durchmeſſer GOH wachſen, wenn der Winkel BCG wächſt, bis GH mit EF zuſammen fällt. Der Kreis muß alſo länglicht rund erſcheinen, und zwar deſto mehr, je kleiner der Winkel ACO = η iſt, weil nemlich BOD deſto kleiner gegen EOF wird.

38. §

Wir ſehen nur die Oberfläche der Körper, und dieſe nie auf einmahl ganz, ſondern nur ein Stück davon, das dem Auge zugekehrt iſt. Dieſe dem Auge zugekehrte Vorderfläche des Körpers kann eine ſehr mannigfaltige Geſtalt haben, ſie kann eben, gebrochen oder wie man will gekrümmt ſeyn. Daher kommt die Frage: wie ein Körper von gegebener Geſtalt und Gröſſe dem Auge erſcheine, deſſen Lage und

Entfernung vom Auge bekannt iſt? auf die Beantwortung der Frage an: wie dasjenige Stück der dem Auge zugekehrten Fläche des Körpers erſcheine, was innerhalb der optiſchen Pyramide liegt, wovon die Spitze im Auge iſt, der Umfang aber die äuſſern ſichtbaren Gränzen des Körpers berührt? Iſt die Geſichtsaxe ſenkrecht gegen die Mitte eines Würfels gerichtet, ſo erſcheint der Würfel wie ein Quadrat, denn das Auge kann nur eine einzige Seitenfläche überſehen. Wenn aber die Geſichtsaxe mit der Diagonallinie des Würfels zuſammen fällt, ſo kann das Auge drey Seitenflächen des Würfels überſehen, die gegen die Geſichtsaxe einerley Lage haben, mithin auch einerley Geſtalt zu haben ſcheinen. Daß hiebey eine groſſe Mannigfaltigkeit ſtatt haben könne, ſiehet man leicht: indeſſen mag der Körper, wie er wolle geſtaltet ſeyn, ſo läßt ſich doch auf folgende Art im allgemeinen beurtheilen, unter was für einer Geſtalt derſelbe dem Auge erſcheinen werde.

39. §.

Jede Ebene durch die Geſichtsaxe wird den Körper in einer gewiſſen gebrochenen oder krummen Linie ſchneiden, nachdem derſelbe entweder ebene Seitenflächen hat, oder von einer krummen Fläche begränzt wird. Jede dieſer Durchſchnittslinien wird dem Auge unter einem gewiſſen optiſchen Winkel erſcheinen, wie
7 Fig. HAML, und nachdem dieſe optiſchen Winkel kleiner oder gröſſer ausfallen, nachdem wird auch der Körper ſelbſt weniger oder mehr Ausdehnung zu haben ſcheinen. Weil es nun allemahl eine ſolche Entfernung AO vom Auge giebt, wobey die Linie HAML grade wie RAS erſcheint; ſo erhellet, daß jeder Kör-

per, er ſey übrigens wie man will geſtaltet, in einer gewiſſen Entfernung vom Auge platt, und wie eine ebene Figur erſcheine.

Man ſtelle ſich vor, KG ſey eine Ebene, welche die Geſichtsaxe CA ſenkrecht ſchneidet. Wenn alsdenn von allen Puncten der ſichtbaren Gränze der dem Auge zugekehrten Vorderfläche des Körpers die graden Linien LR, HS auf KG ſenkrecht fallen; ſo liegen die Puncte R, S, worin die ſenkrechten Linien dieſe Ebene treffen, im Umfang einer ebenen Figur, und der Körper erſcheint dem Auge, wenn die Entfernung deſſelben vom Auge hinlänglich groß iſt, wie dieſe ebene Figur.

40. §.

Ein grader Cylinder, und ein grades Priſma, wenn die Geſichtsaxe auf der Axe eines ſolchen Körpers in ihrer Mitte ſenkrecht iſt, erſcheinen in groſſer Entfernung dem Auge wie ein Rechteck. Denn die kreisförmigen Grundflächen und alle damit parallelen Schnitte erſcheinen dem Auge um deswillen wie grade Linien, weil ihre Ebenen beynahe durchs Auge gehen, es müſten denn die Körper ſehr hoch ſeyn. Unter eben den Umſtänden erſcheint eine Pyramide, oder ein Kegel, wie ein Dreyeck, und das Auge unterſcheidet in ſo groſſer Entfernung das Priſma nicht vom Cylinder, die Pyramide nicht vom Kegel. Gewöhnlich halten wir entfernte eckigte Körper für runde, wenn das Auge die Ecken nicht mehr unterſcheiden kann, obgleich dergleichen entfernte Körper wirklich wie ebene Flächen erſcheinen. Nur wenn wir ſonſt wiſſen, daß dergleichen platt ſcheinende Gegenſtände Körper ſind, ſo geben wir ihnen nur in unſrer Einbildung, die ſich mit der Empfindung vermiſcht, eine

körperliche Ausdehnung, und halten das platt ſcheinende Priſma für einen Cylinder, die platt ſcheinende Pyramide für einen Kegel. Andre Gründe, und zum Theil merkwürdige Erfahrungen davon, was mit Blindgebohrnen vorgegangen iſt, die ihr Geſicht wieder erlangt haben, können davon Ueberzeugung geben, daß eigentlich alle Körper auch in der gewöhnlichen Entfernung dem Auge platt erſcheinen, und daß wir nur durchs Geſicht mit dem Gefühl verbunden Begriffe von körperlichen Figuren bekommen haben. Mit den Empfindungen des Geſichts ſtellt uns die Einbildungskraft zugleich dasjenige vor, was uns auch ſonſt das Gefühl von eben dem Gegenſtande gelehrt hat, und ſo fällt uns die körperliche Ausdehnung des Gegenſtandes bey, wenn uns gleich das Geſicht denſelben nur wie eine Fläche darſtellet.

41. §.

11 Fig. Es ſey GHIK eine Ebene, welche die optiſche Pyramide OBEDF, wenn das Auge in O befindlich iſt, ſchneidet, und BEDF ſey eine ebene Figur, oder auch ein Körper von was für Geſtalt man will. Nun wird jeder Strahl, der von einem Punct der Ebene oder auch der dem Auge zugekehrten Vorderfläche des Körpers ins Auge kommt, wie BO, die Ebene GHIK in irgend einem Punct *b* treffen, und hindurchgehen, wenn man ſich die Ebene durchſichtig vorſtellt: die Durchſchnittspuncte aller Strahlen aber werden auf der Ebene GHIK den Raum einer ebenen Figur *bedf* einnehmen, die das Auge O völlig eben ſo rührt, wie der Gegenſtand BDEF, es mag derſelbe eine ebene Figur ſeyn, oder eine körperliche Ausdehnung haben. Aus dem 9. 10. und 11. §. weiß man ſchon, daß

jeder Lichtſtrahl das Bild desjenigen Puncts eines ſichtbaren Gegenſtandes, wovon er ausgehet, mit ſich führe. Demnach ſtelle man ſich vor, daß jeder Strahl wie BO, indem er durch die Ebene GHIK durchgehet, in *b* den Punct B abbilde; ſo wird das Auge noch eben ſo gerührt werden, wenn gleich der Punct B weg wäre, das Bild davon *b* aber auf der Ebene GHIK bliebe. Weil es nun mit allen übrigen Strahlen in der optiſchen Pyramide OBEDF eben die Bewandniß hat, ſo folgt daraus, daß die ganze Durchſchnittsfigur *bedf* der optiſchen Pyramide mit der Ebene GHIK das Auge noch eben ſo rühren würde, wenn gleich der betrachtete Gegenſtand BEDF weggenommen würde, vorausgeſetzt, daß die Bilder aller Puncte der dem Auge zugekehrten Fläche auf der Ebene GHIK zurück blieben. Der Erfolg würde eben ſo ſeyn, als wenn die Ebene GHIK durchſichtig wäre, und das Auge den Gegenſtand durch eine durchſichtige Tafel betrachtete.

42. §.

Weil es in Anſehung der Empfindung, die das Auge erhält, gleichgültig iſt, in welchen Punct der Linie OB ſich der Punct B, oder das Bild *b* deſſelben befindet; ſo ergiebt ſich daraus, daß wir eigentlich nicht unmittelbar durchs Geſicht die Entfernungen der um uns her befindlichen Gegenſtände vom Auge warnehmen. Auch bey dem Urtheil über die Entfernungen ſichtbarer Gegenſtände von uns, miſchen ſich die Vorſtellungen ein, die wir ſonſt durchs Gefühl bekommen haben. Von Jugend auf iſt es uns gleichſam natürlich geweſen, in allen ſolchen Fällen, wo

das

das Geſicht allein uns von der Beſchaffenheit eines Gegenſtandes nicht völlig unterrichten würde, das Gefühl zu Hülfe zu nehmen; wir haben beyde Sinne zugleich gebraucht, und wenn nun ein Körper einen dieſer beyden Sinne allein rührt, ſo verbindet unſre Einbildungskraſt zugleich mit jener Empfindung eben die Vorſtellung davon, die wir ſonſt durch den andern Sinn bekommen haben. Zur weitern Beſtätigung deſſen dienen die Erfahrungen davon, wie Blindgebohrne, die durchs Staarſtechen zum Gebrauch ihres Geſichts gelangt ſind, anfangs gleichſam haben ſehen lernen müſſen. Im **Smithſchen Lehrbegriff der Optik** nach der Käſtneriſchen Ueberſ. 40 S. 133 §. findet man dergleichen Nachrichten, beſonders von einem Blindgebohrnen in Engelland, der im 12ten Jahr ſeines Alters durch Herrn Cheſelden vom Staar auf den Augen iſt befreyet worden. Als dieſer junge Menſch zuerſt ſahe, wuſte er ſo wenig von Entfernungen zu urtheilen, daß er ſich einbildete, alle Sachen, die er ſähe, berührten ſeine Augen, wie das, was er fühlte, ſeine Haut. Er kannte von keiner Sache die Geſtalt, unterſchied auch keine Sache von der andern, ſie mogte eine noch ſo verſchiedene Geſtalt und Gröſſe haben.

Der

Der IV. Abſchnitt.

Von der ſcheinbaren Lage der Parallaxe, auch von der ſcheinbaren Bewegung.

43. §.

Die Erſcheinung der Lage mehrerer Gegenſtände gegen einander, und die Erſcheinung ihrer Bewegung kommt auſſer andern dabey mit in Erwägung zu ziehenden Umſtänden vornemlich auf den Sehewinkel an, unter welchem das Auge ihre Entfernungen von einander, und von bekannten Gränzen des Raums, worin ſich das Auge befindet, warnehmen kann. Das Auge O befinde ſich mit mehrern ſichtbaren Gegenſtänden A, B, C, D in einerley Ebene; 13
ſo iſt die Stelle des Auges O für eine bekannte Stelle Fig.
zu halten. Wenn überdem die Stelle noch eines andern Puncts A bekannt iſt, ſo iſt zugleich die Lage der graden Linie OA bekannt, und AOB, AOC, AOD ſind die ſcheinbaren Entfernungen der Puncte B, C, D, von A. Eben ſo iſt BOC der Puncte B und C, COD der Puncte C und D ſcheinbare Entfernung von einander. Befände ſich das Auge in einem andern Punct ω der graden Linie OA, ſo wäre $A\omega B$ die ſcheinbare Entfernung des Puncts B von A, und beyde ſcheinbare Entfernungen wären um den Winkel $OB\omega$ verſchieden. Man nennt dieſen Unterſchied zweyer ſcheinbaren Entfernungen, wenn einerley Sache aus zweyen verſchiedenen Stellen geſehen wird, die dieſen Entfernungen zugehörige Parallaxe.

44. §.

44. §.

13 Fig. Die wahre Entfernung $O\omega$ beyder Stellen des Auges, eine von beyden ſcheinbaren Entfernungen AOB, $A\omega B$, eine von beyden wahren Entfernungen OB oder ωB, und die Parallaxe ſind Gröſſen, die ſo von einander abhängen, daß wenn drey davon bekannt ſind, die vierte gefunden werden kann. Man kann $BO\omega$ das parallactiſche Dreyeck nennen: in demſelben iſt die Parallaxe $OB\omega$ ein Winkel, und die entgegengeſetzte Seite $O\omega$ iſt die wahre Entfernung beyder Stellen des Auges. Die gröſſere ſcheinbare Entfernung AOB iſt für dies Dreyeck ein äuſſerer Winkel, die kleinere $A\omega B$ aber ein innerer Winkel: von den wahren Entfernungen OB, ωB, iſt jene OB der kleinern ſcheinbaren Entfernung $A\omega B$ entgegen geſetzt, und dieſe ωB iſt im parallactiſchen Dreyeck die an der kleinern ſcheinbaren Entfernung anliegende Seite.

Man ſetze $O\omega = a$, $\omega B = b$, die Parallaxe $OB\omega = \zeta$, die gröſſere ſcheinbare Entfernung $AOB = \eta$, ſo iſt $\sin\eta : b = \sin\zeta : a$. Gewöhnlich kann man a und η meſſen: kann alsdenn durch irgend ein Hülfsmittel auch die Parallaxe ζ gefunden werden, ſo giebt ſich daraus die Entfernung $b = \frac{a \sin\eta}{\sin\zeta}$ des Objects von der Stelle des Auges, aus welcher die ſcheinbare Entfernung deſſelben von der bekannten Stelle A am kleinſten geſehen wird.

Wenn die gröſſere ſcheinbare Entfernung AOB und die Entfernung $O\omega$ beyder Stellen des Auges von einander einerley bleiben, ſo wird die Parallaxe deſto kleiner, je gröſſer die Entfernungen des Objects von den Stellen des Auges in Vergleichung mit der Ent-

Entfernung zwiſchen dieſen beyden Stellen ſind. Man hat nemlich $\sin \zeta = \frac{a \sin \eta}{b}$, und ζ würde verſchwinden, wenn b gegen a unendlich groß würde: das wäre der Fall, wenn OB und ωB in die parallele Lage kämen.

45. §.

Zwey Puncte B und C, die mit dem Auge O in grader Linie liegen, können nicht beyde zugleich geſehen werden, wenn der nähere Punct B undurchſichtig iſt: vielmehr ſiehet das Auge nur den nähern Punct B. (4. §.) Aendert das Auge ſeine Stelle, jedoch ſo, daß es in der graden Linie AO bleibt, die mit den Puncten B und C in einerley Ebene liegt; ſo wird auch der entferntere Punct C wieder ſichtbar. Vorhin waren die ſcheinbaren Entfernungen beyder Puncte B und C von dem bekannten Punct A gleich groß, jetzt werden ſie wieder ungleich: und wenn gleich beyde Puncte B und C an ihren Stellen bleiben, ſo ſcheinen ſie ſich doch von einander zu entfernen, wenn das Auge in der Linie AO ſeine Stelle ändert. Der nähere Punct B ſcheint ſich von C nach einer Richtung zu entfernen, die derjenigen entgegen geſetzt iſt, nach welcher das Auge fortrückt: der entferntere C aber ſcheint von dem nähern nach eben der Richtung wegzurücken, nach der ſich das Auge fortbewegt. Der Winkel OBω iſt des nähern Puncts B, der Winkel OCω aber des entferntern Puncts C Parallare aus O und ω geſehen, und die Differenz beyder Parallaren, der Winkel BωC = OBω − OCω iſt zugleich beyder Puncte ſcheinbare Entfernung von einander aus ω geſehen. 14 Fig.

46. §.

46. §.

Wenn C ein Punct auf der Oberfläche eines körperlichen Gegenſtandes CD iſt, der dem Auge unter einem nicht ganz unbeträchtlichen Sehewinkel erſcheint; ſo wird B immer andre und andre Puncte der Oberfläche jenes Gegenſtandes zu bedecken ſcheinen, wenn das Auge ſeine Stelle ändert. Sind C und D die beyden äuſſerſten in der Ebene OBω liegenden Puncte auf der Oberfläche des Gegenſtandes, ſo ſcheint B von C nach D darüber wegzugehen, wenn das Auge aus O nach ω rückt: ſo lange aber kann B nur irgendwo in *b* eine Stelle auf CD einzunehmen ſcheinen, bis der Unterſcheid der Parallaxen beyder Puncte dem ſcheinbaren Durchmeſſer des Objects CD gleich wird. Je gröſſer der Unterſcheid BC der Entfernungen OB und OC der Puncte B und C vom Auge iſt, deſto merklicher wird ſich B auf CD zu bewegen ſcheinen, wenn das Auge ſeine Stelle ändert, und das allemahl auf eine der Bewegung des Auges entgegen geſetzte Art. Je kleiner dagegen BC iſt, oder je näher B dem Punct C liegt, deſto weniger wird B ſeine Stelle auf CD zu ändern ſcheinen, wenn das Auge O ſeine Stelle ändert. Wäre alſo B ſelbſt auf der Oberfläche CD befindlich, wie wenn es etwa ein Flecken, oder ſonſt eine kenntliche Stelle wäre, ſo müſte derſelbe auf L ſeine ſcheinbare Lage auch unverändert behalten, wenn gleich das Auge nicht unbeweglich an einer Stelle bliebe. Wäre B kein bloſſer Punct, ſondern ein ſichtbarer Gegenſtand von einer merklich ſcheinbaren Gröſſe; ſo würde eben das von jedem dem Auge zugekehrten Punct deſſelben gelten, was bisher von B als einem einzelnen Punct betrachtet, iſt geſagt worden.

Wenn DE eine durchſichtige Fläche iſt, und B hinter derſelben weiter vom Auge entfernt ſeine Stelle hat; ſo ſcheint B von C nach *b* mit dem Auge nach einerley Richtung fortzurücken, wenn ſich das Auge von O nach ω bewegt, und von C nach β, wenn das Auge aus O nach *o* rückt. Der Winkel CωB iſt wiederum die Differenz der Parallaxen OCω, OBω, für die Stellen des Auges in O und ω: auch iſt die ſcheinbare Verrückung der Stelle, die B auf DE einzunehmen ſcheint, deſto merklicher, bey jeder nur geringen Bewegung des Auges, je gröſſer OB in in Vergleichung mit OC iſt. 15 Fig.

47. §.

Im 43. §. iſt angenommen worden, daß die Puncte A, B, C, D insgeſammt mit dem Auge O in einerley Ebene liegen: alsdenn war die Lage dieſer Ebene ſelbſt als bekannt anzuſehen, und man konnte in dieſer Ebene überdem noch die Lage einer graden Linie wie OA ebenfals als bekannt annehmen. Wären dagegen nicht alle Puncte in einerley Ebene befindlich, ſo würde man wenigſtens durchs Auge O und zweene dieſer Puncte A, B, eine Ebene legen, und wiederum die Lage dieſer Ebene als bekannt annehmen können. Wenn alsdenn P nicht in dieſer Ebene liegt, ſo ſey PR darauf ſenkrecht: alsdenn iſt ROP der Geſichtslinie OP Neigung gegen die Ebene AOB, (292 §. Geom.) und das Auge ſchätzt nun die Lage des Puncts P nach der Gröſſe der beyden Winkel AOR und ROP. Den Punct R kann man den auf die Ebene *AOB* reducirten Ort des Puncts P nennen: alsdenn iſt der Winkel AOR der ſcheinbare Abſtand dieſes reducirten Orts von dem bekannten Punct A, 13 Fig.

der Winkel ROP aber der ſcheinbare Abſtand des Puncts P von der Ebene AOB. Beyde Winkel AOR und ROP ſind nun zur Beſtimmung der Lage des Puncts P gegen die Stelle des Auges nöthig.

48. §.

16 Fig. Nunmehro ſey M ein ſichtbarer Punct, der ſich in einer Ebene, worin das Auge ſeine Stelle hat, durch einen graden oder krummen Weg von B nach M bewegt, und A ſey ein bekannter Punct in dieſer Ebene, damit die Lage der graden Linie OA ebenfals bekannt ſey: ſo kann dem Auge die Bewegung des Puncts M nicht anders bemerklich werden, als in wiefern der Winkel AOM, oder die ſcheinbare Entfernung von A, Aenderungen leidet. Man kann ſich vorſtellen, daß die Geſichtslinie OM ſich zugleich mit um O drehe, indem der Punct M in ſeiner Bahn fortrückt, und ſo wird das Auge O die Geſchwindigkeit der Bewegung des Puncts M aus der Winkelgeſchwindigkeit (81 §. Mech.) der Linie OM beurtheilen, welche hier die **optiſche Geſchwindigkeit** heiſſen könnte. Um für jeden Augenblick die wahre Stelle des Puncts M anzugeben, müſte man wiſſen, wie für jede verfloſſene Zeit t der Winkel AOM $= \varphi$, und die Entfernung OM $= z$ gefunden werden könne. Dazu wären zwo Gleichungen nöthig, die eine zwiſchen t und φ, die andre zwiſchen t und z. Optiſch betrachtet, wenn es nur darauf ankäme, zu wiſſen, wohin das Auge in der Ebene AOB gerichtet werden müſte, um M ſogleich für jede gegebene Zeit zu finden, wäre eine Gleichung zwiſchen t und φ allein hinlänglich.

Wäre

Wäre N noch ein andrer Punct in derſelben Ebene, welcher in der Zeit *t* von C nach N durch welchen Weg man will fortrückt; ſo würde das Auge in O die Bewegung deſſelben wiederum nur in ſo weit empfinden, als es die Aenderung des Winkels AON bemerken kann. Aus der Aenderung des Winkels NOM, den beyde Geſichtslinien einſchlieſſen, wird dem Auge ferner die relative Beweguug der Puncte M und N gegen einander bemerklich, der Punct M ſcheint näher nach N hin, oder weiter von N wegzurücken, nachdem der Winkel NOM nach und nach abnimmt oder gröſſer wird.

49. §.

Wenn wir mit einer Menge von Gegenſtänden umgeben ſind, die ſich mit uns ſelbſt insgeſamt auf einerley Art beſtändig nach parallelen Richtungen und mit einerley Geſchwindigkeit bewegen; ſo kann es ſeyn, daß wir uns unſrer eigenen Bewegung nicht bewuſt ſind. Die Bewegung wird uns deßwegen nicht bemerklich, weil alle Gegenſtände, womit wir uns umgeben ſehen, ſowohl gegen einander, als auch gegen uns ſelbſt einerley Lage behalten. Wer jemahls in einem etwas groſſen Fahrzeuge bey ſtillem Wetter auf dem Waſſer gefahren iſt, und wenn er ſich auch nur in einer Fähre hätte über einen Fluß ſetzen laſſen, der hat davon ſchon eine Probe gehabt. Richtet man die Augen nur auf die mit auf dem Schiffe befindlichen Perſonen, oder andre Sachen; ſo merkt man es wenig oder gar nicht, daß man aus der Stelle kommt. Siehet man aber das Ufer des Fluſſes an; ſo ſcheint es nicht anders, als wenn alle daſelbſt befindliche Gegenſtände in Bewegung wären, und zwar nach einer der Bewe-

gung des Schiffs entgegen-geſetzten Richtung. Nur die relative Bewegung andrer Sachen in Anſehung des Beobachters iſt dem Auge deſſelben bemerklich, und in ſolchen Fällen heiſſet ſie die ſcheinbare Bewegung für das Auge des Beobachters, der ſich ſeiner eigenen Bewegung nicht bewuſt iſt.

50. §.

17 Fig. Es ſey das Auge O ſolchergeſtalt in Bewegung, und rücke von O nach ω in der Zeit, da ein andrer ſichtbarer Gegenſtaud von B nach M rückt; ſo läßt ſich die relative oder ſcheinbare Bahn des Puncts B in Anſehung des Auges O dem 7 §. der Mech. gemäß durch Zeichnung finden. Wenn nemlich in der Zeit t das Auge den Weg Oω, der Punct B aber den Weg BM zurück geleget hat, und man zieht ωM, durch O aber On eben ſo groß als ωM und mit ωM parallel; ſo iſt n der relative oder ſcheinbare Ort des Puncts B in Anſehung des Auges O am Ende der Zeit t. Auf dieſe Art laſſen ſich ſo viele Puncte der ſcheinbaren Bahn Bn des Puncts B in Anſehung des Auges finden, als man verlangt: indeſſen beurtheilet auch hier das Auge das Stück Bn der ſcheinbaren Bahn, welche der Punct B zurück gelegt hat, aus der Gröſſe des optiſchen Winkels BOn, unter welchem es dieſen zurückgelegten Weg wahrnimmt. Es ſey A ein ſo weit entlegener Punct, daß derſelbe gar keine Parallaxe hat, das Auge mag ſich in ſeiner Bahn befinden, wo es wolle: ſo iſt OA eine Linie, die in der Ebene, worin ſich das Auge mit dem Punct B bewegt, eine bekannte Lage hat. Wenn man nun im Stande iſt, für jede gegebene Zeit t, den Winkel AOn und die Entfernung On anzugeben, ſo kennt man die relative

Bewe-

Bewegung des Puncts B gegen das Auge. Letzteres wird aber von der Bewegung des Puncts B hauptſächlich nur aus der Aenderung des Winkels AO*n* urtheilen, und wenn B ein Gegenſtand von einer merklichen ſcheinbaren Gröſſe iſt, ſo wird es die Aenderung der Entfernung nur aus der Aenderung der ſcheinbaren Gröſſe des Gegenſtandes ſchlieſſen.

51. §.

Wenn das Auge in O ruhet, der Punct B aber 18
während ſeiner Bewegung nicht beſtändig in einerley Fig.
Ebene bleibt, die zugleich durchs Auge geht; ſo muß die Lage irgend einer Ebene, die durchs Auge gehet, als bekannt angenommen werden. Eine ſolche Ebene ſey AOQ, und wenn nach Verlauf der Zeit *t* der Punct B nach M gerückt iſt, ſo ſey MQ auf der Ebene AOQ ſenkrecht. Nun iſt Q der auf die Ebene *AOQ* reducirte Ort des Puncts M, und das Auge ſchätzt die Bewegung des Puncts M nach den Aenderungen der Winkel AOQ und QOM in der Zeit *t*. Wäre das Auge ſelbſt in Bewegung, und Oω der Weg, den es in der Zeit zurück legt, worin B den Weg BM durchläuft; ſo weiß man, daß der jedesmahlige relative Ort des Puncts M ſo gefunden werde. Man ziehet O*m* mit ωM parallel, und macht $Om = \omega M$, ſo iſt *m* der geſuchte relative Ort am Ende der Zeit *t*. Wenn alsdenn *mq* auf AOQ ſenkrecht iſt, ſo iſt *q* der auf die Ebene *AOQ* reducirte ſcheinbare Ort des Puncts M, in der Zeit *t* hat dieſer reducirte Ort ſcheinbar den Winkel RO*q* zurück gelegt, und der Winkel ROB hat ſich in *q*O*m* verändert.

Der V. Abſchnitt.

Die Gründe der Theorie von der Abirrung des Lichts.

52. §.

Das, was wir den Schall nennen, könnte vielleicht für das Ohr etwas demjenigen ähnliches ſeyn, was das Licht für das Auge iſt, und man überzeugt ſich leicht durch bekannte Erfahrungen davon, daß der Schall Zeit brauche, von einem Ort zum andern zu kommen. Indeſſen iſt vermöge bekannter Erfahrungen auch ſoviel gewiß, daß die Fortpflanzung des Lichts weit ſchneller erfolge, als die Fortpflanzung des Schalles. Das Auge ſieht den Bliß, und das Ohr hört den Knall eines Geſchützes, das in der Nähe abgefeuert wird, zugleich: in gröſſerer Entfernung von dem Geſchütz aber hört man den Knall merklich ſpäter, als man den Bliß ſiehet. Wie groß der Weg ſey, den das Licht in gegebener Zeit zurück legt, kann hier zur Zeit unentſchieden bleiben: für die Optik gehört nur die Unterſuchung darüber, was es für Folgen haben muß, wofern das Licht Zeit braucht, um von der ſichtbaren Sache ins Auge des Beobachters zu kommen.

53. §.

19 Fig. Es ſey alſo L ein leuchtender Punct, und O das Auge: man nehme an, das Licht bewege ſich gleichförmig mit der Geſchwindigkeit c, und es ſey die Entfer-

fernung OL $= a$, ſo wird es in der Zeit $t = \frac{a}{c}$ den Weg LO zurück legen. Fienge L in einem gewiſſen Augenblick plötzlich an, zu leuchten; ſo würde der Beobachter in O dieſen Punct noch nicht gleich in demſelben Augenblick ſehen können, ſondern allererſt alsdenn, wenn die Zeit $t = \frac{a}{c}$ verfloſſen wäre. Ein andrer leuchtender Punct befinde ſich in l in der Entfernung O$l = b$ vom Auge, ſo legt das von l kommende Licht in der Zeit $\frac{b}{c}$ den Weg lO zurück, die kürzer als jene iſt, wenn $b < a$ angenommen wird. Geſetzt nun, daß beyde Puncte zugleich ihr Licht nach allen Seiten auszubreiten anfingen; ſo würde doch der Beobachter in O den Punct l allererſt nach Verlauf der Zeit $\frac{b}{c}$, den Punct L aber dann allererſt ſehen, wenn überdem noch die Zeit $\frac{a-b}{c}$ verfloſſen wäre. Uebrigens ſey die Geſchwindigkeit des Lichts welche ſie wolle, ſo wird doch die ſcheinbare Lage beyder Puncte gegen einander wegen der allmähligen Fortpflanzung des Lichts, ſo lange keine Aenderung leiden, als beyde Puncte L, l, und das Auge des Beobachters in O ebenfalls völlig in Ruhe ſind. Wenn dagegen der leuchtende Punct, oder das Auge, oder beyde zugleich in Bewegung ſind; ſo hat das eine Aenderung der ſcheinbaren Stelle zur Folge.

54. §.

20 Fig. Man nehme an, in der graden Linie CD bewege ſich ein leuchtender Punct L mit der Geſchwindigkeit c gleichförmig, und das Auge ſey ruhig in O. Wenn nun der Punct L in der Richtung OL geſehen wird, ſo kann derſelbe in eben dieſem Augenblick, da der Strahl LO ins Auge kommt, nicht mehr in L ſeyn, weil während der Bewegung des Lichts durch LO eine gewiſſe Zeit t verfloſſen iſt. In eben dieſer Zeit t ſey L nach M gerückt, daß alſo L in eben dem Augenblick in M anlangt, in welchem der Strahl LO ins Auge kommt: ſo iſt während der Bewegung durch den Weg LM beſtändig auch Licht in der mit MO parallelen Richtung LN von dem leuchtenden Punct ausgefloſſen, das in dem Augenblick, da die Bewegung deſſelben von L nach N anfieng, ſich mit dem leuchtenden Punct L ſelbſt zugleich in der Richtung LM mit der Geſchwindigkeit c bewegte. Demnach hat es mit beyden Bewegungen zugleich in der Zeit t den Weg LO zurück gelegt. Die Geſchwindigkeit, womit es ſich auch von dem in L ruhenden Punct nach allen Seiten ausgebreitet hätte, ſey = C, ſo iſt das die Geſchwindigkeit der Bewegung nach der mit LN oder MO parallelen Richtung. Wenn demnach ON mit LM parallel iſt, ſo muß LN der Weg ſeyn, den das Licht in der Zeit t in dieſer Richtung zurück gelegt hätte, wenn der leuchtende Punct in L wäre in Ruhe geblieben. Mit beyden Bewegungen zugleich hat nun das Licht in der Zeit t den Weg LO zurücklegen können. Dieſemnach iſt das Verhältniß LM : OM = c : C, und man hat

$$\text{ſin}\,MOL = \frac{LM \,.\, \text{ſin}\,OLM}{OM},$$

alſo

alſo $\sin MOL = \frac{c}{C} . \sin OLM$. Man ſetze OC $= a$, OCL $= \alpha$, und die während der Bewegung von C nach M verfloſſene Zeit $= T$, ſo iſt CM $= c . T$ und OM $= \sqrt{(a^2 - 2acT\cos\alpha + c^2 T^2)}$, mithin $LM = \frac{c}{C} . OM = \frac{c}{C}\sqrt{(a^2 - 2acT\cos\alpha + c^2 T^2)}$, und $CL = CM - LM = c . T - \frac{c}{C} . OM$. Daraus findet man $\sin OLM = \frac{a \sin\alpha}{\sqrt{(a^2 - 2aCL\cos\alpha + CL^2)}}$ und hat alsdenn zugleich $\sin MOL = \frac{c}{C} \sin OLM$.

Wenn demnach aus der bekannten wahren Bewegung des Puncts L vermittelſt des Winkels COM die Lage der Richtung OM gefunden iſt, in welcher der Punct würde geſehen werden, wenn ſich das Licht plötzlich durch jede noch ſo groſſe Entfernung fortpflanzte; ſo muß man einen Winkel ſubtrahiren, deſſen Sinus $= \frac{c}{C} \sin OLM$ gefunden wird, um die Lage der Richtung OL zu finden, in welcher derſelbe jetzt wirklich geſehen wird. Die allmählige Fortpflanzung des Lichts vermindert den optiſchen Winkel, unter welchem der zurück gelegte Weg würde geſehen werden. Würde alſo der Punct L jetzt in der ſcheinbaren Richtung OL beobachtet, ſo müſte man, um die Lage der Richtung OM zu haben, worin er ſich

jetzt wirklich befindet, zum Winkel COL einen andern LOM addiren, deſſen Sinus $= \frac{c}{C} \sin OLM$ iſt.

55. §.

Der Unterſcheid zwiſchen der Richtung, worin ein ſichtbarer Punct würde geſehen werden, wenn das Licht gar keine Zeit brauchte, durch jede noch ſo groſſe Entfernung ſich fortzupflanzen, und derjenigen worin er wegen der allmähligen Fortpflanzung des Lichts wirklich geſehen wird, heißt die **Abirrung des Lichts:** und im vor. §. iſt eine leichte Probe davon gegeben worden, wie dieſe Abirrung des Lichts gefunden werden kann, wenn ſich der ſtrahlende Punct in einerley Ebene bewegt, worin auch das Auge liegt. Iſt das Auge ſelbſt in Bewegung, ſo muß auf dieſe Abirrung des Lichts ebenfalls Rückſicht genommen werden, der ſtrahlende Punct mag alsdenn in Ruhe, oder ebenfalls in Bewegung ſeyn.

21 Fig. Das Auge O bewege ſich in der graden Linie AB in der Zeit T von O nach Ω gleichförmig mit der Geſchwindigkeit c, der ſtrahlende Punct aber, welcher gleich anfangs ſeine Stelle in C hatte, bleibe daſelbſt in Ruhe. Nun weiß man, daß die relative Bewegung dieſes Puncts gegen O eben ſo erfolge, als wenn gleich anfangs ſowohl dem Auge als auch dem ſtrahlenden Punct in C die Geſchwindigkeit c nach einer der Bewegung des Auges grade entgegen geſetzten Richtung mitgetheilet wäre, da dann das Auge in Ruhe bliebe, der ſtrahlende Punct aber mit der Geſchwindigkeit c in der Richtung CM mit OΩ parallel fortgienge. Für den Anfang der Bewegung muß der Winkel AOC oder BOC $=$ OCM $= \alpha$, nebſt der

Ent=

Entfernung OC = a bekannt ſeyn. Wenn alsdenn OM mit ΩC parallel gezogen, und OM = ΩC gemacht wird; ſo wäre OM die Richtung, worin der ſtrahlende Punct geſehen würde, wenn das Licht ohne alle Zeitfolge von C nach Ω käme. In Ω kommt nun zwar ein Strahl CΩ mit der Geſchwindigkeit C ins Auge: weil letzteres aber ſelbſt in Bewegung iſt, ſo wird es eben ſo gerührt, als wenn das Licht mit beyden Geſchwindigkeiten zugleich, nemlich C in der Richtung CΩ und c in der Richtung ωΩ der Bewegung des Auges entgegen in daſſelbe wirkte. Demnach hat es eben die Empfindung, als wenn das Licht in der Diagonallinie λΩ des Parallelogramms ΩCλω daſſelbe träfe, und in dieſer Richtung muß demſelben der ſtrahlende Punct C erſcheinen. Demnach ziehe man OL mit Ωλ parallel, ſo iſt MOL = CΩλ die geſuchte Abirrung des Lichts. Uebrigens hat man, wie im 54 §., CM = OΩ = c . T, und OM = $\sqrt{(a^2 - 2a . c . \mathrm{T} . \cos\alpha + c^2 . \mathrm{T}^2)}$.

Ferner LM = $\frac{c}{\mathrm{C}}$ OM, CL = CM − LM = $c . \mathrm{T} - \frac{c}{\mathrm{C}}$ OM, ſin OLM =

$$\frac{a \sin\alpha}{\sqrt{(a^2 - 2a\mathrm{CL} \cos\alpha + \mathrm{CL}^2)}},$$ und ſin MOL

= $\frac{c}{\mathrm{C}}$ ſin OLM. Demnach wird die Abirrung des Lichts in dieſem Fall aus der bekannten ſcheinbaren Bewegung des ſtrahlenden Puncts eben ſo gefunden, wie ſie vorhin aus der bekannten wahren Bewegung deſſelben gefunden ward, wenn das Auge ruhete.

56. §.

Vermittelſt ähnlicher Schlüſſe kann die Abirrung des Lichts auch für den Fall gefunden werden, wenn nicht allein das Auge ſelbſt, ſondern auch der ſtrahlende Punct zugleich mit in Bewegung iſt. Die Geſchwindigkeit des Lichts iſt aber ſehr groß, und die davon herrührende Abirrung wird nur merklich, wenn entweder der Beobachter allein, oder der ſichtbare von ihm beobachtete Gegenſtand, oder auch beyde zugleich in ſo ſehr ſchneller Bewegung ſind, wovon man unter den Gegenſtänden, womit wir auf der Erde umgeben ſind, keine Beyſpiele hat. Nur die Aſtronomie wird davon Beyſpiele geben, und es kann hier genügen vorläufig zu wiſſen, daß das Licht in einer Zeit von etwa 8 Minuten einen Weg zurück lege, der ſo groß, als die Entfernung der Sonne von der Erde iſt. Nur die fleißigſten und ſchärfſten Beobachtungen der Fixſterne und der Finſterniſſe der Jupitersmonden haben die Aſtronomen in den Stand geſetzt, daraus das erwehnte Reſultat durch Schlüſſe herzuleiten. Wenn nun die Sonne von der Erde nach den neueſten Beobachtungen 23436 halbe Erddurchmeſſer von der Erde entfernt iſt, wovon jeder 860 geographiſche Meilen groß iſt, und jede ſolche Meile 23629 rheinländiſche Füſſe hält; ſo findet man vermittelſt angeſtellter Rechnung die Geſchwindigkeit des Lichts für eine Minute 2929½ Erdhalbmeſſer, und für eine Secunde 48,8 Erdhalbmeſſer, mithin 41968 geographiſche Meilen.

Der

Der VI. Abſchnitt.

Vom Schatten und Halbſchatten, beſonders in ſolchen Fällen, wenn die Erleuchtung vom Sonnenlicht kommt.

57. §.

Alles Licht, was ein leuchtender Punct auf einen dunklen Körper wirft, iſt in dem Raum eines pyramiden = oder kegelförmigen Körpers enthalten: in denjenigen Raum aber, der zu dieſer Pyramide noch hinzukommt, wenn man ſie nach der andern von dem leuchtenden Punct abgekehrten Seite dieſes Körpers hin erweitert, kann von eben dem leuchtenden Punct kein Licht kommen. Der Mangel des Lichts in ſolchen Stellen heißt **Schatten**, wiewohl eben das Wort in der Optik auch den Raum ſelbſt bezeichnet, wohin wegen eines undurchſichtigen Körpers kein Licht kommt. In dieſem Sinn iſt der Schatten ein geometriſcher Körper, deſſen Geſtalt und Gröſſe von der Geſtalt und Gröſſe des dunklen Körpers abhängt, von dem man ſagt, daß er den Schatten werfe.

Wenn der Schatten mit einer Ebene geſchnitten wird, ſo liegt die Durchſchnittsfigur im Schatten: ſie ſelbſt heißt **der Schatten auf dieſer Ebene**, die **Projection des Schattens** auf dieſer Ebene, bey practiſchen Schriftſtellern auch der **Schlagſchatten**. Der körperliche Schatten kann auch von der Oberfläche eines jeden andern Körpers geſchnitten wer=

werden, wenn dieſe gleich krumm oder gebrochen wäre: in allen Fällen ſagt man, daß der dunkle Körper ſeinen Schatten auf dieſe Fläche werfe.

58. §.

Auf einerley dunklen Körper kann von mehr als einem leuchtenden Punct Licht fallen, da dann mit jedem dieſer Puncte eine eigene Lichtpyramide zuſammen gehört. Demnach wirft alsdenn der dunkle Körper auch mehr als einen Schatten, ſoviele nemlich als leuchtende Puncte da ſind, die eben ſoviele Spitzen
22 Fig. der auffallenden Lichtpyramiden abgeben. Wenn AB der dunkle Körper iſt, und L, *l*, λ, ſoviele leuchtende Puncte, ALB, AλB, A*l*B die auffallenden Lichtpyramiden ſind, ſo gehören damit die im Schatten liegenden Räume ABCD, ABHG, ABEF zuſammen. In den Raum ABCF, den alle dieſe mit den einzelnen leuchtenden Puncten zuſammengehörigen Schatten mit einander gemein haben, kann gar kein Licht kommen, und man nennt ihn den **vollen Schatten**, auch den **Kernſchatten**. Der Schatten in den zum Theil erleuchteten Räumen DAF, CBE, heißt der **Halbſchatten**. Weil es auf der Oberfläche eines leuchtenden Körpers, der ſeine beſtimmte Geſtalt und Gröſſe hat, unzählig viele verſchiedene leuchtende Puncte giebt, die insgeſammt ihr Licht auf einen dunklen Körper werfen können, ſo iſt der eigentliche Schatten allemahl mit einem Halbſchatten umgeben. Wird alsdenn der körperliche Schatten mit einer Ebene geſchnitten, ſo muß von dem **projecirten Kernſchatten** ebenfalls der **Halbſchatten** auf dieſer **Ebene** unterſchieden werden.

59. §.

Die Entfernung der Mittelpuncte *A* und *B* zweener Kreiſe in einerley Ebene iſt gegeben: man ſoll die Lage einer graden Linie finden, welche beyde Kreiſe zugleich berührt. 23 Fig.

Aufl. Eine ſolche Berührungslinie kann auf zweyerley Art gezogen werden. Nachdem nemlich die grade Linie AB zwiſchen den Mittelpuncten beyder Kreiſe gezogen iſt, können die Berührungspuncte entweder beyde an einer Seite derſelben liegen, wie E und D, oder es kann auf jeder Seite einer von den Berührungspuncten liegen, wie G und F.

1. Fall. Die Halbmeſſer AE und BD ſind auf der Tangente durch E und D ſenkrecht, mithin unter ſich parallel. Wenn alſo BD $<$ AE iſt, ſo ſind die Winkel EAB, DBC, ſpitz, und die Tangente ED ſchneidet AB irgendwo in C. (93 §. Geom.) Wenn alsdenn BC und der Winkel BCD bekannt ſind, ſo iſt die Lage der Tangente bekannt. Man ſetze AE $= r$, BD $= \varrho$, AB $= a$, ſo iſt $r : \varrho = AC : BC$, und $r - \varrho : \varrho = AC - BC : BC$, oder $r - \varrho : \varrho = a : BC$, alſo findet man $BC = \frac{a\varrho}{r - \varrho}$, und ſin BCD $= \frac{BD}{BC} = \frac{r - \varrho}{a}$.

2. Fall. Die Tangente FG der zweyten Art ſchneidet AB zwiſchen A und B irgendwo in O, und wenn man AG, BF ziehet, ſo ſind die bey F und G rechtwinklichten Dreyecke AOG, BOF einander ähnlich. Demnach iſt $r : \varrho = AO : BO$, und $r + \varrho : \varrho$ =

$= AO + BO : BO$, folglich $BO = \frac{a\varrho}{r + \varrho}$, und

$\sin BOF = \frac{BF}{BO} = \frac{r + \varrho}{a}$.

Durch C kann man zwey Tangenten ziehen, CDE und CRS, welche beyde Kreiſe zugleich berühren, und durch O ebenfalls zwey ſolche Tangenten GOF und POQ. Wenn ſich alsdenn alles um die Axe AB drehet, ſo beſchreiben die Kreiſe ein paar Kugeln, ECS eine Kegelfläche, und eben ſo GOP, FOQ ein Paar entgegen geſetzte Kegelflächen. Beyde Kugeln berühren die erſtere Kegelfläche von innen, und zu jeder von den beyden entgegen geſetzten Kegelflächen gehört ebenfalls eine von beyden Kugeln, die ſie von innen berührt.

60. §.

23 Fig. Die Entfernung *AB* des Mittelpuncts *B* einer dunklen Kugel vom Mittelpunct *A* einer leuchtenden Kugel iſt gegeben, und die Halbmeſſer beyder Kugeln: man ſoll nicht allein die Geſtalt und Gröſſe des Schattens der dunkeln Kugel finden, ſondern auch angeben, wie groß das erleuchtete Stück der dunklen Kugel und dasjenige Stück der leuchtenden Kugel ſey, welches auf die dunkle Kugel Licht werfen kann.

Aufl. Jede Ebene durch die Mittelpuncte A und B beyder Kugeln gelegt giebt ein Paar gröſte Kreiſe, und in dieſer Ebene kann man auf zweyerley Art durch einen Punct der Axe AB ein Paar Tangenten ziehen, die beyde Kreiſe zugleich berühren, wie im

im 59 §. Die Tangenten PQ, FG, deren Durchſchnittspunct O zwiſchen den Mittelpuncten beyder Kugeln ſeine Stelle hat, liegen in zweyen einander entgegen geſetzten Kegelflächen, und zu jeder davon gehört eine von beyden Kugeln, die ſie von innen berührt. Die beyden andern Tangenten DE, RS, aber liegen in einer Kegelfläche, welche beyde Kugeln zugleich von innen berühren. Weil nemlich in jeder Ebene durch AB die Kreiſe um A und B einerley Gröſſe behalten; ſo liegen alle Puncte wie D und R, E und S, P und G, F und Q, in einerley zur Axe AB gehörigen Parallelkreiſe, und das ſind zugleich die vier Berührungskreiſe. Weil nun angenommen wird, daß A die leuchtende, und B die dunkle Kugel ſey, ſo iſt EHS das erleuchtende und DKR das erleuchtete Segment. Zur Erleichterung und Abkürzung der folgenden Schlüſſe kann man ſich auch die zu dieſen Segmenten gehörigen Bogen allein vorſtellen, die in einerley Ebene durch AB liegen.

Die Kegelfläche DCR begränzt den vollen Schatten, und wenn man $AB = a$, $AE = r$, $BD = \varrho$ ſetzt, ſo iſt die Länge des vollen Schattenkegels $BC = \frac{a\varrho}{r-\varrho}$. (59 §.) Ferner iſt $\sin BCD = \frac{r-\varrho}{a} = \cos DBC$, und dieſer Winkel DBC beſtimmt die Gröſſe des völlig im Schatten liegenden Segments DLR der dunklen Kugel. Weil überdem $DBC = EAB$ iſt, ſo beſtimmt eben der Winkel die Gröſſe desjenigen Segments der leuchtenden Kugel, welches auf die dunkle Kugel Licht werfen kann. Auf dem ganzen Segment EIS giebt es gar keine Stelle, wovon auch nur etwas Licht auf die dunkle Kugel fallen

könnte. Die Kegelfläche ZOM giebt die Gränze des Halbſchattens ab, ſo weit ſie nemlich als eine abgekürzte Kegelfläche auf der Seite liegt, die von der leuchtenden Kugel abgewandt iſt. Für eben dieſen Halbſchatten hat man $BO = \frac{a\varrho}{r+\varrho}$, und $\sin BOQ = \frac{r+\varrho}{a}$ (59 §.) $= \cos OBQ$.

Wenn beyde Kugeln gleich groß ſind, alſo $r = \varrho$ iſt, ſo wird BC unendlich groß, und $\sin BCD = 0 = \cos DBC$: das heißt der volle Schatten wird cylinderförmig, wie auch für ſich klar iſt. Für den Halbſchatten wird $BO = \frac{1}{2}a$ und $\sin BOQ = \frac{2r}{a} = \cos OBQ$. In dem Fall $\varrho > r$ hätte man $BC = -\frac{a\varrho}{\varrho - r}$ und $\sin BCD = -\frac{\varrho - r}{a}$: das heißt die Spitze C des vollen Schattenkegels würde nun nach der Seite hin fallen, wo die leuchtende Kugel liegt, der volle Schatten ſelbſt würde die Figur eines abgekürzten Kegels haben, und ſeine kleinere Grundfläche würde die Gränze zwiſchen dem erleuchteten und ganz im Schatten liegenden Segment der dunklen Kugel ſeyn. Der volle Schatten wäre nun, wie man es auch wohl ausdrückt, becherförmig oder korbförmig, und die Figur ſtellt dieſen Fall auch vor, wenn man B für die leuchtende und A für die dunkle Kugel annimmt.

61. §.

Wird der Schattenkegel ſenkrecht auf ſeiner Axe in der Entfernung $BW = b$ geſchnitten, ſo ſind die

Pro-

Projectionen des Kernſchattens und Halbſchattens Kreiſe, wozu die Halbmeſſer WX, WZ gehören. Alsdenn hat man $WX = \frac{BD}{CD} . CW$, und $CW = CB - b$, mithin $WX = \frac{CB}{CD} . BD - \frac{BD}{CD} . b$, oder $WX = \varrho \sec BCD - b \text{ tg.} BCD$, da dann $\tan BCD = \frac{r - \varrho}{\surd(a^2 - (r - \varrho)^2)}$, $\sec BCD = \frac{a}{\surd(a^2 - (r - \varrho)^2)}$ gefunden wird. Ferner iſt $WZ = \frac{BQ}{OQ} . OW$ und $OW = OB + b$, alſo $WZ = \frac{OB}{OQ} . BQ + \frac{BQ}{OQ} . b$, oder $WZ = \varrho \sec BOQ + b \tan BOQ$: auch findet man $\tan BOQ = \frac{r + \varrho}{\surd(a^2 - (r + \varrho)^2)}$ und $\sec BQQ = \frac{a}{\surd(a^2 - (r + \varrho)^2)}$.

In dem Fall, wenn ϱ in Vergleichung mit a ſehr klein iſt, hat man ſehr nahe $\sin BCD = \frac{r}{a} = \sin BOQ$, alſo $BCD = BOQ$: überdem auch $BO = \frac{a\varrho}{r} = BC$. Weil nun $\frac{r}{a}$ der Sinus des ſcheinbaren Halbmeſſers der leuchtenden Kugel iſt, das Auge in B angenommen; ſo ſey ihr ſcheinbarer

Durchmeſſer $= \delta$. Das giebt $\frac{r}{a} = \sin \frac{1}{2}\delta$, mithin iſt $BCD = BOQ = \frac{1}{2}\delta$ in dem vorausgeſetzten Fall, und man erhält $WX = \varrho \sec \frac{1}{2}\delta - b \tang \frac{1}{2}\delta$, $WZ = \varrho \sec \frac{1}{2}\delta + b \tang \frac{1}{2}\delta$: auch findet man die ganze Länge des Schattenkegels $BC = \frac{a}{r - \varrho} \cdot \varrho = \varrho : \frac{r}{a}$, oder $BC = \frac{\varrho}{\sin \frac{1}{2}\delta} = \varrho \operatorname{coſec} \frac{1}{2}\delta$.

62. §.

Aus dieſem von zwoen Kugeln hergenommenen Beyſpiel wird man ſchon abnehmen können, daß die Unterſuchung über die Geſtalt und Gröſſe des Schattens oft ein ziemlich weitläuftiges Verfahren erfordere. Wenn die Geſtalt des leuchtenden und dunklen Körpers es verſtattet, eine kegel- oder pyramidenartige Fläche anzunehmen, welche beyde Körper zugleich ringsherum berührt, ſo giebt ſelbige allemahl auf der Seite, die vom Licht abgewandt iſt, die Gränze des vollen Schattens ab. Wie eine andre dergleichen kegelartige oder pyramidenartige Fläche beyde Körper berühren müſſe, wenn ſelbige die Gränze des Halbſchattens beſtimmen ſollte, wird man leicht durch Vergleichung mit dem von den beyden Kugeln hergenommenen Beyſpiel einigermaſſen abnehmen können. Am allgemeinſten und deutlichſten für jeden Fall iſt die dem 58 §. gemäſſe Vorſtellung, daß jeder Punct der dem dunklen Körper zugekehrten Fläche des leuchtenden Körpers auf den dunklen eine Lichtpyramide werfe, die nach der vom leuchtenden Körper abge-

wand-

wandten Seite des dunklen erweitert ſich in eine Halbſchattenpyramide verwandelt. Der Raum, welchen alle dieſe Halbſchattenpyramiden mit einander gemein haben, iſt alsdenn der Kernſchatten.

63. §.

Eine leuchtende Kugel *AHIB* ſcheint durch die kreisförmige Oefnung *DE* einer undurchſichtigen Ebene *MN*, welche auf der graden Linie *SC* zwiſchen den Mittelpuncten der Kugel und der Oefnung ſenkrecht iſt: man ſoll finden, wie groß das Stück der leuchtenden Kugel ſey, welches durch die Oefnung durchſcheinen kann. 24 Fig.

Aufl. Durch beyde Mittelpuncte S und C der Kugel und der Oefnung lege man eine Ebene ASC, und EH ſey eine Tangente des in dieſer Ebene liegenden gröſten Kreiſes der Kugel: ſo iſt H der äuſſerſte Punct, wovon ein Strahlenkegel HDE auf die Oefnung fallen kann. Wird auf der andern Seite die Tangente DK gezogen, ſo iſt K der äuſſerſte Punct auf der andern Seite von SC, wovon ein Strahlenkegel KDE auf die Oefnung fallen kann. Von jedem Punct des Bogens HK fällt ein Strahl auf jeden Punct des Durchmeſſers DE der Oefnung. Man ziehe noch die Tangenten DA und EB, ſo können die zwiſchen A und H liegenden Puncte, und eben ſo diejenigen, welche zwiſchen B und K liegen, immer wenigern Puncten in DE Licht zuſenden, je näher ſie nach A und B zu liegen. Von A kann nur der einzige Strahl AD, und von B der einzige Strahl BE noch auffallen: demnach beſtimmt der Bogen AIB

die Gröſſe des Segments der Kugel, das durch die Oefnung Licht ſenden kann.

Wenn nun DA und CS einander in F ſchneiden, und SD gezogen iſt, ſo hat man die ähnlichen Dreyecke FAS und FCD, worin der Winkel CDF = ASF = CSD + DSA iſt. Man ſetze CS = a, SA = r, CD = ϱ, ſo iſt $\sin CSD = \frac{\varrho}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$, $\cos CSD = \frac{a}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$, $\cos DSA = \frac{r}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$, $\sin DSA = \frac{\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$, und man findet

$$\sin ASF = \sin CDF = \frac{r\varrho + a\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{a^2+\varrho^2},$$

wodurch die Gröſſe des Segments AIB der leuchtenden Kugel beſtimmt wird, welches durch die Oefnung DE durchſcheinen kann. Uebrigens hat man auch

$$\cos CDF = \frac{ar - \varrho\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{a^2+\varrho^2}, \text{ mithin}$$

$$\tang CDF = \frac{r\varrho + a\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{ar - \varrho\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}, \text{ oder}$$

$$\tang CDF = \frac{\varrho : a + \sqrt{((a^2+\varrho^2) : r^2 - 1)}}{1 - (\varrho : a)\sqrt{((a^2+\varrho^2) : r^2 - 1)}}:$$

alſo $\tang CFD = \cot CDF =$

$$\frac{1 - (\varrho : a)\sqrt{((a^2+\varrho^2) : r^2 - 1)}}{\varrho : a + \sqrt{((a^2+\varrho^2) : r^2 - 1)}}.$$

64. §.

64. §.

1) Durch die Oefnung DE fällt ein Lichtkegel, deſſen Länge CF = CD . tang CDF = 24 Fig.

$$\frac{r\varrho + a\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{ar - \varrho\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}} \cdot \varrho$$

gefunden wird, und derſelbe iſt mit einem Halbſchattenkegel umgeben, deſſen Spitze in G fällt, wenn man CG $= \varrho$ tang CDG nimmt. Es iſt aber $\sin CDS = \frac{a}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$,

$\cos CDS = \frac{\varrho}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$, $\sin SDG = \frac{r}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$,

$\cos SDG = \frac{\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)}}{\sqrt{(a^2+\varrho^2)}}$: daher findet man

$\sin CDG = \sin (CDS - SDG) =$

$\frac{a\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)} - r\varrho}{a^2+r^2}$, und $\cos CDG =$

$\frac{\varrho\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)} + ar}{a^2+r^2}$, mithin $\tang CDG =$

$\frac{a\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)} - r\varrho}{\varrho\sqrt{(a^2+\varrho^2-r^2)} + ar}$, oder tang CDG

$= \frac{\sqrt{((a^2+\varrho^2):r^2 - 1)} - \varrho : a}{(\varrho : a)\sqrt{((a^2+\varrho^2):r^2 - 1)} + 1}$: alſo

$\tang CGD = \cot CDG =$

$$\frac{1 + (\varrho : a)\sqrt{((a^2+\varrho^2):r^2 + 1)}}{\sqrt{((a^2+\varrho^2):r^2 - 1)} - \varrho : a}.$$

Fängt man das durchfallende Licht vermittelſt einer Ebene PQ auf, die mit MN parallel, und von

derſelben um den Abſtand $Cc = b$ entfernt iſt; ſo ſchneidet ſie den vollen Lichtkegel DEF in einem Kreiſe ab, deſſen Halbmeſſer $ca = cb$ iſt, und den Halbſchattenkegel in einem Kreiſe hk, deſſen Halbmeſſer $= ck = ch$ iſt. Weil ferner $Fc = FC - Cc = FC - b$,

$Gc = GC + Cc = GC + b$, und $ca = \frac{CD}{CF} . Fc$,

$ck = \frac{CD}{CG} . Gc$ iſt; ſo findet man $ca = CD - \frac{CD}{CF} . b$, oder $ca = \varrho - b . \text{tang}\, CFD$, und $ck = CD + \frac{CD}{CG} . b$, oder $ck = \varrho + b . \text{tang}\, CGD$.

2) Wenn ϱ in Vergleichung mit a und r ſehr klein iſt, ſo hat man beynahe tang $CFD = \frac{1}{\sqrt{(a^2 : r^2 - 1)}} = \frac{r}{\sqrt{(a^2 - r^2)}}$, (55. §.) und tang CGD beynahe $= \frac{1}{\sqrt{(a^2 : r^2 - 1)}} = \frac{r}{\sqrt{(a^2 - r^2)}}$, folglich beynahe $CFD = CGD$. Ueberdem iſt $CDF = CSD + DSA$, alſo bey eben der Vorausſetzung beynahe $CDF = DSA$, weil CSD ſehr klein ausfällt, mithin auch ſehr nahe $CFD = ADS = CGD$, und ADS iſt der ſcheinbare Halbmeſſer der leuchtenden Kugel aus D oder C geſehen, welches bey der angenommenen Vorausſetzung keinen merklichen Unterſcheid macht. Wird alſo der ſcheinbare Durchmeſſer $ADK = \delta$ geſetzt, ſo iſt in dem hier angenommenen Fall $ca = \varrho - b \,\text{tang}\, \frac{1}{2}\delta$, $ck = \varrho +$

$\varrho + b \tan \frac{1}{2}\delta$, und die Länge CF des Lichtkegels $=$ $\varrho \cot \frac{1}{2}\delta$.

3) Wäre DE eine undurchſichtige kreisförmige auf der graden Linie SC zwiſchen den Mittelpuncten ſenkrechte Ebene, die nun ſtatt der durchlöcherten Ebene MN das von der leuchtenden Kugel kommende Licht auffienge; ſo wäre DEF der volle Schattenkegel, deſſen Abmeſſungen eben ſo wie vorhin die Abmeſſungen des durch die Oefnung ſcheinenden Lichtkegels gefunden werden. Derſelbe iſt alsdann ebenfalls mit einem Halbſchattenkegel umgeben, deſſen Spitze in *G* liegt. Auf der ſchneidenden Ebene PQ wird alsdenn *ca* des Kernſchattens, ſo wie *ck* des Halbſchattens Halbmeſſer.

65. §.

Die Sonne iſt, wie die Aſtronomie lehren wird, eine für ſich leuchtende Kugel, und ihr ſcheinbarer Durchmeſſer iſt bald etwas weniges (ohngefehr $\frac{1}{2}$ Minute) gröſſer, bald um ſoviel kleiner als 32 Minuten. Nimmt man ihn von 32′ an, ſo iſt $\frac{1}{2}\delta = 16'$, alſo $\tan \frac{1}{2}\delta = 0{,}0046542$ ziemlich nahe $= \frac{1}{215}$. Aus der Entfernung der Sonne von der Erde, welche 23436 halbe Erddurchmeſſer beträgt, (56 §.) und ihrem ſcheinbaren Halbmeſſer von der Erde geſehen, der, wie eben bemerkt iſt, 16′ beträgt, findet man den Halbmeſſer der Sonne $= 23436 \,.\, \sin 16' = \frac{1}{215} \,.\, 23436 = 109$ halbe Erddurchmeſſer. In Vergleichung mit dem Halbmeſſer der Sonne, und ihrer Entfernung von der Erde iſt demnach allemahl $CD = \varrho$ ſo ſehr klein, daß die Brüche $\frac{\varrho}{a}$, $\frac{\varrho}{r}$, ſo gut als gänzlich verſchwindende zu betrachten ſind:

daher hat man für die Sonne $CF = \varrho \cot \frac{1}{2} \delta$, oder $CF = \frac{\varrho}{\tan \frac{1}{2} \delta} = 215 \cdot \varrho$, $ca = \varrho - \frac{1}{215} b$, und $c = \varrho + \frac{1}{215} b$. Wird $b = 215 \cdot \varrho$ angenommen, ſo verſchwindet ca, weil der Lichtkegel DEF ſich nur bis auf dieſe Länge erſtreckt: hinter F weiter von DE entfernt gehen die in F zuſammen laufenden Lichtſtrahlen wieder auseinander.

Wenn alſo DE den Durchmeſſer einer undurchſichtigen Scheibe vorſtellet, die das Sonnenlicht ſenkrecht auffängt; ſo wirſt ſelbige einen Schattenkegel, deſſen Länge 215mahl gröſſer, als ihr Halbmeſſer iſt: in gröſſerer Entfernung iſt auf einer Ebene, die den Schatten ſenkrecht auffängt, kein projicirter Kernſchatten mehr vorhanden, ſondern nur Halbſchatten. (64. §.)

Auch wenn im 61. §. die gröſſere Kugel A die Sonne, und B die Erde vorſtellet, bleibt $\frac{\varrho}{a} = \frac{1}{23436}$ noch ein ſehr kleiner Bruch, und man findet die Länge BC des Erdſchattens $= \frac{\varrho}{\sin \frac{1}{2} \delta}$ (55. §.) $= 215 \cdot \varrho$, weil Sinus und Tangente eines Winkels von 16′ noch nicht in Zehnmilliontheilchen des Halbmeſſers verſchieden ſind.

66. §.

Alle von einem und eben demſelben Punct der Sonne auf die Erdfläche fallende Strahlen ſind eben darum einander ſehr nahe parallel, weil der Halbmeſſer der Erde in Vergleichung mit der Entfernung

der Sonne von der Erde ſo ſehr klein iſt. Zwar ſind nicht alle Puncte auf dem der Erde zugekehrten Theil der Oberfläche der Sonne von der Erde gleichweit entfernt. Der Punct H in der Mitte des die 23
Erde B erleuchtenden Segments EHS der Sonne A Fig.
iſt beynahe um den ganzen Sonnenhalbmeſſer weniger von der Erde entfernt, als diejenigen Puncte, welche an der Gränze G oder P des erleuchtenden Segments liegen. Weil aber die Entfernung AB 23436 halbe Erddurchmeſſer beträgt, wovon 109 den Halbmeſſer der Sonne ausmachen; ſo iſt auch H noch über 23000 halbe Erddurchmeſſer von der Erde entfernt. Dieſemnach iſt der ſcheinbare Halbmeſſer der Erde aus jedem Punct in der Oberfläche der Sonne geſehen kleiner als $\frac{1}{23000}$, alſo kleiner als 0,0000435. Weil nun ſin 1′ = 0,0002909 iſt, ſo iſt der erwehnte ſcheinbare Halbmeſſer der Erde kleiner als $\frac{435}{2909}$ Minute, oder kleiner als 9 Secunden, und der ſcheinbare Durchmeſſer kleiner als 18 Secunden. Demnach ſind ein Paar auf die Erde fallende Sonnenſtrahlen, die von einerley Punct der Sonne kommen, allemahl unter einem viel kleinern Winkel, als dem von 18 Secunden gegen einander geneigt: und Sonnenſtrahlen, die aus einerley Punct der Sonne auf ein Stück der Erdfläche, oder ſolche Körper fallen, womit wir auf der Erde umgeben ſind, neigen ſich gegen einander nur unter einem ſo ſehr kleinen Winkel, daß ihre Abweichung von der parallelen Lage nicht merklich bleibt.

67. §.

Wäre die Sonne ein einziger leuchtender Punct; ſo würde, wenn ſie durch eine Oefnung ſcheint, das

durch-

durchfallende Licht allemahl in einem pyramiden- oder kegelförmigen Raum enthalten ſeyn, deſſen Spitze die Sonne, und deſſen Grundfläche die Ebene der Oefnung wäre: und wegen der ſehr nahe völlig parallelen Lage der durchfallenden Sonnenſtrahlen wäre dieſer Raum ſehr nahe priſmatiſch oder cylindriſch. Fienge man das durchfallende Licht mit einer der Fläche der Oefnung parallelen Ebene auf; ſo würde das auf die Ebene fallende Licht ſich in einen Flächenraum ausbreiten, deſſen Figur der Oefnung gleich und ähnlich wäre. Dieſer Raum müſte eine gradlinichte eckigte Figur oder ein Kreis ſeyn, wenn die Oefnung eine eckigte Figur oder ein Kreis wäre. Solcher Puncte giebt es aber unzählig viele auf der leuchtenden Oberfläche der Sonne, ſoweit ſie der Erde zugekehrt iſt, und das eben geſagte gilt von jedem dieſer Puncte für ſich: daher muß die Figur des durch eine Oefnung ſcheinenden, und mit einer Ebene ſenkrecht aufgefangenen Sonnenlichts anders ausfallen, und man überſiehet am leichteſten auf folgende Art, wie ſich dieſe Figur bilden müſſe.

Man ſtelle ſich **von jedem Punct der Sonne anfangs nur einen einzigen Strahl durch die Mitte der Oefnung** vor: ſo liegen alle dieſe Strahlen in einem kegelförmigen Raum, deſſen Grundfläche die ſcheinbare Sonnenſcheibe und deſſen Spitze die Mitte der Oefnung iſt. Dieſem kegelförmigen Raum iſt hinter der Oefnung ein andrer entgegengeſetzt, in welchem ſich die durch die Mitte der Oefnung gehenden Strahlen wieder ausbreiten; ein auf der Axe dieſes Kegels ſenkrechter Schnitt wäre ein Kreis, und diejenigen Strahlen, welche vom Umfang des erleuchtenden Segments der Sonne kommen, und

durch

durch die Mitte der Oefnung gehen, müſten den Umfang dieſes Kreiſes treffen. Statt eines ſolchergeſtalt von jedem Punct der Sonne durch die Mitte der Oefnung gehenden einzelnen Strahls aber fällt von jedem Punct der Sonne, mithin auch von jedem Punct ihrer ſcheinbaren kreisrunden Gränze ein Strahlenpriſma auf die Oefnung, die vorhin betrachteten einzelnen Strahlen ſind ſo viele Axen dieſer Strahlenpriſmen, und die Figur des von jeder dieſer Lichtpriſmen auf der mit der Oefnung parallelen Ebene erleuchteten Raums, iſt der Figur der Oefnung gleich und ähnlich. Die mittlern Puncte aller dieſer Figuren, ſo wie die Figuren ſelbſt, fallen nahe bey der Oefnung in einerley Raum zuſammen, daher iſt alsdenn der ganze erleuchtete Raum der Figur der Oefnung ähnlich. In gröſſern Entfernungen aber ziehen ſich die mittlern Puncte dieſer Figuren, mithin die Figuren ſelbſt, die einerley Geſtalt und Gröſſe behalten, immer mehr auseinander, die Mittelpuncte aber bleiben beſtändig in einer Kreisfläche liegen, die bey wachſender Entfernung immer gröſſer wird: demnach muß die Figur des ganzen erleuchteten Raums auf der Ebene bey wachſender Entfernung ſich der Figur eines Kreiſes immer mehr nähern, welches auch der Erfahrung gemäß iſt.

68. §.

Ariſtoteles hatte ſchon die Frage als eine optiſche Aufgabe vorgetragen: warum ein Sonnenſtrahl, der durch ein eckigtes Loch gehet, auf einer Ebene, die ihn auffängt, einen kreisförmigen erleuchteten Raum zuwege bringe? auch warum in dem Fall, wenn ein Theil der Sonne verfinſtert iſt,

iſt, der ſo erleuchtete Raum auf einer Ebene der jedesmahligen Lichtgeſtalt der Sonne ähnlich iſt? Kepler in den Paralipomenis ad Vitellionem, quibus Aſtronomiae pars optica traditur im II Cap. erklärt dieſe Erſcheinung richtig aus den im vor. §. vorgetragenen Gründen: auch hatte ſie Maurolycus in ſeiner Schrift de lumine et umbra 1575 ſchon richtig erklärt. Weil von jedem Punct der leuchtenden Sonnenfläche auf jeden Punct der Oefnung ein Lichtſtrahl fällt, ſo erhält jeder Punct der Oefnung von der ganzen Sonnenſcheibe einen Lichtkegel, der ſich hinter der Oefnung in einem entgegengeſetzten verwandelt: die Axen aller dieſer Lichtkegel liegen ſo, als kämen ſie vom Mittelpunct der Sonne her, und ſind deswegen parallel. (58. §.) Die ſenkrechten Schnitte dieſer Lichtkegel hinter der Oefnung ſind Kreiſe, und ihre Mittelpuncte liegen in einem Flächenraum, welcher der Figur der Oefnung in jeder Entfernung der ſchneidenden Ebene gleich und ähnlich bleibt: die Kreiſe aber werden mit der wachſenden Entfernung immer gröſſer, und ſo begreift man ebenfalls, daß die Figur des erleuchteten Flächenraums im ganzen ſich der kreisförmigen Figur deſto mehr nähern müſſe, je gröſſer die Entfernung, und je kleiner die Oefnung iſt.

69. §.

25 Fig. Es ſey nun HL eine horizontale Ebene, E ein Punct in derſelben, ES eine grade Linie von E nach den Mittelpunct der Sonne gezogen, und eine verticale Ebene durch ES ſchneide die Ebene HL in EA: ſo iſt AES der Neigungswinkel der Linie ES gegen die Ebene LM. Eben dieſer Winkel AES iſt die ſcheinbare Entfernung der Sonne von der horizontalen Ebene,

Ebene, und derſelbe heißt auch die Höhe der Sonne über dem Horizont. Man kann E in der horizontalen Ebene wo man will annehmen, der Winkel AES wird immer einerley seyn, (293. §. Geom.) weil alle dergleichen Linien wie ES unter ſich parallel ſind. (66. §.)

70. §

Eine geometriſche grade Linie AC, wenn ſie undurchſichtig und dem Sonnenlicht ausgeſetzt wäre, würde eigentlich gar keinen Schatten werfen. Eine Ebene durch AC und den Mittelpunct S der Sonne, würde letztere in einem gröſten Kreiſe ſchneiden, und wenn die in dem Umfange dieſes Kreiſes liegenden Puncte der Sonnenfläche allein leuchtend wären, ſo würde AC einen Schatten werfen, der ganz in der Ebene ACS läge. Der volle Schatten wäre ein Dreyeck ACB, und der Halbſchatten ein nach P und Q zu unbegränztes abgekürztes Dreyeck, das ſeine Spitze in O hätte. Wegen der von den übrigen Puncten der Sonnenfläche an beyden Seiten der Ebene ACS herrührenden Erleuchtung aber wäre auch in der Ebene des Dreyecks ACB nur Halbſchatten, weil von allen dieſen Puncten in den Raum des Dreyecks ACB Licht fallen würde. Wenn aber AC nicht für eine geometriſche Linie angenommen wird, ſondern für einen priſmatiſchen oder cylindriſchen Körper, geſetzt auch, daß ſeine Querſchnitte ſehr klein wären, ſo entſteht ſchon ein voller Schatten.

71. §.

Auf der wagrechten Ebene HL ſtehe ein undurchſichtiges Rechteck GHIK lothrecht, AC ſey eine loth- 25 Fig.
rechte

rechte Linie, welche dies Rechteck halbirt, und daſſelbe ſey dem Sonnenlicht ſo ausgeſetzt, daß die Ebene durch AC und den Mittelpunct S der Sonne die Ebene GHIK ſenkrecht ſchneide. Wenn dies Rechteck allein vom Mittelpunct der Sonne erleuchtet würde, ſo wäre die Projection des Schattens auf HL ein Rechteck HMNI auf der Grundlinie HI in der Höhe AE. Man kann hier AE die Länge, HI = MN die Breite des Schattens nennen. Wird alsdenn die Höhe der Sonne $= \alpha$ geſetzt, ſo wäre die Länge des Schattens $AE = AC \cdot \cot \alpha$. Auſſer der bisher angenommenen Erleuchtung aber kommt ferner diejenige hinzu, welche alle in der verticalen Ebene ACS liegenden Puncte der Sonne nach HL ſenden: deswegen erſtreckt ſich der volle Schatten nicht bis E ſondern nur bis D, auch fällt von E bis F, noch Halbſchatten. Der ſcheinbare Durchmeſſer der Sonne ſey $= \delta$, ſo iſt $ADC = AEC + DCE = \alpha + \frac{1}{2}\delta$, $AFC = AEC - ECF = \alpha - \frac{1}{2}\delta$, folglich $AD = AC \cdot \cot(\alpha + \frac{1}{2}\delta)$, $AF = AC \cdot \cot(\alpha - \frac{1}{2}\delta)$, und $DF = AF - AD = AC(\cot(\alpha - \frac{1}{2}\delta) - \cot(\alpha + \frac{1}{2}\delta))$.

72. §.

Wegen der von den übrigen Puncten der Sonnenfläche an beyden Seiten der Ebene ACS herrührende Erleuchtung behält der volle Schatten nicht die Figur des Rechtecks HMNI, weil folgende Schlüſſe ergeben, daß ſeine Breiten von HI nach MN allmählig abnehmen müſſen. Die Ebene GKS giebt einen gröſten Kreis auf der Sonne der den vorigen ſenkrecht ſchneidet, und wenn die in dieſem Kreiſe liegenden Puncte allein leuchtend wären, ſo wäre mn

der

der volle Schatten, den GK werfen würde, und bis μ und ν würde ſich Halbſchatten erſtrecken, wenn $Em = En = CG - \frac{1}{215} CE$, und $E\mu = E\nu = CG + \frac{1}{215} CE$ genommen würde. (65 §.) Es iſt aber $CE = AC \operatorname{coſec} \alpha$, mithin $Em = En = CG - \frac{1}{215} AC \operatorname{coſec} \alpha$, und $E\mu = E\nu = CG + \frac{1}{215} AC \operatorname{coſec} \alpha$.

In eben dem Rechteck HGKI ſey XY mit GK oder HI parallel, ſo iſt die Ebene SXY mit GKS ſo nahe parallel, daß keine Abweichung von der parallelen Lage merklich iſt: demnach iſt der gröſte Kreis, worin SXY die Sonne ſchneidet, von demjenigen nicht merklich verſchieden, worin GKS die Sonne ſchneidet. Der volle Schatten von XY würde alſo in XY fallen, und der Halbſchatten würde ſich bis an ξ und ζ erſtrecken, wenn $zx = zy = CG - \frac{1}{215} AZ \operatorname{coſec} \alpha$, $z\zeta = z\xi = CG + \frac{1}{215} AZ \operatorname{coſec} \alpha$ genommen würde. Hieraus ſchließt man leicht, daß die Breite des vollen Schattens von XY nach mn abnehme, wenn man vorausſetzt, daß AZ wachſe, daß hingegen des vollen Schattens Breite von XY nach HI zu wachſe, wenn AZ abnimmt, ſo wie dieſe Breite bey HI, der Breite des Rechtecks HGKI ſelbſt gleich wird. Eben ſo leicht ſiehet man, daß die äuſſere Breite des Halbſchattens, welche anfangs bey HI von der Breite des vollen Schattens nicht verſchieden iſt, gegen $\mu\nu$ zu wachſe. 25 Fig.

Wenn LW durch F mit HI parallel iſt, ſo iſt LW die äuſſerſte Gränze des Halbſchattens, dieſer Linie wird nur dasjenige Licht entzogen, was von dem niedrigſten Punct f der Sonne kommt, und der Halbſchatten erſtreckt ſich an dieſer Gränze zu beyden Seiten nicht weiter, als bis an L und W. Eine

Ebene durch GK ſchneide die Sonne ſo, daß ihr Mittelpunct S oberhalb dieſer Ebne liegen bleibt, ſo giebt ſich ein kleinerer Kreis der Sonne, wovon *gh* einen Durchmeſſer vorſtellet. Verſteht man nun durch δ den ſcheinbaren Durchmeſſer dieſes kleinern Kreiſes in der Ebene GK*g* genommen, und betrachtet man dieſes kleinern Kreiſes Peripherie allein als leuchtend; ſo giebt ſolches die Folge, daß GK einen Schatten in *rs* werfe, und daß der Halbſchatten ſich bis *v* erſtrecke, wenn $cv = cw = CG + Cc \,.\, \text{tang}\,\frac{1}{2}\delta$ angenommen wird (§. 64. n. 3. 4). Weil nun δ abnimmt, wenn der Winkel E*Cc* = SC*g* wächſt, und weil δ alsdenn verſchwindet, wenn EC*c* dem halben ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne gleich wird; ſo erhellet, daß die äuſſere Breite des Halbſchattens von E nach F zu abnehme, und zuletzt = LW werde, wenn *c* in F fällt.

73. §.

Aus dieſem Beyſpiel kann man beurtheilen, wie man ſich auch in andern Fällen verhalten müſte, wenn man nicht allein den projicirten Kernſchatten, ſondern auch den ihn umgebenden Halbſchatten nach ſeiner Geſtalt und Gröſſe finden wollte, den ein undurchſichtiger dem Sonnenlicht ausgeſetzter Körper auf eine Ebene wirft: allein die Unterſuchung hat eben keinen erheblichen practiſchen Nutzen, wenn man den im 60. §. ſchon betrachteten Fall ausnimmt, der in der Aſtronomie ſeine Anwendung findet. Uebrigens genügt es, wenn man folgende allgemeine Sätze als Folgen aus dem bisher vorgetragenen bemerket.

1) Jeder

1) Jeder Schatten, den ein dem Sonnenlicht ausgeſetzter dunkler Körper auf eine Ebene wirft, iſt mit einem Halbſchatten umgeben.

2) Dieſer Halbſchatten verurſacht, daß die eigentliche Gränze des vollen Schattens nicht recht genau kenntlich ſeyn kann, weil der Halbſchatten von der Gränze des vollen Schattens bis zur Gränze der völligen Erleuchtung allmählig heller wird, und ſich auf der einen Seite im vollen Schatten, auf der andern Seite im vollen Licht allmählig verliert.

3) Je näher der undurchſichtige Körper der Ebene iſt, die den Schatten auffägt, deſto ſchärfer unterſcheiden ſich Licht und Schatten von einander: je weiter aber der undurchſichtige Körper von der Ebene entfernt iſt, deſto mehr breitet ſich der Halbſchatten aus, und deſto kleiner wird der volle Schatten. Wenn des undurchſichtigen Körpers Entfernung von der Stelle der Ebene, wohin der Schatten fällt, mehr denn 215 mahl gröſſer iſt, als des Körpers gröſter Durchmeſſer in einer Ebene, die durch den Mittelpunct der Gröſſe des Körpers und der Sonne geht, ſo genommen, daß er auf beyden Seiten die Gränze der Erleuchtung trift; ſo wirft der Körper gar keinen vollen Schatten mehr, ſondern nur Halbſchatten.

74. §.

Der Schatten, welchen ein lothrecht ſtehender Körper auf eine wagrechte Ebene wirft, heißt der grade Schatten, und man hat gewöhnlich nur eine nähere Veranlaſſung die Länge dieſes Schattens zu ſuchen. Auſſer der lothrechten Höhe AC des Körpers kommt alsdenn auf ſeine übrigen Abmeſſungen

nichts an, und man kann die Sache ſo betrachten, als wenn die Länge des Schattens der lothrechten Li-
25 nie AC geſucht würde. Eine ſolche grade Linie AC,
Fig. die auf einer Ebene HL, ſenkrecht ſteht, kommt in die wagrechte Lage, wenn die Ebene HL, wie es die 26ſte Figur vorſtellt, lothrecht geſetzt wird: eine von
26 A lothrecht herab gelaſſene grade Linie AD liegt als-
Fig. denn in der Ebene HL, (288. §. Geom.) und die Ebene CAD iſt beydes zugleich auf dem Horizont und auf HL ſenkrecht. Wenn die Ebene HL dem Sonnenlicht ſo ausgeſetzt iſt, daß die Ebene CAD durch den Mittelpunct der Sonne geht, ſo wirft AC einen Schatteu auf HL, der in der Ebene CAD liegt, mithin von A nach D lothrecht herab hängt, da er dann in dieſer Lage der **verkehrte Schatten** genannt wird. Bey Beſtimmung der Länge dieſes Schattens in ſolchen Fällen, bey welchen der Halbſchatten nicht ſehr merklich iſt, kann man die Sonne als einen einzigen leuchtenden Punct betrachten, und ihren Mittelpunct dafür annehmen. Zwar findet man alsdenn den Schatten etwas länger, als der Kernſchatten in der That iſt: man kann aber, wenn es nöthig befunden wird, den Fehler leicht verbeſſern, und die Länge ſowohl des Kernſchattens als auch des Halbſchattens für ſich angeben.

75. §.

Setzt man, wie im 71. §., die Höhe der
25 Sonne $= \alpha$ ihren ſcheinbaren Durchmeſſer $= \delta$, ſo
Fig. iſt die Länge des wagrechten Kernſchattens AD $=$ AC . cot $(\alpha + \frac{1}{2}\delta)$, und des Halbſchattens AF $=$ AC cot $(\alpha - \frac{1}{2}\delta)$. Wäre der Sonne Mittelpunct allein leuchtend, ſo wäre die Länge des wagrechten

Schat-

Schattens AE $= AC \cdot \cot\alpha$, und man könnte dies die mittlere Länge des Schattens nennen. Dieſer mittlern Länge des Schattens Ueberſchuß über der Länge des vollen Schattens iſt $= AC (\cot\alpha - \cot(\alpha + \frac{1}{2}\delta))$, und bey einerley Höhe der Sonne iſt derſelbe der lothrechten Höhe AC proportional. Wenn aber die Höhe AC dieſelbe bleibt, ſo wächſt der bemerkte Ueberſchuß, wenn die Höhe der Sonne α abnimmt, und wird unendlich groß, wenn α verſchwindet. Aus den trigonometriſchen Tafeln findet man $\cot.(45^\circ\ 16') = 0{,}9913112$, und es iſt $\cot 45^\circ = 1$, alſo $\cot 45^\circ - \cot. 45^\circ\ 16' = 0{,}0086888$ noch nicht völlig $\frac{1}{100}$. Wenn alſo AC ſelbſt nicht ſehr groß iſt, ſo iſt der Unterſcheid beyder Schattenlängen ſo lange nicht beträchtlich, als die Höhe der Sonne nicht unter 45 Grade beträgt. Ueberdem wird der Raum zwiſchen D und E noch nicht von der Hälfte der Sonne erleuchtet, wogegen der Raum zwiſchen E und F von mehr als der Hälfte der Sonne Licht erhält: dieſerwegen iſt von E nach D der Halbſchatten merklich dunkler, als von E nach F, und wenn das Auge die Gränze des vollen Schattens ſchätzen ſoll, ſo wird es denſelben länger ſchätzen, als er in der That iſt, weil nahe nach D hin ſehr wenig Licht kommt. Wenn alſo nicht andre Gründe vielleicht ein ſchärferes Verfahren erfodern, ſo kann man in ſolchen Fällen die mittlere Länge des Schattens für die Schattenlänge ſelbſt annehmen.

76. §.

Wenn der verlängerte Sonnenſtrahl SC, welcher der Vorausſetzung im 74. §. gemäß in einer verticalen Ebene durch AC liegt, die Ebene HL in B 26 Fig.

 triſt,

trift, ſo iſt AB die mittlere Länge des verkehrten Schattens, ABS iſt der Sonne ſcheinbare Entfernung von der Scheitellinie, und ACB = α ihre Höhe über dem Horizont. Demnach iſt die mittlere Länge des verkehrten Schattens AB = AC tang α, die Länge des vollen Schattens Ab = AC tang ($\alpha - \frac{1}{2}\delta$), und beyder Unterſcheid Bb = AC (tang α — tang ($\alpha \frac{1}{2}\delta$)). Dieſer Unterſcheid wächſt mit α, und wenn $\alpha = 45°$ angenommen wird, ſo hat man Bb = AC (tang 45° — tang (45° — $\frac{1}{2}\delta$). Es iſt aber tang 45° = cot 45°, und tang (45° — $\frac{1}{2}\delta$) = cot (45° + $\frac{1}{2}\delta$) weil die Winkel 45° — $\frac{1}{2}\delta$ und 45° + $\frac{1}{2}\delta$ einander zu 90° ergänzen. Wenn alſo die Sonne 45° hoch iſt, ſo iſt der Unterſcheid der mittlern Länge des Schattens von der Länge des vollen Schattens auf der lothrechten Ebene ſo groß, als auf der wagrechten Ebene, und auf der lothrechten Ebene würde er unendlich groß werden, wenn der Mittelpunct der Sonne 90° hoch wäre.

Setzt man in der 25 Figur die mittlere Länge des graden Schattens AE = r, die mittlere Länge des verkehrten Schattens AB (26 Fig.) = v, ſo iſt r = AC cot α, v = AC tang α, mithin $r : v$ = cot α : tang α, wenn die Höhe AC des undurchſichtigen Körpers, der den Schatten wirft, gleich angenommen wird.

77. §.

Aus der gemeſſenen Länge des graden oder verkehrten Schattens läßt ſich die Höhe der Sonne finden, (wodurch die Höhe ihres Mittelpuncts zu verſtehen iſt, 69. §.) wenn die Länge des undurchſichtigen

gen Körpers bekannt iſt, und der Fehler wegen des Halbſchattens beyſeit geſetzt wird. Man hat nemlich $\cot\alpha = \frac{r}{a}$, und $\tang\alpha = \frac{v}{a}$, wobey eigentlich vorauszuſetzen iſt, daß die mittlere Länge des Schattens gemeſſen ſey. Könnte man den vollen Schatten genau meſſen, ſo wäre eigentlich $\cot(\alpha + \frac{1}{2}\delta) = \frac{r}{a}$, und $\tang(\alpha - \frac{1}{2}\delta) = \frac{v}{a}$, wenn r und v die Längen des vollen Schattens bedeuten. Man müſte alſo vom Winkel, deſſen Cotangente $= \frac{r}{a}$, noch 16′ abziehen, und zum Winkel, deſſen Tangente $\frac{v}{a}$, noch 16′ addiren, um die eigentliche Höhe des Mittelpuncts der Sonne zu haben. Weil aber die Länge des vollen Schattens nie genau gemeſſen werden, und man bey dieſem Verfahren ohnehin nicht erwarten kann, die Höhe der Sonne bis auf einzelne Minuten genau zu finden; überdem auch vermöge der im 75 §. ſchon angeführten Gründe das Auge allemahl den vollen Schatten etwas länger ſchätzt, als er in der That iſt; ſo wird man bey der wirklichen Meſſung der mittlern Länge des Schattens vielleicht näher kommen, als der Länge des vollen Schattens. Am bequemſten wird es allemahl ſeyn, den graden Schatten zu brauchen, wenn die Sonne mehr als 45° über dem Horizont erhaben iſt, den verkehrten Schatten aber, wenn ihre Höhe weniger als 45° beträgt.

Wäre die Höhe der Sonne bekannt, ſo lieſſe ſich aus der Länge des Schattens die Länge AC = a des undurchſichtigen Körpers finden. Es wird nemlich $a = \frac{r}{\cot\alpha} = r \tan\alpha$. Demnach würde man dieſe Unterſuchung brauchen können, die Höhe eines Thurms zu finden, wenn man ſeinen Schatten auf einer horizontalen Ebene gemeſſen hätte.

Die
erſten Gründe der Perſpectiv.

Der I. Abſchnitt.

Von den allgemeinen Gründen der Kunſt, perſpectiviſche Zeichnungen zu entwerfen.

1. §.

Aus demjenigen, was im 35 §. der Optik von der Durchſchnittsfigur *bcdf* iſt bemerkt worden, die zuwege gebracht wird, wenn die von einer ſichtbaren Sache BEDF ins Auge kommende optiſche Pyramide OBEDF mit einer Ebene GHIK geſchnitten wird, läßt ſich einſehen, daß es möglich ſeyn müſſe, eine oder auch mehrere ebene oder körperliche Figuren auf einer Ebene, wie GHIK nach ihrer ſcheinbaren Geſtalt und Lage gegen einander, ſo abzubilden, wie ſie dem Auge in einer angenommenen Stelle erſcheinen müſſen. Die allgemeine Theorie von den Gründen zur Entwerfung ſolcher Abbildungen wird als ein Theil der Optik unter dem Nahmen der Perſpectiv abgehandelt. Wenn nemlich das Auge in O ſtehet, ſo hat es einerley Empfindung, es mag den Gegenſtand BEDF ſelbſt, oder das Bild *bcdf* deſſelben auf der Ebene GHIK betrachten: es wird im letzten Fall eben die Empfindung haben, als wenn es den Gegenſtand 11 Fig.

 BEDF

BEDF durch eine durchſichtige Tafel betrachtete, und das hat den Nahmen der Perſpectiv veranlaſſet.

2. §.

11 Fig. Jede ſolche Ebene, wie GHIK, welche die Strahlenpyramide des von dem Auge betrachteten Gegenſtandes ſchneidet, heißt in der Perſpectiv die **Tafel**, der Durchſchnittspunct *b* eines Lichtſtrahls mit der Tafel aber **das Bild**, oder die Projection des Puncts B, wovon er ausgehet, ſo wie die ganze Durchſchnittsfigur *bedf* mit der Strahlenpyramide **das Bild oder die Projection** des betrachteten Gegenſtandes BEDF.

Das Bild eines Puncts iſt demnach auf der Tafel ebenfalls ein Punct, und das Bild *bd* einer graden Linie BD ebenfalls eine grade Linie. Es iſt nemlich *bd* der Durchſchnitt der Ebene des Dreyecks OBD mit der Tafel, und die grade Linie BD liegt allemahl mit ihrem Bilde *bd* in einerley Ebene, die zugleich durchs Auge gehet.

Ob es gleich am gewöhnlichſten iſt, daß man die Tafel als eine durchſichtige Ebene betrachtet, die zwiſchen dem Auge und dem Gegenſtande befindlich iſt; ſo iſt es doch an ſich eben nicht nothwendig. Der
27 Gegenſtand BEDF ſtehe zwiſchen dem Auge O und
Fig. der Tafel GHIK, und man verlängere alle Strahlen in dem Raum der optiſchen Pyramide OBEDF bis ſie die Tafel treffen: ſo giebt ſich auf derſelben ebenfalls eine Durchſchnittsfigur *bedf*, die man als **das Bild**, oder **die Projection** des Gegenſtandes betrachten kann. Wäre die Entfernung des Auges von der Tafel ſehr vielmahl gröſſer, als die Entfernung des Gegenſtandes von der Tafel; ſo würde der Gegen-

genſtand auf der Tafel ſelbſt den Raum *bedf* einzunehmen ſcheinen. Auch wenn O ein leuchtender Punct, und BEDF ein dunkler Körper wäre, ſo würde derſelbe in *bedf* ſeinen Schatten werfen.

3. §.

Je weiter das Auge vom Object und der Tafel wegrückt, deſto mehr nähern ſich die Geſichtsſtrahlen, welche von allen betrachteten Puncten des Objects kommen, der parallelen Lage. Wenn das Auge vom Object und der Tafel unendlich weit wegrückte; ſo würden alle Geſichtsſtrahlen einander parallel werden, die Strahlenpyramide würde ſich in ein Priſma, oder wenn es ein Strahlenkegel iſt, ſo würde er ſich in einen Cylinder verwandeln. Die Projection auf der Tafel erhält bey dieſer Vorausſetzung der unendlich groſſen Entfernung des Auges von dem abzubildenden Object den Nahmen der **orthographiſchen Projection.** Obgleich dieſer Nahme dem beſondern Fall eigentlich nur angemeſſen zu ſeyn ſcheint, wenn die Tafel eine ſolche Lage hat, daß ſie alle parallel darauf fallende Geſichtsſtrahlen ſenkrecht ſchneidet; ſo wird derſelbe doch auch alsdenn gebraucht, wenn gleich dieſe Geſichtsſtrahlen gegen die Tafel unter einem ſchiefen Winkel geneigt ſind.

4. §.

Wenn man Gegenſtände abbilden will, die alle in einerley horizontalen Ebene liegen, ſo nimmt man gewöhnlich die Vorausſetzung an, daß die Tafel vertical ſtehe, wofern man nicht beſondrer Gründe halber davon abzugehen genöthiget iſt. Sind alsdenn unter den abzubildenden Sachen ſolche befindlich, die

auf

auf der abzubildenden horizontalen Ebene ſenkrecht, alſo vertical ſtehen, ſo hat jene Vorausſetzung den Vortheil, daß dergleichen aufrecht ſtehende Sachen auch aufrecht ſtehend erſcheinen. Ueberdem kommt noch der Vortheil hinzu, daß man ſich dabey am leichteſten nach und nach dazu gewöhnt, von demjenigen, was perſpectiviſche Zeichnungen eigenes haben, ſich die rechte Vorſtellung zu machen.

5. §.

28 Fig. Es ſey alſo CD die vertical ſtehende Tafel, und das Auge befinde ſich in O, die Ebene AB aber ſey diejenige wagrechte Ebene, worin entweder alle, oder doch die merkwürdigſten Puncte der abzubildenden Gegenſtände liegen. Durchs Auge O ſey OR auf der Tafel und OS auf den Horizont AB ſenkrecht gezogen; ſo iſt OR des Auges Abſtand von der Tafel, und OS die Höhe des Auges über dem Horizont AB. Der Punct R heißt der **Augenpunct**, und OR nennt man kurz den **Abſtand des Auges**, OS die **Höhe des Auges**. Wenn nun die Ebene AB und die Tafel CD einander in CE ſchneiden, ſo iſt CE horizontal, die Ebene AB ſelbſt heißt die **Fundamental-Ebene**, und ihre Durchſchnittslinie CE mit der Tafel die **Fundamentallinie** oder **Grundlinie dieſes Horizonts**, auch iſt CE zugleich die Grundlinie der Tafel.

Auf der Tafel ſey RH durch den Augenpunct R mit CE parallel und RT auf CE ſenkrecht gezogen: ſo iſt RH horizontal, und RT vertical. (281. 288. §. Geom.) Die Ebene ORH iſt horizontal, ORT iſt vertical, und auf der Tafel ſenkrecht: (286. §. Geom.) jene heißt die **Horizontalfläche**, dieſe die

Ver-

Verticalfläche des Auges, mithin kann RH die Horizontallinie, RT die Verticallinie des Auges heiſſen. Wie nun R der Augenpunct hieß, ſo kann man in einem ähnlichen Sinn T den Fußpunct nennen. Wenn nemlich entweder in S ſelbſt ein Zuſchauer auf dem Horizont AB aufrecht ſteht, oder doch ſonſt S lothrecht unter der Stelle des Auges O liegt; ſo iſt die Verticallinie OS mit RT parallel, (279. §. Geom.) alſo liegt ſie in der Ebene ORT. In eben dieſer Ebene liegt ST und zugleich in AB, alſo iſt ST auf der Tafel ſenkrecht. (289. §. Geom.) Dieſemnach iſt ORTS ein Rechteck, RT iſt der Höhe des Auges, und ST dem Abſtand des Auges gleich.

Wenn ST hinter der Tafel verlängert nach Q läuft, ſo kann man TQ die **Grundlinie der Verticalfläche** des Auges nennen. Sie ſchneidet allemahl die Grundlinie CE der Tafel im Fußpunct T ſenkrecht.

6. §.

Ein Punct des abzubildenden Gegenſtandes mag hinter der Tafel liegen, wo er wolle, ſo läßt ſich der Ort deſſelben beſtimmt angeben, wenn man weiß, wie weit derſelbe von der Tafel, von der Verticalfläche des Auges, und vom Horizont des Auges entfernt iſt. Zugleich muß man wiſſen, ob er unter oder über dem Horizont des Auges, rechter oder linker Hand der Verticalfläche des Auges liegt. Wenn G ein Punct im Horizont des Auges und GH auf der Tafel ſenkrecht iſt, ſo iſt RH ſeine Entfernung von der Verticalfläche des Auges, und HG ſeine Entfernung von der Tafel. Liegt L über dem Horizont 28 Fig.

des

des Auges, ſo ſey LG auf dieſem Horizont, und GH auf der Tafel ſenkrecht: alsdenn iſt GL des Puncts L Höhe über dem Horizont des Auges, GH und RH ſind ſeine Entfernungen von der Tafel und der Verticalfläche des Auges.

Iſt dagegen von einem Punct M die Rede, der im Horizont AB liegt, über den das Auge um die Höhe SO erhaben iſt; ſo iſt die Stelle deſſelben beſtimmt, wenn man ſeine Entfernungen MN und TN von der Tafel und der Verticalfläche des Auges kennet. Dieſe ſind einerley mit den Entfernungen dieſes Puncts von den Grundlinien CE der Tafel und TQ der Verticalfläche des Auges.

7. §.

30 Fig. **Wenn zwey oder mehr grade Linien, wie *CD*, *MV*, *FG*, mit einander parallel ſind, ſie mögen alle in einerley Ebene, oder in verſchiedenen Ebenen liegen: ſo laufen ihre Bilder insgeſamt in demjenigen Punct der Tafel zuſammen, worin der mit ihnen parallele Geſichtsſtrahl *OP* die Tafel trift.**

Beweis. Wenn MV mit der Tafel in K zuſammenſtößt; ſo erhellet, daß die Tafel von der Ebene der Parallellinien KM, OP, in KP geſchnitten werde. In eben dieſer Durchſchnittslinie muß das Bild *m* eines jeden Puncts M der graden Linie KM liegen: denn *m* liegt in der Tafel, und in der Ebene der Parallellinien KM, OP, mithin in beyder Ebenen Durchſchnittslinie KP. Demnach iſt K*m* das Bild von KM, und wenn M nach V weiter hinausrückt, ſo rückt zugleich *m* weiter nach P. Wenn M in der graden Linie MV unendlich weit wegrückte, ſo würde

m in

m in P fallen, weil alsdenn OM mit KM parallel werden, alſo mit OP zuſammen fallen müſte. Weil nun dieſe Schlüſſe allemahl ihre Anwendung finden, der Punct K mag in der Tafel, wo man will ſeine Stelle haben, ſo erhellet, daß die Bilder aller mit KM parallelen Linien in P zuſammen laufen.

8. §.

Das Bild *Ip* einer graden Linie *MP*, die mit der Tafel parallel liegt, iſt mit der abgebildeten Linie *MP* ſelbſt parallel. Denn das Bild I*p* iſt der Ebene OMP Durchſchnitt mit der Tafel, (2. §.) alſo iſt I*p* mit MP parallel. (281 §. Geomet.) 28 Fig.

Wenn alſo die graden Linien CD, MV, FG, (30 Fig.) nicht allein unter ſich, ſondern auch mit der Tafel parallel ſind, ſo ſind ihre Bilder *cd*, *mu*, *fg*, auf der Tafel ebenfalls unter ſich parallel. Denn alsdenn iſt CD mit *mu* parallel, (280. §. Geom.) und eben darum auch *cd* mit *mu* parallel.

Dieſe letzte Folge hängt auch mit den Schlüſſen im vor. 7. §. ſo zuſammen. Wenn CD, MV, FG, mit der Tafel parallel ſind, ſo iſt der durch O damit parallel laufende Geſichtsſtrahl mit der Tafel ebenfalls parallel, und es giebt weiter keinen Vereinigungspunct P auf der Tafel für die Bilder von dieſen Linien. Das will ſagen: die Bilder ſind unter ſich parallel.

Das Bild IK einer auf dem Horizont AB ſenkrechten graden Linie ML iſt ſelbſt auf AB ſenkrecht, (278. §. Geom.) alſo iſt IK auch auf der Grundlinie CE ſenkrecht. Wenn ferner MP im Horizont AB

mit der Grundlinie CE parallel, alſo mit der Tafel parallel iſt, (281. §. Geom.) ſo iſt das Bild Ip ebenfalls mit der Grundlinie CE parallel.

9. §.

28 Fig. Die Bilder aller graden Linien, die auf der Tafel ſenkrecht ſind, laufen im Augenpunct *R* zuſammen.

Beweis. Alle auf der Tafel ſenkrechte grade Linien, wie FZ, NM, ſind mit einander parallel, (279. §. Geom.) und der durchs Auge O mit ihnen parallel laufende Geſichtsſtrahl OR ſteht auf der Tafel ſenkrecht. (278. §. G.) Derſelbe trift alſo die Tafel im Augenpunct R, (5. §.) und in dieſem Punct laufen die Bilder der auf der Tafel ſenkrechten Parallellinien zuſammen. (7. §.)

Alle in der Fundamentalebene AB liegende auf der Grundlinie CE der Tafel ſenkrechte grade Linien, wie NM, ſind zugleich auf der Tafel ſenkrecht: (288. §. Geom.) demnach laufen ihre Bilder, wie NI ebenfalls insgeſammt im Augenpunct R zuſammen.

10. §.

28 Fig. Dieſe im Augenpunct zuſammen laufenden graden Linien wie NR heiſſen bey einigen practiſchen Schriftſtellern die Geſichtslinien, und jedes Stück NI einer ſolchen Geſichtslinie iſt das Bild einer durch N auf der Tafel ſenkrechten Horizontallinie NM. Wie nun NM die wahre ſenkrechte Entfernung des Puncts M von der Grundlinie der Tafel iſt; ſo kann man NI die perſpectiviſche Entfernung des Bildes I von der Grundlinie nennen. Denn obgleich die Tafel verticalſtehend angenommen wird, ſo betrachtet man

man doch NI als horizontal liegend, weil man ſich die Tafel als durchſichtig vorſtellet. Die ſenkrechte Entfernung NM des Puncts M hinter der Tafel heißt auch ſeine Tiefe hinter der Tafel, weil die Redensart gewöhnlich iſt, der Punct M liege ſo und ſo viele Fuſſe tief hinter der Tafel: in dieſer Rückſicht heißt auch NI die perſpectiviſche Vertiefung des Bildes I.

Wenn dagegen IK das Bild der verticalſtehenden Linie ML iſt, ſo wird IK als vertical ſtehend betrachtet, mit der wahren Höhe ML eines vertical ſtehenden Objects gehört die perſpectiviſche Höhe IK zuſammen, und IK iſt auf CE ſenkrecht. (8. §.)

11. §.

Die Horizontallinie des Auges RH läuft durch den Augenpunct mit der Grundlinie CE der Tafel CD oder des Horizonts AB parallel, und das Bild I eines jeden Puncts M im Horizont AB liegt auf der Tafel zwiſchen dieſen Parallellinien CE und RH, in der graden Linie NR zwiſchen dem Augenpunct R und demjenigen Punct N in der Grundlinie CE, worin dieſelbe von der aus M darauf ſenkrecht fallenden Linie MN geſchnitten wird. Dieſerwegen heißt die Horizontallinie RH des Auges auch die Gränzlinie des Horizonts AB, weil das Bild eines ſolchen Puncts, der in AB liegt, nie jenſeits RH ſeine Stelle haben kann. 28 Fig.

Die Stelle des Puncts M hinter der Tafel iſt gegeben, wenn die Entfernung deſſelben von der Verticalfläche des Auges TN = Δ, und ſeine Entfernung NM = δ von der Tafel oder ſeine ſenkrechte Ver-

tiefung hinter der Tafel gegeben iſt. Wenn ferner auf der Tafel der Augenpunct R, worin die Horizontallinie RH und Verticallinie RT des Auges einander ſchneiden, und überdem die Höhe des Auges RT = a gegeben iſt; ſo kann man die Grundlinie des Horizonts worin M liegt, mit RH durch T parallel ziehen. Alsdenn iſt zugleich durch die Entfernung TN = Δ der Punct N in der Grundlinie gegeben, durch welchen die mit NM zuſammengehörige perſpectiviſche Vertiefung NI läuft, und die Lage dieſer perſpectiviſchen Vertiefung ebenfalls, weil ſie in den Augenpunct laufen muß. Um alſo die Stelle des Bildes I auf der Tafel zu finden, wird nur noch erfodert, daß man die perſpectiviſche Vertiefung NI finden könne: dieſe aber wird auſſer der Entfernung NM = δ des Puncts M von der Tafel auch noch durch die Entfernung OR = D des Auges von der Tafel beſtimmt. Im folgenden ſollen nun allemahl die Buchſtaben D, a, Δ, δ, die hier angezeigte Bedeutung behalten.

12. §.

28 Fig. **Die Entfernung *D* des Auges von der Tafel iſt gegeben, und die ſenkrechte Vertiefung *NM* = δ des Puncts *M* im Horizont *AB*: man ſoll die dazu gehörige perſpectiviſche Vertiefung *NI* finden.**

Aufl. Weil OM und RN einander in I ſchneiden und zwiſchen den Parallellinien OR, NM, liegen; ſo ſind die Dreyecke MNI und ORI einander ähnlich: mithin hat man OR : MN = RI : NI, alſo auch OR + MN : MN = RI + NI : NI, oder D + δ : δ = RN : NI. Im rechtwinklichten Dreyeck RTN

aber

aber iſt $RN = \sqrt{(TR^2 + TN^2)} = \sqrt{(a^2 + \Delta^2)}$ gegeben, alſo findet man $NI = \frac{\delta}{D + \delta} . NR.$

Durch NI iſt in der Geſichtslinie NR die Stelle des Bildes I des Puncts M gegeben: auch wird eben dieſe Stelle durch die Entfernung RI deſſelben vom Augenpunct beſtimmt. Es iſt nemlich $RI = NR - NI$, alſo $RI = NR - \frac{\delta}{D + \delta} . NR$, oder $RI = \frac{D}{D + \delta} . NR.$

Wenn man NM bis m verlängert, und $Mm = l$, $NR = L$ ſetzt, ſo iſt $Nm = \delta + l$, und $NI = \frac{\delta . L}{D + \delta}$. Iſt nun Ni das Bild von Nm, ſo hat man $Ni = \frac{(\delta + l) L}{D + \delta + l}$, alſo $Ii = Ni - NI = \left(\frac{\delta + l}{D + \delta + l} - \frac{\delta}{D + \delta}\right) L = \frac{D . L . l}{(D + \delta + l)(D + \delta)}$. Wenn demnach die Länge $Mm = l$ einer graden Linie im Horizont AB, welche gegen die Tafel ſenkrecht liegt, und die Entfernung $NM = \delta$ desjenigen Endpuncts von der Tafel, der ihr am nächſten liegt, gegeben iſt; ſo findet man die Länge ihres Bildes $Ii = \frac{D . L . l}{(D + \delta + l)(D + \delta)}$.

13. §.

29 Fig. Auf der Tafel iſt der Augenpunct R mit der Horizontallinie RH und Verticallinie RT des Auges gegeben, auch iſt die Entfernung D und Höhe a des Auges bekannt. Ferner iſt die Entfernung Δ eines Puncts in der Fundamentalebene von der Verticalfläche des Auges, und ſeine Entfernung δ von der Tafel gegeben: man ſoll die Stelle ſeines Bildes auf der Tafel durch Zeichnung finden.

Aufl. Man nehme $RT = a$, und ziehe die Grundlinie CE mit der Horizontallinie RH parallel. Auf der Grundlinie nehme man $TN = \Delta$, und ziehe die Geſichtslinie NR, ſo liegt darin das geſuchte Bild. Auf der Horizontallinie des Auges nehme man $RF = D$, an der andern Seite der Geſichtslinie NR aber auf der Grundlinie mache man $NG = \Delta$, und ziehe FG; ſo iſt der Durchſchnittspunct I mit NR das geſuchte Bild.

Beweis. Die Dreyecke RFI und NGI ſind einander ähnlich; alſo hat man $RF : NG = RI : NI$, mithin ferner $RF + NG : NG = RI + NI : NI$, oder $D + \delta : \delta = NR : NI$, folglich iſt $NI = \frac{\delta}{D + \delta} \cdot NR$ die geſuchte perſpectiviſche Vertiefung.

14. §.

29 Fig. Die Puncte F und G heiſſen die Diſtanzpuncte, jener der Diſtanzpunct des Auges, dieſer des abzubildenden Puncts; NR heißt die Geſichtslinie des abzubildenden Puncts, RF, NG, die Diſtanzlinie, und FG die Durchſchnittslinie. Der

Ver-

Vertiefung NI ſchreibt man eben ſo viele vertiefte Fuſſe im perſpectiviſchen Maaſſe zu, als NM im geometriſchen Maaſſe lang iſt: und wenn NM bey α, β, γ, in gleich groſſe geometriſche Fuſſe getheilt iſt; ſo findet man leicht durch Zeichnung auf der Tafel die Bilder *a*, *b*, *c*, der Puncte α, β, γ, und theilt auf ſolche Art NI vertiefte perſpectiviſche Fuſſe ein. Wenn nemlich die Entfernung D des Auges von der Tafel, und die Entfernung Δ der Vertiefung NM von der Verticalfläche des Auges in Fuſſen gegeben ſind; ſo muß man auf der Tafel nach einem gegebenen oder willkührlich gewählten verjüngten Maaßſtabe von R 29
nach F ſoviele Fuſſe tragen als D, und von N nach G Fig.
ſoviele Fuſſe, als Δ faſſen ſoll. Demnach trage man die einzelnen Fuſſe dieſes verjüngten Maasſtabes von N nach G auf, und theile ſolchergeſtallt NG bey α, β, γ, in gleich groſſe geometriſche Fuſſe ein, ziehe die Durchſchnittslinie Fα, Fβ, Fγ, ſo beſtimmen die Durchſchnittspuncte *a*, *b*, *c*, die Länge des erſten, zweyten, dritten, und der folgenden vertieften Fuſſe.

Dieſe perſpectiviſchen in die Tiefe laufenden Fuſſe fallen deſto kleiner aus, je weiter die dadurch abgebildeten geometriſchen Fuſſe hinter der Tafel von derſelben entfernt ſind. Man ſiehet leicht, daß ſolches der Natur der Sache gemäß ſey; auch ergiebt der allgemeine Ausdruck $Ii = \frac{D \,.\, L \,.\, l}{(D + \delta + l)\ (D + \delta)}$ 12. §, daß das Bild I*i* von M*m* = *l* deſto kleiner ausfalle, je gröſſer δ angenommen wird, wenn alles übrige einerley bleibt.

15. §.

Die Länge *MP* einer graden Linie iſt gegeben, die mit der Tafel parallel liegt: man ſoll die Länge *Ip* ihres Bildes finden.

Aufl. Es ſey MN auf der Tafel ſenkrecht, alſo mit OR parallel, und die Ebene dieſer Parallellinien ſchneide die Tafel in NR, ſo liegt das Bild I des Puncts M in NR. Weil ferner I*p* und MP parallel ſind, (8. §.) ſo hat man OM : OI = MP : I*p*, und OM : OI = RN : RI, (176. §. Geom.) alſo auch RN : RI = MP : I*p*, und $Ip = \frac{RI}{RN} \cdot MP$.

Es war aber $\frac{RI}{RN} = \frac{D}{D + \delta}$, (12. §.) alſo findet man $Ip = \frac{D}{D + \delta} \cdot MP$.

Wenn demnach die Stelle M im Horizont AB gegeben iſt, über welcher ein Object ML lothrecht ſteht, ſo wird aus der bekannten wahren Höhe ML die perſpectiviſche Höhe $IK = \frac{D}{D + \delta} \cdot ML$ gefunden.

16. §.

29 Fig. Auſſer den im 12. §. gegebenen Stücken iſt noch die wahre Höhe α eines über dem Punct M im Horizont lothrecht ſtehenden Objects gegeben: man ſoll auf der Tafel die perſpectiviſche Höhe durch Zeichnung finden.

Aufl. Um zuerſt das Bild I des Puncts M im Horizont nach den Regeln des 11. §. zu finden, muß man

man TN = △ nehmen, und die Vertiefung oder Geſichtslinie NR ziehen, worin I liegt. Man hat alſo ſchon N und kann aus N über der Grundlinie CE eine andre NV ſenkrecht ſetzen. Auf dieſer ſenkrechten Linie nehme man NV = α, ziehe RV, und IK mit NV parallel, alſo gleichfalls auf CE ſenkrecht, ſo iſt IK die geſuchte perſpectiviſche Höhe.

Beweis. Daß dieſe perſpectiviſche Höhe auf CE ſenkrecht ſeyn müſſe, iſt ſchon bekannt. (8. §.) Ueberdem ſind nun RKI und VRN ähnliche Dreyecke, alſo hat man RN : RI = NV : IK, oder RN : $\frac{D}{D+\delta}$. RN (12. §.) = α : IK, mithin IK = $\frac{D}{D+\delta}$. α, wie erfodert wird. (15. §.)

17. §.

Der perſpectiviſchen Höhe IK ſchreibt man wiederum eben ſoviele perſpectiviſche Fuſſe zu, als die wahre Höhe ML faſſet: ſie heiſſen hier **verkürzte** oder **verjüngte Fuſſe**, und ſie unterſcheiden ſich von den vertieften Fuſſen dadurch, daß ſie bey gleicher Entfernung der aufrecht ſtehenden Objecte von der Tafel, mithin auch für einerley Object insgeſamt gleich groß ſind, da im Gegentheil jene bey gröſſerer Vertiefung immer kliner ausfallen. Im Dreyeck 28
OML iſt IK mit ML parallel. Wenn alſo ML in Fig.
gleiche Fuſſe getheilt iſt und aus O nach allen Theilungspuncten grade Linien gezogen werden; ſo theilen dieſe auch IK in gleiche Theile. Man kann alſo auf 29
der Tafel auch MV = α bey ε, ζ, η, ϑ, in gleiche Fig.
Fuſſe theilen, und aus R bis an dieſe Theilungspun-

ete grade Linien ziehen; ſo wird dadurch IK bey *e*, *f*, *h*, *k*, in verkürzte perſpectiviſche Fuſſe getheilt.

18. §.

28 Fig. Die Stelle K des Bildes auf der Tafel ändert ſich nicht, wenn gleich der abgebildete Punct L in der graden Linie OL weiter von O wegrückt, oder ſich dem Auge mehr nähert. Zwar ändern ſich alsdenn die Entfernungen TN, NM, ML, des Puncts L von der Verticalfläche des Auges, von der Tafel, und von der Fundamentalebene: allein die Winkel RO*g* = TSM, und *g*OK oder GOL, bleiben unverändert. Demnach muß die Stelle des Bildes K auf der Tafel auch gefunden werden können, wenn beyde erwehte Winkel gegeben ſind: und das iſt vornehmlich in ſolchen Fällen vortheilhaft, wenn L ſehr weit entlegen iſt, mithin die Entfernungen TN, NM, ML, ſehr groß ausfallen.

Die Ebene OLMS iſt eine Verticalfläche durchs Auge und den abzubildenden Punct L, die man kurz **die Verticalfläche des abzubildenden Puncts** L nennen kann. Ferner liegt ROG in der Horizontalfläche des Auges, und OG iſt beyder Ebenen Durchſchnittslinie. Die Verticalfläche des Auges ORTS und die Verticalfläche OLMS des Puncts L ſchneiden einander in OS, und ROG = TSM iſt der Neigungswinkel beyder Verticalflächen des Auges und des Puncts L gegen einander: er kann **die Abweichung des Puncts *L* von der Verticalfläche des Auges** heiſſen. Weiter iſt GOL der ſcheinbare Abſtand des Puncts L vom Horizont des Auges, oder **die optiſche Höhe des Puncts *L* über dem Horizont des Auges.** (47. §. Opt.)

Wenn

Wenn die perſpectiviſche Zeichnung eine von der Sonne erleuchtete Gegend vorſtellen, und das Bild der Sonne mit auf die Tafel gebracht werden ſoll: ſo ſtelle man ſich L als den Mittelpunct der Sonne vor. Alsdenn iſt eine verticale Ebene OLMS durchs Auge und den Mittelpunct der Sonne die **Verticalfläche der Sonne**, und ihr Winkel ROG mit der Verticalfläche des Auges heißt in der Aſtronomie der **Azimuthalwinkel der Sonne**: der Neigungswinkel GOL der vom Auge in den Mittelpunct der Sonne gezogenen Geſichtslinie OL gegen den Horizont des Auges iſt die **Höhe der Sonne über dem Horizont.**

19. §.

Auſſer dem Abſtand *D* des Auges von der Tafel ſind die Abweichung des Puncts *L* von der Verticalfläche, und ſeine optiſche Höhe über dem Horizont des Auges gegeben: man ſoll die Stelle des Bildes *K* auf der Tafel finden. 28 Fig.

Aufl. Die Stelle des Bildes wird durch den Abſtand R*g* von der Verticallinie, und den Abſtand *g*K von der Horizontallinie des Auges beſtimmt. Wenn aber ROG $= \alpha$ und GOL $= \beta$ geſetzt wird, ſo findet man R*g* $=$ D tangα, O*g* $=$ D ſecα, und *g*K $=$ O*g* . tangβ, alſo *g*K $=$ D ſecα tangβ.

Man nehme demnach auf der Tafel RO $=$ D, und RO*g* $= \alpha$, ſo giebt ſich auf der Horizontallinie R*g* $=$ D tangα. Aus *g* nehme man auf der Horizontallinie *g*P $=$ *g*O $=$ D ſecα, und mache *g*PK $= \beta$, ſo erhält man *g*K $=$ D ſecα tangβ, und K iſt das geſuchte Bild. 29 Fig.

Das Bild I des Puncts M in der horizontalen Grundfläche lothrecht unter L rückt in der lothrechten Durchſchnittslinie WK der Ebene OSML mit der Tafel deſto höher hinauf nach *g*, je weiter L ſelbſt in OL wegrückt. In dem Fall, wenn OL unendlich groß würde, müſte I mit *g* zuſammen fallen: es würde nun OM mit OG parallel werden, und der Winkel MOG verſchwinden. Demnach iſt W*g* das Bild von der ins unendliche verlängerten graden Linie WM.

20. §.

28 Fig. Die Stelle *M* eines von den beyden Endpuncten der mit der Grundlinie *CE* der Tafel im Horizont parallel laufenden graden Linie *MP*, und ihre Länge ſind gegeben: man ſoll ihr Bild auf der Tafel zeichnen.

29 Fig. Aufl. Man ſuche auf der Tafel das Bild I des Anfangspuncts M nach den Regeln des 12 §., ziehe I*p* mit CE parallel, nehme auf der Grundlinie NQ von ſo vielen Fuſſen des geometriſchen Maaſſes als die Länge der abzubildenden Linie ausmachen ſollen, und ziehe RQ, ſo giebt ſich der Durchſchnittspunct *p*, und I*p* iſt das verlangte Bild.

Beweis. Weil MP mit CE parallel iſt, ſo muß das Bild I*p* ebenfalls mit CE parallel ſeyn, (8. §.) und das Bild muß die Länge $Ip = \frac{D}{D + \delta} \cdot MP$ haben. (15 §.) Man hat aber in der 29 Fig. RN : RI = NQ (oder MP 28 Fig.) : I*p*, alſo $Ip = \frac{RI}{RN} \cdot MP = \frac{D}{D + \delta} \cdot MP$, (12 §.) wie erfodert wird.

21. §.

21. §.

Auch dieſem Bilde werden ſoviele perſpectiviſche Fuſſe zugeſchrieben, als geometriſche Fuſſe die Länge der abgebildeten Linie ausmachen: das ſind alsdenn wie bey den Höhen verkürzte, übrigens gleiche Fuſſe. Wenn MP in gleiche Fuſſe getheilt 28
iſt, und von O nach allen Theilungspuncten grade Fig.
Linien gezogen werden, ſo theilen ſelbige auch I*p* in gleiche Theile. Um alſo I*p* auf der Tafel in verkürzte perſpectiviſche Fuſſe zu theilen, kann man NQ 29
in geometriſche Fuſſe theilen. Wenn alsdenn α, β, Fig.
γ, G, T, δ, die Theilungspuncte ſind, und aus denſelben grade Linien in den Augenpunct R gezogen werden, ſo theilen ſelbige I*p* in verkürzte perſpectiviſche Fuſſe. In gleichen Entfernungen hinter der Tafel ſind die verkürzten Fuſſe für die perſpectiviſchen Höhen und die mit der Fundamentallinie parallel laufenden Linien gleich groß: es ſind die geometriſchen Fuſſe im Verhältniß $D + \delta$ zu D verjüngt.

Der II. Abſchnitt.

Die perſpectiviſche Zeichnung ſolcher Figuren, die in einer auf der Tafel ſenkrechten Ebene liegen.

22. §.

Es ſey FG eine grade Linie in der Fundamental- 30
ebene, die, wenn ſie verlängert wird, die Grund- Fig.
linie XY in A trift, und FN ſey auf XY ſenkrecht:

ſo

ſo iſt NAF der Linie FG Neigungswinkel gegen die Tafel, NFA aber ihr Neigungswinkel gegen die Verticalfläche des Auges. Jener Winkel ſoll hinführo der Linie FG **Abweichung von der Tafel**, dieſer aber ihre **Abweichung von der Verticalfläche des Auges** heiſſen. Durchs Auge ſey OP mit FG parallel gezogen, und treffe die Ebene der Tafel in P; ſo iſt P der Vereinigungspunct der Bilder aller mit FG parallelen Linien, (7. §.) und AP iſt das Bild von AG ins unendliche verlängert. Wenn alſo eine in der Grundfläche mit FG parallel gezogene grade Linie CD die Grundlinie in B trift, ſo liegt ihr Bild in BP, und beyde Bilder laufen in P zuſammen. Weil nun FG, CD, horizontal ſind, und OP mit FG parallel iſt; ſo iſt OP horizontal. Ferner ſey R der Augenpunct, ſo iſt OR ebenfalls horizontal; folglich liegt die Ebene OPR horizontal, ihre Durchſchnittslinie RP mit der Tafel iſt die Horizontallinie des Auges, (5. §.) und in dieſer Horizontallinie liegt der Vereinigungspunct P der Bilder aller mit FG parallelen Linien.

23. §.

Der Punct P iſt für alle Parallellinien FG, CD, welche gegen die Tafel unter dem Winkel NAF $= \eta$ geneigt ſind, das, was der Augenpunct R für alle Parallellinien in der Fundamentalebene war, welche auf der Tafel ſenkrecht ſind. Die graden Linien AP, BP ſind **perſpectiviſch parallel**, und ihr **Vereinigungspunct** P iſt das Bild eines unendlich weit entlegenen Puncts in jeder graden Linie FG oder CD, welche die Fundamentallinie unter dem Winkel NAF $=$ TBC $= \eta$ ſchneidet. Die Stelle einer ſolchen

graden

graden Linie, wie FG, im Horizont iſt gegeben, wenn $TA = f$, als die Entfernung ihres Durchſchnittspuncts mit der Grundlinie von der Verticalfläche, alſo auch von der Verticallinie RT des Auges, und ihr Neigungswinkel η gegen die Tafel gegeben iſt.

24. §.

Aus der gegebenen Lage einer graden Linie *FG* in der Fundamentalebene gegen die Tafel, wenn auch ihr Durchſchnittspunct *A* mit der Grundlinie gegeben iſt, die Lage ihres Bildes auf der Tafel zu finden. 30 Fig.

Aufl. Das Bild geht durch A, und durch den Vereinigungspunct P der Bilder aller mit FG parallelen Linien, der in der Horizontallinie des Auges liegt. Weil nun A gegeben iſt, ſo ſuche man RP als die Entfernung des Vereinigungspuncts P vom Augenpunct. Es iſt aber im Dreyeck ROP die Seite OR die Entfernung des Auges von der Tafel $= D$, und OR iſt mit NF, OP mit AF parallel, mithin der Winkel $ROP = NFA = 90° - \eta$. Demnach findet man $RP = OR \tang ROP$, oder $RP = D \cot \eta$. Setzt man den Neigungswinkel NFA der graden Linie FG gegen die Verticalfläche des Auges $= \vartheta$, ſo hat man auch $RP = D \tang \vartheta$. Wenn alſo nunmehro auf der Tafel $TA = f$, $RP = D \cot \eta$ genommen iſt, ſo kann man AP ziehen, und die Lage des Bildes der graden Linie AG auf der Tafel iſt gefunden.

Weil jedoch auf jeder Seite des Augenpuncts R auf der Horizontallinie des Auges eine Entfernung $= RP \cot \eta$ genommen werden kann; ſo muß man bemer-

merken, daß RP und TA in Abſicht auf die Verticallinie RT des Auges eine entgegen geſetzte Lage haben, ſo lange η = TAF ein ſpitzer Winkel iſt. Für $\eta = 90^\circ$ wird RP = D cot $\eta = 0$, das heißt P fällt in R, wie erfodert wird. In dem Fall aber, wenn η gröſſer als 90° ausfällt, wird D cot η negativ: das heißt man muß RP auf der andern Seite von R nehmen, alſo muß in Abſicht auf die Verticallinie des Auges nun RP mit TA eine übereinſtimmige Lage haben.

25. §.

Um auf der Tafel ſelbſt, welche die 32 Figur beſonders vorſtellet, mit Vortheil zu zeichnen, wenn man nach dem 24 §. das Bild einer graden Linie von gegebener Lage perſpectiviſch entwerfen ſoll, dient folgende Vorbereitung. Durch den Augenpunct R ſey
32 Fig. ſchon die Horizontallinie und Verticallinie des Auges gezogen, ſo kann man auf der Horizontallinie an beyden Seiten von R aus die Tangenten aller Winkel von 0° bis 90° für den Halbmeſſer OR = D auftragen. In ſolcher Abſicht nemlich nehme man auf der Verticallinie RT des Auges RO = D, beſchreibe aus dem Mittelpunct O mit dem Halbmeſſer OR einen Halbkreis, und theile ihn in ſeine Grade gehörig ein. Dabey zähle man die 90 Grade beyder Quadranten von R aus nach der Rechten und Linken herum, und ziehe die Halbmeſſer von O aus durch die Theilungspuncte bis an die Horizontallinie, ſo geben ſich auf derſelben zu beyden Seiten des Puncts D die Tangenten aller Winkel von 0° bis 90° für den Halbmeſſer OR = D.

Um nun das Bild einer graden Linie zu haben, die um 30° von der Tafel, mithin um 60° von der

Verticalfläche des Auges abweicht, und durch A läuft, ziehe man von A aus in den 60ſten Grad der Horizontallinie die grade Linie AP, ſo hat man das verlangte Bild gezeichnet.

26. §.

Der Winkel TAP = ζ auf der Tafel iſt das 30 Fig.
Bild des Winkels TAG = η in der horizontalen Grundfläche. Hat man die Horizontallinie im Verhältniß der Tangenten in ihre Grade gehörig eingetheilet; ſo liegen zwiſchen den Schenkeln des Winkels 32 Fig.
TAP von P aus ins unendliche fort ſoviele Grade, als der durch TAP abzubildete Winkel faſſet, welches in der 32 Figur 30 Grade ſind. Eben ſo bildet TAΠ einen ſtumpfen Winkel von 120 Graden ab: von Π angerechnet liegen über R und P hinaus ſo viele Grade auf der Horizontallinie, als der durch TAΠ abgebildete Winkel faſſet. Demnach vertritt die ſolchergeſtalt eingetheilte Horizontallinie für alle perſpectiviſch gezeichnete Winkel die Stelle des Transporteurs, wenn der eine Schenkel eines ſolchen Winkels in der Grundlinie der Tafel liegt.

27. §.

Das Bild eines gradlinichten Dreyecks *ABF*, deſſen Grundlinie *AB* in der Fundamentallinie liegt, und deſſen Winkel gegeben ſind, auf der Tafel zu zeichnen. 31 u. 32 Fig.

Aufl. Man nehme P in der Horizontallinie des Auges ſo an, daß von P über W ins unendliche hinaus ſoviele Grade liegen, als der Winkel BAF faſſen ſoll, und ziehe AP, ſo iſt AP das Bild von AF unbeſtimmt verlängert. Weiter nehme man *p* in der Horizontallinie ſo an, daß von *p* über *Z* hinaus

ſoviele Grade liegen, als der Winkel ABF faſſen ſoll, und ziehe B*p*, ſo iſt B*p* das Bild von BF unbeſtimmt verlängert. Das Bild der Spitze F muß in beyden graden Linien AP und B*p* zugleich, alſo in *f* liegen, da wo AP und B*p* einander ſchneiden: alſo iſt AB*f* das Bild des Dreyecks ABF.

Weil die Zahl aller Grade auf der Horizontallinie zuſammen 180 beträgt, und die drey Winkel des Dreyecks ABF zuſammen eben ſoviele Grade ausmachen; ſo erhellet, daß zwiſchen *f*P und *fp* ſoviele Grade liegen müſſen, als der Winkel AFB faſſet, der durch A*f*B abgebildet wird. Demnach vertritt die in Grade eingetheilte Horizontallinie für die perſpectiviſch gezeichneten Winkel aufs vollkommenſte die Stelle des Transporteurs. Iſt *f* die Spitze eines ſolchen Winkels *afb*, ſo hat man ſogleich die Gröſſe des dadurch abgebildeten Winkels in Graden, wenn man ſeine Schenkel *fa*, *fb* bis an die Horizontallinie nach P und *p* verlängert, und nachzählt, wieviele Grade auf der Horizontallinie zwiſchen den Schenkeln dieſes Winkels liegen. Dieſe Schenkel treffen verlängert allemahl auch die Grundlinie, wie *fa* und *fb* in A und B: alsdenn iſt AB*f* das Bild eines Dreyecks über der Grundlinie AB, und ſo ſiehet man gleich, daß der durch A*f*B oder *afb* abgebildete Winkel ſoviele Grade faſſe, als auf der Horizontallinie zwiſchen ſeinen Schenkeln liegen. Wenn demnach die Stelle ſeiner Spitze und die Lage des einen Schenkels auf der Tafel ſchon gegeben iſt, ſo kann man leicht den andern Schenkel ziehen, wenn die Zahl ſeiner Grade gegeben iſt.

28. §.

28. §.

Auf der Tafel iſt Af das Bild von AF und f das Bild von F. Wenn ferner NF auf der Grundlinie ſenkrecht iſt, ſo iſt Nf das Bild von NF. Wie man nun Nf auf der Tafel, die man ſich durchſichtig vorſtellt, als eine horizontal liegende Linie betrachten muß; ſo muß man ſich auch an die Vorſtellung gewöhnen, dergleichen Bilder horizontal liegender Linien, wie Af als horizontal liegend zu betrachten. In einem ähnlichen Sinn, wie NF die ſenkrechte Vertiefung des Puncts F hinter der Tafel hieß, kann AF die ſchiefe unter dem Winkel η gegen die Tafel geneigte **Vertiefung** und das Bild Af die damit zuſammen gehörige **ſchiefe perſpectiviſche Vertiefung** des Puncts F heiſſen.

29. §.

Aus dem bekannten ſchiefen Abſtande des Puncts F im Horizont von der Fundamental-linie die dazu gehörige ſchiefe Vertiefung des Bildes f zu finden. 31 Fig.

Aufl. Weil $ROP = AFN = 90° - \eta$ war, (24. §.) ſo iſt OP, als der Abſtand des Auges vom Vereinigungspunct der Bilder aller mit AF parallelen Linien, $= D \operatorname{coſec} \eta$, und weil die Dreyecke OPf und BFf einander ähnlich ſind; ſo hat man $OP : AF = Pf : Af$, alſo auch $OP + AF : AF = Pf + Af : Af$, oder $D \operatorname{coſec} \eta + AF : AF = AP : Af$, mithin 31 Fig.

$$Af = \frac{AF \,.\, AP}{D \operatorname{coſec} \eta + AF}.$$

Durch Zeichnung auf der Tafel wird demnach Af ſo gefunden. Weil der Punct A in der Grund-linie und der Winkel $TAF = \eta$ gegeben ſeyn müſſen, 32 Fig.

ſo ziehe man AP nach Vorſchrift des 24. §. Alsdenn liegen zwiſchen R und P auf der Horizontallinie des Auges ſoviele Grade, als ein Winkel = 90 — η faſſet, und wenn RO nach Vorſchrift des 25. §. = D genommen iſt, ſo hat man OP = D coſec η. Alſo trage man OP aus P nach Δ, und nehme auf der Grundlinie AC von ſovielen Fuſſen, als die Länge der abzubildenden Vertiefung ausmachen, ziehe hiernächſt die Durchſchnittslinie ΔC, ſo ſchneidet ſelbige die geſuchte perſpectiviſche Vertiefung Af auf AP ab.

Es iſt nemlich PΔ : AC = Pf : Af, und PΔ + AC : AC = Pf + Af : Af. Weil nun AC ſoviele Fuſſe lang genommen iſt, als die abzubildende Vertiefung AF hinter der Tafel faſſen ſoll; ſo iſt D coſec η + AF : AF = AP : Af, und $Af = \frac{AF \cdot AP}{D \operatorname{cosec} \eta + AF}$.

30. §.

Der Punct P iſt für die Bilder aller unter dem Winkel η geneigten Parallellinien, was der Augenpunct R für die auf der Tafel ſenkrechten Linien war, und die Zeichnung der ſchrägen Vertiefung bleibt der im 13. §. gewieſenen Zeichnung der ſenkrechten Vertiefung völlig ähnlich. Statt der ſenkrechten Diſtanz des Auges von der Tafel wird nun der Abſtand des Auges von dem Vereinigungspunct P gebraucht. Demnach kann man auch Af auf völlig ähnliche Art in vertiefte Fuſſe theilen, wie man ſich im 14. §. bey Eintheilung der ſenkrechten perſpectiviſchen Vertiefungen verhielte. Nachdem nemlich AC in geometriſche Fuſſe getheilt iſt, ziehet man aus Δ Durchſchnittslinien nach den Theilungspuncten in AC, ſo theilen ſelbige Af in vertiefte Fuſſe.

Weil

Weil Af das Bild einer graden Linie iſt, die im geometriſchen Maaſſe ſo lang als AC iſt, ſo iſt ACf das Bild eines gleichſchenklichten Dreyecks, und ACf, AfC, ſind perſpectiviſche Winkel, die gleichviele Grade faſſen. Wird der durch TAf abgebildete Winkel $= \eta$ geſetzt, ſo iſt jeder von den Winkeln, die ACf, AfC, abbilden, $= 90° - \frac{1}{2}\eta$, mithin müſſen auf der Horizontallinie zwiſchen P und Δ ſo viele Grade liegen, als ein Winkel faſſet, der den halben Neigungswinkel TAF zu 90° ergänzet. Aber RP iſt das Maaß eines Winkels $= 90° - \eta$, alſo muß $R\Delta = P\Delta - PR$ das Maaß eines Winkels ſeyn, der $= 90° - \frac{1}{2}\eta - (90° - \eta)$ iſt, oder eines Winkels $= \frac{1}{2}\eta$.

Der Punct Δ iſt der **Diſtanzpunct** des Auges für diejenigen Parallellinien, deren Bilder in P zuſammen laufen, in einem ähnlichen Sinn, wie es im 14. §. F für die auf der Grundlinie der Tafel ſenkrechten Linien war. Für dieſe leztern fällt der Diſtanzpunct des Auges in den 45ſten Grad der Horizontallinie, und in der 32 Figur iſt es der Punct D.

31. §.

Wenn man die Fundamentallinie auf der Tafel ein für allemahl in gleiche Theile eintheilet, wie man ſonſt einen verjüngten Maaßſtab einzutheilen gewohnt iſt, und die gleichen Theile derſelben nach Beſchaffenheit der Umſtände Ruthen, Fuſſe, was man will, bedeuten läſſet, ſo dient die ſolchergeſtalt eingetheilte Grundlinie zugleich als Maaßſtab, um den perſpectiviſchen Bildern grader Linien, die im Horizont eine Lage, welche man will, haben ſollen, ihre gehörige Länge zu geben, oder auch ſolche, die auf der Tafel

ſchon gezeichnet ſind, zu meſſen. Will man wiſſen, wie lang die durch *fa* abgebildete grade Linie ſey, ſo verlängere man ſie bis an die Horizontallinie in P, nehme PΔ = OP, und ziehe Δf, Δa, bis an die Grundlinie nach C und H. Soviele Fuſſe oder Ruthen alsdenn auf der Grundlinie ſich von C nach H erſtrecken, die man zählen kann, wenn die Grundlinie gehörig eingetheilt iſt, ſoviele Fuſſe oder Ruthen iſt diejenige Linie lang, welche *fa* abbildet. Man kann demnach auf einer Linie, die auf der Tafel, wie *fa* ſchon gezeichnet iſt, eben ſo jedes Stück abſchneiden, wenn die Länge derjenigen Linie im Horizont, die das abzuſchneidende Stück abbilden ſoll, in Ruthen oder Fuſſen gegeben iſt.

32. §.

Wer nun eine perſpectiviſche Zeichnung entwerfen will, der muß den bisherigen Lehren gemäß auf der Tafel den Augenpunct mit der Lage der Horizontallinie und Verticallinie des Auges als gegeben annehmen. Ferner muß der Abſtand des Auges D von der Tafel als gegeben angenommen ſeyn. Dieſer dient alsdenn, die Horizontallinie gehörig in Grade einzutheilen, damit ſie die Stelle des Winkelmeſſers vertrete. Um hiernächſt jeder graden Linie im Horizont ihre gehörige Länge geben zu können, wird die Grundlinie nach eben dem verjüngten Maaß in gleiche Ruthen oder Fuſſe getheilt, in welchem der Abſtand des Auges RO = D gemeſſen iſt. Uebrigens kann man von dem perſpectiviſchen Grundriß einer horizontal liegenden Figur eben ſo reden, als wenn es ein geometriſcher Grundriß wäre: man kann den perſpectiviſchen Winkeln eben die Zahl der Grade

zu-

zuſchreiben, welche die dadurch abgebildeten Winkel faſſen, die der perſpectiviſche Winkelmeſſer, oder die im Verhältniß der Tangenten eingetheilte Horizontallinie unmittelbar anzeigt. Den perſpectiviſchen Linien kann man eben die Länge in Ruthen oder Fuſſen ausgedruckt beylegen, welche die dadurch abgebildeten Linien haben, und ihre Länge kann man auf der in gleiche Theile eingetheilten Grundlinie unmittelbar meſſen.

33. §.

Es fehlt gar nicht, daß derjenige, welcher ſich die bisherigen Lehren recht bekannt und geläufig gemacht hat, nicht mit ungemein leichter Mühe jede horizontal liegende gradlinichte Figur auf der Tafel perſpectiviſch zeichnen könne, wenn alle ihre Seitenlinien und Winkel gegeben ſind, auch überdem die Entfernung nur eines ihrer Winkelpuncte von der Tafel und von der Verticalfläche des Auges, nebſt der Lage einer durch dieſen Punct laufenden Seitenlinie gegen die Tafel oder die Verticalfläche des Auges. Wer in der Geometrie geübt iſt, weiß, daß jede gradlinichte Figur durch Diagonallinien in Dreyecke getheilt werden könne; daß aus den Seiten und Winkeln der Figur auch die Diagonallinien nebſt den Winkeln, welche die Diagonallinien unter ſich und mit den Seitenlinien der Figur einſchlieſſen, gefunden werden können; daß hinwiederum jede gradlinichte Figur ſich aus Dreyecken zuſammen ſetzen laſſe, mithin die ganze Figur, wenn nur eine Seitenlinie gegeben iſt, allein vermittelſt der Winkel gezeichnet werden könne, welche die Seitenlinien unter ſich und mit den Diagonallinien einſchlieſſen. Demnach kann man das Bild der Figur auf der Tafel eben ſo leicht

zeichnen, als wenn man den geometriſchen Grundriß der Figur ſelbſt zeichnen ſollte. Bevor man darin recht geübt iſt, hat es ſeine Vortheile, wenn man zuerſt den geometriſchen Grundriß der Figur für ſich allein auf einem beſondern Blatte in der rechten Lage gegen zwey grade Linien zeichnet, die einander ſenkrecht ſchneiden, wovon eine die Grundlinie der Tafel, die andre die Grundlinie der Verticalfläche des Auges, und ihr Durchſchnittspunct den Fußpunct auf der Tafel vorſtellet.

34. §.

Selbſt krummlinichte Figuren, dergleichen die Kreiſe und Kreisſtücke ſind, laſſen ſich den vorgetragenen Gründen gemäß perſpectiviſch zeichnen: man muß nämlich die Bilder ſovieler einander ſehr nahe liegender Puncte im Umfang der krummlinichten Figur ſuchen, damit man hiernächſt auf der Tafel durch alle ſo gefundenen Puncte den Umfang des Bildes der Figur hindurch führen kann. Die Bilder dieſer Puncte im Umfang der krummen Linie können aus ihren Entfernungen von den Grundlinien der Tafel und der Verticalfläche des Auges gefunden werden, die man um deswillen im geometriſchen Grundriß ausdrücken muß: ein geübter Zeichner verfällt dabey aber leicht von ſelbſt auf allerley Vortheile, welche die Sache erleichtern. Für den Kreis kann man zuerſt auf der Tafel das Bild ſeines Mittelpuncts ſuchen, und hiernächſt die Bilder ſo vieler Durchmeſſer als man will, die ſich insgeſammt unter gleichen Winkeln ſchneiden: durch die Endpuncte dieſer abgebildeten Durchmeſſer läßt ſich alsdenn das Bild des Kreiſes zeichnen.

Auch bey der perſpectiviſchen Abbildung der gradlinichten Figuren kann es oft die Mühe erleichtern, wenn man zuerſt das Bild eines ſolchen Puncts ſucht, deſſen Stelle innerhalb der Fläche der Figur bekannt iſt, und hiernächſt die Bilder der Entfernungen aller ihrer Winkelpuncte von jenem zuerſt abgebildeten Punct. Sollte man ein reguläres Polygon perſpectiviſch zeichnen, ſo könnte man dieſer Maxime gemäß zuerſt für den Mittelpunct deſſelben das dazu gehörige Bild ſuchen, und hiernächſt die Bilder aller Halbmeſſer, die vom Mittelpunct nach den Winkelpuncten laufen.

35. §.

Dieſen Gründen gemäß bedarf es keiner weitläuftigen Beſchreibung deſſen, wie in der 33 Figur rechter Hand der Verticalfläche des Auges der Kreis, und in demſelben das reguläre Achteck perſpectiviſch ſind gezeichnet worden. Der zu beyden gehörige Mittelpunct *c* iſt 10 Fuß weit von der Verticalfläche des Auges, und 5 Fuß weit von der Tafel entfernt: der Halbmeſſer *ca* beträgt 5 Fuß, und der Kreis berührt die Grundlinie der Tafel. Wie nun der auf der Grundlinie der Tafel ſenkrechte Halbmeſſer *ca* in den Augenpunct R laufen muß, ſo werden von *a*R leicht 5 Fuß von *a* nach *c*, und andre 5 Fuß von *c* nach *g* abgeſchnitten, vermittelſt der in D zuſammen laufenden Durchſchnittslinien. Von *a* ab nimmt man zu beyden Seiten auf der Grundlinie 5 Fuß, und zieht nach R die Geſichtslinien, welche den mit der Tafel parallelen Durchmeſſer *ei* geben. Weiter kann man nun um *c* herum leicht die Centriwinkel zeichnen, die für das Achteck 45 Grade betragen, und auf ihren

33 Fig.

Schenkeln von *c* nach *b*, *f*, *h*, *k*, allemahl 5 Fuß abſchneiden. Die in *m* zuſammen laufenden Durchſchnittslinien geben *cb* und *ch*; die in *n* zuſammen laufenden Durchſchnittslinien eben ſo *cf* und *ck*. Hiemit hat man zugleich acht Puncte, die in der Peripherie des Kreiſes liegen, und man kann ſo viele dergleichen Puncte ſuchen, als man nöthig findet, um hiernächſt die Peripherie des Kreiſes durch dieſe Puncte durchzuführen.

36. §.

Die Vorausſetzung, daß die Ebene, worauf dergleichen abzubildende Figuren befindlich ſind, horizontal ſeyn ſolle, iſt bisher nur deswegen angenommen worden, um den Vortrag der erſten Gründe dieſer Wiſſenſchaft deſto mehr zu erleichtern, an ſich aber liegt bey den bisherigen Schlüſſen nichts zum Grunde, was die Sache darauf einſchränkte, daß die Ebene der abzubildenden Figuren horizontal ſeyn müſſe. Alles kommt auf den Umſtand an, daß dieſe Ebene der abzubildenden Figuren auf der Tafel
33 ſenkrecht angenommen iſt. Es ſey nemlich R der
Fig. Augenpunct, RH die Gränzlinie einer wirklich horizontal liegenden Ebene, und AT die dazu gehörige Grundlinie. Eine andre Ebene, welche das Auge aus eben der Stelle zugleich mit überſehen kann, ſey auf der Tafel ebenfalls ſenkrecht, und ſchneide ſelbige in der graden Linie VW: ſo hat dieſe Ebene mit dem Horizont einerley Augenpunct R. Durch dieſen Augenpunct R ſey XY mit VW parallel gezogen: ſo muß alles, was auf der erwehnten Ebene abzubilden vorkommt, zwiſchen den Parallellinien VW und XY ent=

enthalten ſeyn: demnach kann VW die Grundlinie, und XY die Gränzlinie dieſer Ebene heiſſen.

37. §.

Alle dergleichen Ebenen, die auf der Tafel ſenkrecht ſind, haben einerley Augenpunct R, wenn man vorausſetzt, daß das Auge ſie alle zugleich aus einerley Stelle betrachte. Wenn MO und NP die Bilder zweyer graden Linien vorſtellen, die in der Ebene WVXY unter ſich parallel und auf der Tafel ſenkrecht ſind; ſo müſſen ſie im Augenpunct R zuſammen laufen. Wenn überdem OP mit MN parallel iſt; ſo ſtellt MOPN ein in der Ebene WVXY liegendes Rechteck vor. Weil alsdenn OMN, OMT rechte Winkel ſind, ſo iſt TMN der Ebene WVXY Neigungswinkel gegen den Horizont, den ſie in der graden Linie MO ſchneidet.

38. §

Setzt man RS auf XY ſenkrecht, ſo hat man für die zwiſchen der Grundlinie VW und Gränzlinie XY abzubildende Ebene die Linie des Auges: eben dieſe Entfernung RS beyder Parallellinien VW und XY von einander iſt zugleich die Höhe des Auges über der Ebene WVXY. Die Gränzlinie XY theilt man im Verhältniß der Tangenten für den der Diſtanz des Auges von der Tafel gleichen Halbmeſſer eben ſo ein, wie die Gränzlinie RH des Horizonts, und auf die Grundlinie VW trägt man gleiche Ruthen oder Fuſſe eben ſo auf, wie ſie auf der Grundlinie AT aufgetragen ſind: ſo können hiernächſt alle in der Ebene WVXY liegende Figuren eben ſo abgebildet werden, wie man diejenigen zeichnet, welche im eigentlichen Horizont liegen.

39. §.

Zwey und mehr parallele Ebenen, wenn ſie die Tafel in AT, FC, ſenkrecht ſchneiden, haben einerley Gränzlinie, ihre Grundlinien AT, FC, ſind parallel, und mit denſelben läuft die Gränzlinie durch den Augenpunct R parallel. Wenn ferner AC die Durchſchnittslinie der Tafel mit einer ſolchen Ebene vorſtellt, die beydes zugleich vertical und auf der Tafel ſenkrecht iſt, ſo iſt AC vertical, und mit der Linie des Auges RT parallel. Wie nun AC dieſer Ebene Grundlinie iſt; ſo fällt ihre Gränzlinie mit der Linie des Auges RT zuſammen. In der 33ſten Figur ſind EABZ und FCKG die Bilder zweyer horizontalen Rechtecke, wovon das eine um die Höhe AC höher als das andre liegt. Die Seitenlinien AE, CF, liegen in der Tafel, und AB, EZ, CK, FG, laufen in den Augenpunct. In der Ebene des Rechtecks EABZ iſt noch ein andres *eabz* gezeichnet, das mit der Winkelſpitze *a* an die Tafel ſtößt, und die Seitenlinien *ae*, *bz*, ſind gegen die Tafel unter dem Winkel von 60 Graden geneigt. Eben ſo iſt in der darüber liegenden Ebene FCKG auch das Rechteck *fckg* gezeichnet, deſſen Winkelſpitze *c* in der Tafel liegt.

40. §.

Das Bild einer ebenen Figur, die mit der Tafel parallel liegt, iſt der Figur ſelbſt ähnlich: denn es iſt die Durchſchnittsfigur der optiſchen Strahlenpyramide, wozu die abzubildende Figur als eine Grundfläche gehört, und die ſchneidende Ebene iſt die mit dieſer Grundfläche parallele Tafel. Demnach folgt dieſer Satz aus dem 326ſten und 341. §. der Geometrie. Wenn alſo die Figur gradlinicht, und

um

um den Abſtand δ von der Tafel entfernt iſt; ſo iſt das Verhältniß eines jeden Paars gleichnahmiger Seiten oder Diagonallinien der Figur und des Bildes $= D + \delta : D$. Auch iſt eben dies das Verhältniß der Halbmeſſer der abzubildenden Figur und des Bildes, wenn jene ein Kreis iſt. Dieſemnach ſind die perſpectiviſchen Ruthen oder Fuſſe auf den Bildern aller Figuren, die in einer mit der Tafel parallelen Ebene liegen, gleich groß, und der Maaßſtab dazu iſt der Maaßſtab des geometriſchen Grundriſſes in dem Verhältniß $D + \delta : D$ verjüngt. In eben dieſem Verhältniß verjüngt ſich der Maasſtab zu den perſpectiviſchen Höhen, (15=17 §.) weil die lothrechten Höhen mit der verticalſtehenden Tafel parallel ſind.

41. §.

Dieſem bisher vorgetragenen Gründen gemäß kann man ſchon die bekannteſten Arten der geometriſchen Körper ſehr leicht in ſolchen Lagen zeichnen, in den ſie wenigſtens einige ebene auf der Tafel oder dem Horizont ſenkrechte, oder damit parallele Seitenflächen haben. Dabey kommen die zwey Fälle vor, daß man entweder annimmt, das Auge betrachte den Körper von auſſen, oder es befinde ſich im innern hohlen Raum deſſelben, und betrachte die Seitenflächen deſſelben, die ihn umgeben, wie wenn der innere Raum eines Zimmers perſpectiviſch abgebildet werden ſollte. Gewöhnlich wird alsdenn die Maxime beobachtet, daß man nur diejenigen Seitenflächen in die Zeichnung bringt, welche das Auge auf einmahl überſehen kann. Betrachtet das Auge den Körper von auſſen, ſo zeichnet man nur die dem Auge zugekehrten Seitenflächen, es wäre denn, daß man den Körper als durchſichtig vorſtellen wollte. In der 33 Figur iſt

AEFC

AEFCGKBZ ein rechtwinklichtes Parallelepipedum, wovon die Seitenfläche AEFC in der Tafel liegt. Demnach ſind die Seitenlinien AB, CK, FG, EZ, auf der Tafel ſenkrecht, und laufen in den Augenpunct: aber BZ, GK, ſind mit der Tafel, alſo mit ihrer Grundlinie parallel.

Auf der andern Seite der Ebene des Auges iſt *abkcefgz* ein rechtwinklichtes Parallelepipedum, deſſen Seitenlinie *ac* in der Tafel liegt, und deſſen Seitenfläche *aefc* gegen die Tafel unter dem Winkel T*ae* von 60 Graden geneigt iſt. Alle mit *ae* parallele Seitenlinien müſſen alſo in dem 30ſten Grade der Horizontallinie zuſammen laufen, und die mit *ab* parallelen Seitenlinien auf der andern Seite des Augenpuncts im 60ſten Grade. Nachdem man alſo den Seitenlinien *ae*, *ab* die gehörige Länge den Regeln des 29. §. gemäß gegeben hat, wird die übrige Zeichnung leicht bewerkſtelliget.

42. §.

Betrachtet das Auge den innern Raum eines Zimmers, ſo wäre es unnatürlich, mehr in die Zeichnung zu bringen, als das Auge auf einmahl überſehen kann. Man ſtellet alsdenn die Sache ſo vor, als wenn eine von den vier Wänden des Zimmers weggenommen wäre, damit das Auge von auſſen hinein ſehen, und auf ſolche Art die drey übrigen Wände, den Fußboden und die Decke des Zimmers betrachten könne. Die 36 Figur ſtellet ein ſolches Zimmer perſpectiviſch vor, die Breite der vordern weggenommenen Wand, an deren Statt ADCB die durchſichtige Tafel vorſtellt, beträgt 18 Fuß, die Länge des Zimmers läuft 21 Fuß in die Tiefe, und es iſt $10\frac{1}{2}$

Fuß hoch. Die Höhe des Auges über der Ebene des Bodens iſt von $5\frac{1}{4}$ Fuß angenommen, und des Auges Abſtand von der Tafel 12 Fuß: AEHB, DFGC, ſind der Fußboden und die Decke des Zimmers, BHGC, AEFD, die beyden Seitenwände zur Rechten und Linken, EFGH iſt die hintere mit der Tafel parallele Wand. Die beyden Seitenwände, der Fußboden und die Decke ſind auf der Tafel ſenkrechte Rechtecke, wovon die auf der Tafel ſenkrechten Seitenlinien in den Augenpunct R laufen. Das Auge ſteht in der Mitte zwiſchen den Ebenen der beyden Seitenwände, 9 Fuß von jeder entfernt. Wie man die Vertiefungen AE, BH, von 21 Fuß, und ihre nöthigen Eintheilungen in Fuſſe vermittelſt der in *p* oder *q* zuſammenlauffenden Durchſchnittslinien findet, lehrt der 14. §. Der Fußboden und die Decke des Zimmers haben einerley Gränzlinie *pq*, und die Gränzlinie beyder Seitenwände iſt RT. (39. §.) Wenn demnach der Fußboden getäfelt wäre, oder an der Decke des Zimmers Figuren befindlich wären, ſo würde man ſie nach den bisher vorgetragenen Regeln darauf zeichnen können. Die Fenſter- und Thüröfnungen an den Wänden zeichnet man eben ſo leicht: wenn es Rechtecke ſind, ſo müſſen die horizontalen Seitenlinien derer die auf den Seitenwänden befindlich ſind, wie LM, NO, in den Augenpunct laufen, die verticalen Seitenlinien LN, MO, ſind auf der Grundlinie AB ſenkrecht. Was auf der hintern Wand abzubilden vorkommt, wie die Thüröfnung VWXY, das wird gezeichnet, als wenn es ein geometriſcher Grundriß wäre, und man hat auf EH den Maaßſtab dazu, wenn man aus allen Theilungspuncten der Grundlinie AB grade Linien in den Augenpunct ziehet.

43. §.

Damit alles deſto natürlicher ausſehe, muß man die Decke der Wand oder der Mauer bey Zeichnung der Fenſteröfnungen mit ausdrücken, weil die Fenſteröfnung ſich dem Auge ſo darſtellet, als wenn ein körperliches Stück, das die Geſtalt eines rechtwinklichten Parallelepipedi, oder ſonſt auch eines andern eckigten Körpers hat, aus der Wand heraus geſchnitten wäre. Demnach nehme man AI und BK der Dicke der Mauer gleich, ſo ſind die Rechtecke AIZD, KBCS, Durchſchnitte der Tafel mit der Mauer. Wenn ferner A*a* = I*b* der Höhe der Fenſterbrüſtungen gleich genommen wird, ſo iſt das Dreyeck *ab*R das Bild der Durchſchnittsfigur der Wand mit einer horizontalen Ebene in der Höhe der Fenſterbrüſtung. Eben ſo nimmt man *bd* = *ac* der Höhe der Fenſteröfnungen gleich, und ziehet *c*R, *d*R, ſo iſt auch *cd*R das Bild eines horizontalen Schnitts der Wand. Wenn nun MP und L*l* horizontal gezogen werden, ſo iſt das Viereck PML*l* das Bild der höchſten Fläche der Brüſtung, wovon aber der hier nur punctirte Theil durch die hervorragende Ecke der Wand dem Auge entzogen wird. Oben hat es mit dem Viereck NOQ*n* eine ähnliche Bewandniß. Das Rechteck NL*ln* ſieht das Auge gar nicht, nur das gegen über liegende OMPQ iſt ganz ſichtbar.

44. §.

In der 39 Figur ſtellet ABC*abcd* ein Haus vor, wovon die Giebelwand in der Ebene der Tafel liegt, die Wand B*bc*C aber auf der Tafel ſenkrecht iſt. Bis ans Dach iſt daſſelbe ein rechtwinklichtes Parallelepipedum, wie AEFCGKBZ in der 33 Figur war,

und

und wird eben ſo gezeichnet, die Dachfläche *abcd* iſt eine gegen den Horizont geneigte und auf der Tafel ſenkrechte Ebene, wie NMOP, TNPQ in der 33ſten Figur waren. Was auf der Giebelwand AB*ba* vorkommt, wird wie ein geometriſcher Grundriß gezeichnet. Was von den Seitenlinien der rechteckigten Fenſteröfnungen, der Schornſteine, auch zum Theil der Dachfenſter auf der Tafel ſenkrecht iſt, läuft alles in den Augenpunct, und man kann aus Betrachtung der Figur leicht abnehmen, wie ſich die Stellen aller Winkelpuncte dieſer Oefnungen in den Wänden und der Dachfläche aus den bekannten Abmeſſungen des Hauſes finden laſſen. Weiter unten (im 64. §.) wird noch etwas zur mehrern Erläuterung vorkommen. 34. Fig.

Das Haus GEF*gefh* ſtößt mit der Ecklinie E*e* an die Tafel, und die vordere Wand EG*ge* iſt gegen die Tafel unter einem Winkel von 60 Graden geneigt. Die viereckten Fenſteröfnungen auf dieſer Wand haben keine andre als verticale und horizontale Seitenlinien, letztere alſo müſſen in dem 30ſten Grade der Horizontallinie zuſammen laufen. Die Grundlinie der Giebelwand, und alles, was mit ihr parallel iſt, läuft auf der andern Seite des Augenpuncts in den 60ſten Grad der Horizontallinie. Die Dachfläche *efgh* iſt zwar ſchon beydes gegen den Horizont und gegen die Tafel geneigt: weil jedoch *fh* mit *eg* parallel iſt, ſo muß auch *fh* mit *eg* und EG in einerley Vereinigungspunct zuſammen laufen. Die parallelen Seitenlinien *ef*, *gh*, des Dachs haben ebenfalls einen Vereinigungspunct, (7. §.) und wie derſelbe gefunden werde, dazu wird nun die nähere Anleitung folgen.

Der III. Abſchnitt.

Die Gründe der perſpectiviſchen Zeichnung ſolcher Figuren, die in einer gegen die Tafel geneigten Ebene liegen.

45. §.

34 Fig. Die Ebene AB ſey gegen die Tafel CDXS unter einem ſpitzen Winkel ψ geneigt, das Auge ſtehe in O, und es ſey OR auf der Tafel, OG aber auf der Ebene AB ſenkrecht: ſo iſt R der Augenpunct, OR = D der Abſtand des Auges von der Tafel, OG die Höhe des Auges über der Ebene AB. Ferner iſt GOR die Ebene des Neigungswinkels ψ, weil ſie auf der Tafel und der Ebene AB zugleich ſenkrecht iſt. (286. 289. §. Geom.) Die Durchſchnittslinie CD der Tafel mit der Ebene AB heiſſe hier die Grundlinie der Ebene AB: wenn dieſe von der Ebene GOR in t geſchnitten wird, ſo ſind tR, tG, der Neigungsebene GOR Durchſchnitte mit der Tafel und der Ebene AB, und Gt nach H verlängert giebt den Neigungswinkel RtH = ψ = GOR.

46. §.

Die Ebene GOR heiſſe hier die Ebene des Auges: ſie iſt die Verticalfläche des Auges, wenn AB horizontal liegt, und tH iſt ihre Grundlinie. Das Bild h eines jeden Puncts H der graden Linie tH liegt in tR, und th wächſt mit tH. Wenn ſich H von t über alle Gränzen entfernt, ſo wird OH mit

tH

tH parallel, und das Bild h fällt in r, dahin wo die durchs Auge O mit tH parallel gezogene grade Linie Or die Tafel trift. Es ſey EF eine andre auf CD ſenkrechte grade Linie in der Ebene AB, die von der Ebene des Auges um den Abſtand $tE = \Delta$ entfernt iſt, ſo iſt EF mit tH und Or parallel. Wenn alsdenn EF die Tafel in f durchbort, ſo liegen E, f, r, in grader Linie, weil alle drey Puncte in der Tafel, und in der Ebene der Parallellinien Or, EF, mithin in beyder Ebenen Durchſchnitt liegen. Der Punct f iſt das Bild von F, und wenn EF unendlich groß wird, ſo fällt f in r. Demnach iſt r der Vereinigungspunct der Bilder aller der Parallellinien in der Ebene AB, welche die Grundlinie CD ſenkrecht ſchneiden; und dieſer Punct kann der **zur Ebene AB gehörige Augenpunct** heiſſen.

Alle auf der Tafel ſenkrechte Ebenen, die das Auge aus einerley Stelle auf einmahl überſehen kann, haben einerley Augenpunct R, (37. §.) und das iſt derjenige, worin eine vom Auge auf die Tafel ſenkrecht gezogene grade Linie OR die Tafel trift. Dieſer kann der **Hauptaugenpunct** heiſſen: er iſt alsdenn verſchieden von dem **Augenpunct** r **einer andern gegen die Tafel unter dem Winkel** ψ **geneigten Ebene**, die das Auge aus einerley Stelle mit einer oder mehrern auf der Tafel ſenkrechten Ebenen zugleich überſehen kann.

47. §.

Beyde Augenpuncte R und r liegen in der Ebene 34
des Auges GOR und in der Tafel, mithin in beyder Fig.
Durchſchnittslinie Rt, die auf der Durchſchnittslinie der Ebene AB mit der Tafel ſenkrecht iſt. Demnach

kann Rt die zur **Ebene** AB **gehörige Linie des Auges** heiſſen.

Wenn auf der Tafel der Hauptaugenpunct R und die grade Linie CD gegeben iſt, worin ſie von der unter dem Winkel ψ dagegen geneigten Ebene geſchnitten wird, ſo hat man die zur Ebene AB gehörige Linie des Auges, wenn man durch den Hauptaugenpunct auf CD die grade Linie Rt ſenkrecht ſetzt. In eben dieſer ſenkrechten Linie Rt liegt der zur Ebene AB gehörige Augenpunct r, und weil $OrR = \psi$ iſt, ſo hat man zugleich die Entfernung beyder Augenpuncte $Rr = D \cot\psi$, mithin iſt zugleich der zu AB gehörige Augenpunct gegeben.

48. §.

34 Fig. Eine andre in AB liegende grade Linie KL ſchneide CD unter dem Winkel $DKL = \varepsilon$, und LC ſey auf der Grundlinie CD ſenkrecht, alſo mit tH parallel: ſo iſt ε die **Abweichung der graden Linie** KL **von der zur Ebene** AB **gehörigen Grundlinie** CD, und $CLK = 90° - \varepsilon$ **ihre Abweichung von der Grundlinie** tH **der Ebene des Auges**, alſo zugleich von der Ebene des Auges ſelbſt, worauf CD ſenkrecht iſt. Es würden nemlich KL und tH verlängert einander ebenfalls unter einem Winkel ſchneiden, der eben ſo groß wäre als $CLK = 90° - \varepsilon$. Durchs Auge O ſey Op mit KL parallel gezogen, und treffe die Tafel in p; ſo iſt die Ebene pOr mit der Ebene AB parallel, und der Winkel $rOp = CLK = 90° - \varepsilon$, (282. 296. §. Geom.) mithin iſt auch rp mit CD parallel. (295. §. Geom.) Wenn nun l das Bild von L iſt, ſo liegen K, l, p, in grader Linie, weil alle drey Puncte in der Ebene der Tafel und

und in der Ebene der Parallellinien KL, *Op*, liegen: und wenn L in der Linie KL unendlich weit hinaus rückt, ſo fällt *l* in *p*. Demnach iſt *p* der Vereinigungspunct der Bilder aller in AB liegenden Parallellinien, welche die Grundlinie CD unter einerley Winkel ε ſchneiden, (7. §.) und dieſer Vereinigungspunct liegt in der graden Linie, die durch den Augenpunct *r* der Ebene AB mit ihrer Grundlinie parallel läuft.

49. §.

Es ſey alſo *np* durch den Augenpunct *r* der Ebene AB mit ihrer Grundlinie CD parallel: ſo erhellet, daß die Bilder aller ebenen Figuren, welche in der Ebene AB jenſeits der Tafel liegen, zwiſchen den Parallellinien CD und *np* auf der Tafel ihre Stelle haben müſſen. Der auf beyden Seiten unbegränzte Raum zwiſchen dieſen Parallellinien CD, *np*, iſt das Bild der unbegränzten Ebene CBD, ſo weit ſie in Anſehung des Auges hinter der Tafel liegt. Demnach kann *np* die perſpectiviſche Gränzlinie dieſer Ebene heiſſen, ſo wie CD ihre Grundlinie hieß. 34 Fig.

Wenn die Lage einer von dieſen beyden graden Linien auf der Tafel gegeben iſt, ſo iſt die Lage der andern auch gegeben: ihre Entfernung von einander *rt* aber wird durch die Höhe des Auges über der Ebene AB beſtimmt. Wird die Höhe des Auges über AB $= a$ geſetzt, ſo iſt $a = rt \cdot \sin\psi$, alſo $rt = a \cdot \mathrm{coſec}\,\psi$.

50. §.

Weil ferner die Linie des Auges *rt* auf der Grundlinie CD ſenkrecht iſt, ſo iſt ſie auch auf der Gränz-

linie *np* und zwar im Augenpunct ſenkrecht. Wenn alſo der Hauptaugenpunct R auf der Tafel gegeben iſt, und die Gränzlinie oder Grundlinie einer unter dem Winkel ψ gegen die Tafel geneigten Ebene AB, ſo iſt auch dieſer Ebene AB Augenpunct *r* gegeben: er liegt in der Gränzlinie da, wo eine vom Hauptaugenpunct R darauf ſenkrecht herab gelaſſene grade Linie die Gränzlinie trift. Wäre die Grundlinie CD nicht die Gränzlinie gegeben, ſo wäre die aus R auf CD ſenkrecht gezogene grade Linie R*t* die Linie des Auges. Auf derſelben kann man $Rr = D \cot \psi$ nehmen, (47. §.) ſo iſt *r* der zur Ebene AB gehörige Augenpunct, und wenn man *pn* durch *r* mit CD parallel ziehet, ſo iſt *pn* die Gränzlinie.

Parallele Ebenen ſchneiden die Tafel unter einerley Winkel ψ, und ihre Grundlinien ſind parallel: (295. §. Geom.) mithin haben ſie einerley Augenpunct und Gränzlinie.

Ebenen aber, die mit der Tafel parallel ſind, haben ſo wenig eine Grundlinie als Gränzlinie, ihr Augenpunct iſt vom Hauptaugenpuuct unendlich weit entfernt.

51. §.

Weil O*r* mit G*t*, und *np* mit CD parallel iſt, 34 Fig. ſo ſind die Winkel O*rp*, G*t*V, gleich groß, mithin iſt O*r* auf *np* ſenkrecht, und man hat $rp = Or \,.\, \text{tang}\, rOp$. Es war aber $rOp = CLK = 90° - \varepsilon$, und $\varepsilon = CKL$; (48. §.) alſo $rp = Or \,.\, \cot \varepsilon$. Weiter iſt $Or = OR \sec ROr$, $= OR \sec (90° - \psi)$ alſo $Or = D \operatorname{coſec} \psi$, und man erhält $rp = D \operatorname{coſec} \psi \cot \varepsilon$. Aus dem Abſtand $Or = D \operatorname{coſec} \psi$ des Auges vom Augenpunct der gegen die Tafel geneigten Ebene AB wird demnach der in der Gränzlinie lie-

gende

gende Vereinigungspunct p der Bilder aller in AB liegenden gegen die Grundlinie CD unter einerley Winkel ε geneigten Parallellinien eben ſo gefunden, wie der ähnliche Vereinigungspunct der Bilder ſolcher Parallellinien gefunden wird, wenn ſie in einer Ebene liegen, die den Horizont ſenkrecht ſchneidet. (24. §.) Man theile alſo die Gränzlinie der Ebene AB auf beyden Seiten des Augenpuncts r im Verhältniß der Tangenten für den Halbmeſſer $Or = D \text{ coſec}\,\psi$ eben ſo ein, wie im 25. §. die Gränzlinie einer die Tafel ſenkrecht ſchneidenden Ebene eingetheilt ward, ſo leiſtet ſie bey Zeichnung der Bilder aller graden Linien in der gegen die Tafel geneigten Ebene AB eben die Dienſte, wie die eingetheilte Gränzlinie des Horizonts bey Zeichnung der Bilder der Figuren im Horizont auf der vertical ſtehenden Tafel. Ueberhaupt dient ſie als Winkelmeſſer für alle diejenigen Winkel auf der Tafel, die ſolche Winkel abbilden, die in der Ebene AB liegen.

52. §.

Die Länge des Bildes Kl der graden Linie KL, oder die mit KL zuſammen gehörige perſpectiviſche Vertiefung wird durch Zeichnung auf der Tafel vermittelſt der Diſtanzen $Op = D \text{ coſec}\,\psi \text{ coſec}\,\varepsilon$ und KL ſelbſt eben ſo gefunden, wie man ſich in ähnlicher Abſicht verhält bey Vertiefungen, die Bilder horizontal liegender Linien auf der vertical ſtehenden Tafel ſind. (29. §.) Weil nemlich KL und Op parallel ſind, ſo hat man $Op : KL = pl : Kl$, alſo $Op + KL : KL = pl + Kl : Kl$, oder $D \text{ coſec}\,\psi \text{ coſec}\,\varepsilon + KL : KL = Kp : Kl$, und $Kl = \dfrac{KL \,.\, Kp}{D \text{ coſec}\,\psi \text{ coſec}\,\varepsilon + KL}$.

34 Was oben D und D coſec η war, das iſt hier
Fig. D coſec $\psi = Or$, und D coſec ψ coſec $\varepsilon = Op$.
35 Man mache alſo auf der Gränzlinie $p\Delta =$ D coſec ψ
Fig. coſec ε, nehme auf der Grundlinie von K nach P ſo viele Ruthen oder Fuſſe, als die Länge KL ausmachen ſollen, und ziehe die Durchſchnittslinie ΔP, ſo ſchneidet ſie die mit KL zuſammengehörige perſpectiviſche Vertiefung Kl von Kp ab. Um bey der Zeichnung auf der Tafel hiemit deſto leichter fertig zu werden, ſind einige Vorbereitungen nöthig, wozu die nähere Anleitung bald weiter folgen wird.

Der IV. Abſchnitt.

Die Zeichnung der perſpectiviſchen Höhen auf einer gegen die Tafel geneigten Ebene.

53. §.

34 Fig. **Eine grade Linie *LW* ſtehet auf der gegen die Tafel geneigten Ebene *AB* ſenkrecht, und in dieſer Ebene *AB* iſt die Stelle des Puncts *L* gegeben: man ſoll den Punct *S* finden, worin *LW* mit der Tafel zuſammen ſtößt.**

Aufl. Wenn LC auf CD ſenkrecht iſt, und in der Tafel CZ ebenfalls auf CD ſenkrecht geſetzt wird; ſo iſt LCZ die Ebene des Neigungswinkels ψ, (283. §. Geom.) der hier ſpitz angenommen wird, und LS liegt in dieſer Ebene: (286. 288. §. Geom.) alſo müſſen LW und CZ, mithin auch LW und die Tafel in einem ſolchen Punct S zuſammen ſtoſſen, der in

der Ebene des Neigungswinkels LCZ liegt. Alsdenn iſt die Stelle des Puncts S auf der Tafel beſtimmt, wenn *t*C und CS gegeben ſind. Weil aber *t*C und CL, als die Entfernungen des Puncts L von der Ebene des Auges, und von der Grundlinie der Tafel gegeben ſind, ſo iſt S auf der Tafel gefunden, wenn man durch C eine grade Linie CZ auf der Grundlinie ſenkrecht ſetzt, und CS = CL . ſec ψ nimmt.

54. §.

Den Vereinigungspunct der Bilder aller auf dem Horizont *AB* ſenkrechten Parallellinien zu finden. 34 Fig.

Aufl. Alle dieſe Bilder haben einerley Vereinigungspunct, und derſelbe liegt da, wo eine durchs Auge O auf AB ſenkrecht herabgelaſſene Linie OG die Tafel trift; (7. §.) denn OG iſt mit allen auf AB ſenkrechten graden Linien, wie LW, ebenfalls parallel. (279. §. Geom.) Das Bild *lw* von LW läuft durch S und liegt übrigens in der Ebene der Parallellinien OG und LS, alſo müſſen *lw* und OG nach *l* und G hinaus verlängert irgendwo in *q* zuſammen ſtoſſen. (87. §. Geom.) Eben dieſer Punct *q* iſt der geſuchte Vereinigungspunct, weil *lw* mithin auch *q* in der Tafel liegt. Derſelbe Punct *q* liegt auch in der Ebene des Auges OG*tr*, alſo in ihrer Durchſchnittslinie mit der Tafel oder der Linie des Auges *tr*. Im Viereck OG*t*R iſt der Winkel GOR = 180° − G*t*R, alſo GOR = R*t*H = ψ, und man findet R*q* = D . tang ψ.

55. §.

Wenn auf der Tafel der Hauptaugenpunct R gegeben iſt, und die Grundlinie CD, worin die Ebene

AB und die Tafel einander ſchneiden, ſo iſt die Lage der Linie des Auges Rt gegeben, weil ſie auf CD ſenkrecht iſt, mithin auch in derſelben der Punct q in der Entfernung $Rq = D \tang \psi$ vom Hauptaugenpunct. Die auf der Ebene AB ſenkrechten graden Linien wie LS ſind gegen die Tafel unter dem Winkel $CSL = 90° - \psi$ geneigt: wenn alſo ψ verſchwindet, ſo iſt $CSL = 90°$, und wenn AB die Tafel ſenkrecht ſchneidet, ſo wird $CSL = 0$. Im erſten Fall hat man $Rq = 0$, im letzten Fall wird Rq unendlich groß: das heißt die Bilder der auf der Tafel ſenkrechten graden Linien laufen in den Hauptaugenpunct, und die Bilder der lothrechten Höhen ſind auf der vertical ſtehenden Tafel mit der Linie des Auges parallel, wie es dem 8 und 9 §. gemäß iſt.

56. §.

35 Fig. Die 35 Figur ſtelle die Tafel für ſich allein vor, DE ſey die Grundlinie der gegen die Tafel unter dem Winkel ψ geneigten Ebene AB (34. Fig.) und R der Hauptaugenpunct, Rt aber auf DE ſenkrecht. Durch R ziehe man RO auf Rt ſenkrecht und nehme $RO = D$. An O zeichne man den Winkel $ROr = 90° - \psi$ ſo wird $Rr = D \cot \psi$ und r iſt der zur Ebene AB gehörige Augenpunct. Weiter ſetze man Oq auf Or ſenkrecht, ſo iſt $ROq = \psi$, alſo $Rq = D \tang \psi$, und q der Vereinigungspunct der Bilder aller der graden Linien, die auf der gegen die Tafel unter dem Winkel ψ geneigten Ebene AB ſenkrecht ſind. Wird endlich noch tg auf OR ſenkrecht geſetzt, ſo iſt $tg = rt \cdot \sin \psi$ die Höhe des Auges über der abzubildenden Ebene AB. (49. §.)

Wenn

Wenn eine von ſolchen auf AB ſenkrechten graden Linien wie LW (34 Figur) von der Ebene des Auges um den Abſtand f und von der Grnndlinie DE der Ebene AB um den Abſtand δ entfernt iſt; ſo nehme man tC $= f$, ziehe CS durch C auf tC ſenkrecht, und mache den Winkel tCL$=90° - \psi$, alſo LCS $= \psi$. Ferner nehme man CL $= \delta$, und ſetze LS auf CL ſenkrecht; ſo iſt CS $= \delta$ ſec ψ, und S iſt der Punct worin LW die Tafel trift; (44. §.) alſo liegt das Bild von LW in qS.

57. §.

Wenn LW die geometriſche Höhe der über AB 34
aus L ſenkrecht aufgerichteten graden Linie iſt, ſo iſt 35
lw die perſpectiviſche Höhe ihres Bildes. Die Fig.
Stelle des Bildes l desjenigen Puncts L von LW, der in AB liegt, oder die mit CL zuſammen gehörige perſpectiviſche Vertiefung wird dem 52. §. gemäß geſunden, wenn man Cr in den Augenpunct ziehet, dieſer Geſichtslinie Durchſchnittspunct mit qS iſt das Bild von L.

Aus der gegebenen Höhe LW findet man SW $= \delta$ tang ψ $-$ LW und die Dreyecke Oqw, WSw, ſind einander ähnlich. Demnach hat man Oq : SW $=$ qw : Sw, alſo auch Oq + SW : SW $=$ qS : Sw, oder D ſec ψ + SW : SW $=$ qS : Sw.

58. §.

Aus der wahren Höhe *LW* die perſpecti- 35
viſche Höhe *lw* durch Zeichnung auf der Tafel Fig.
zu finden.

Aufl. Durch q ziehe man $q\Omega$ und durch S ebenfalls SX mit der Grundlinie CD parallel, nehme

darauf $q\Omega = qO = D \sec \psi$, und auf CS nehme man CW im geometriſchen Maaß ſo lang, als die abzubildende wahre Höhe iſt, von S nach V aber trage man SV = SW. Hiernächſt ziehe man die Durchſchnittslinie ΩV, weche qS in w ſchneidet; ſo iſt lw die geſuchte perſpectiviſche Höhe.

Beweis. Es iſt $q\Omega : SV = qw : Sw$, oder $qO : SW = qw : Sw$, wie nach dem 57. §. erfodert wird, mithin iſt lw das Bild, welches verlangt ward.

Bey dieſer Zeichnung iſt $D \sec \psi = qO$ der Abſtand des Auges von dem Vereinigungspunct q, und SV die wahre Länge der graden Linie, wovon Sw das Bild iſt. Demnach iſt dieſe Zeichnung der im 52 §. vorgekommenen wieder ganz ähnlich. Wenn eine Ebene die Tafel in SX unter dem Winkel $90° - \psi$ ſchnitte, ſo wäre SX ihre Grundlinie q ihr Augenpunct und $q\Omega$ ihre Gränzlinie. In einer ſolchen Ebene liegen alle diejenigen mit der durch lw abgebildeten parallel laufenden Linien, welche die Tafel in Puncten treffen, die in SX liegen. Man kann alſo SX in gleiche Ruthen oder Fuſſe theilen, ſo dient dieſe ſo eingetheilte Grundlinie, von jedem Bilde Sq einer von S aus auf die durch CDr abgebildete Ebene ſenkrecht fallende Linie ſoviele perſpectiviſche Ruthen oder Fuſſe, als man will, vermittelſt der aus Ω nach den Theilungspuncten zu laufenden Durchſchnittslinien abzuſchneiden.

59. §.

34 Fig. Wenn in der 34 Figur LN der Höhe des Auges über der Ebene AB gleich iſt, ſo liegt das Bild n des Puncts N in der Gränzlinie der Ebene AB. Denn

der

der Punct N liegt nun in der Ebene O*rp*, die durch O in der Entfernung GO = LN mit AB parallel iſt: (48. §.) alſo liegt ON mithin auch *n* in der Ebene O*rp*. Aber *n* liegt zugleich in der Tafel, mithin in der Gränzlinie *rp*, worin die Ebene O*rp* und die Tafel einander ſchneiden.

Demnach iſt in der 35 Figur die durch *ln* abgebildete Höhe der Höhe des Auges über der durch CD*r* abgebildeten Ebene gleich. Wenn ferner Ω*n* mit SX in N und Ω*l* mit eben der Gränzlinie in L zuſammen ſtößt; ſo iſt LN im geometriſchen Maaß ſo lang, als *ln* im perſpectiviſchen Maaß, oder LN iſt der wahren Höhe des Auges über der durch CD*r* abgebildeten Ebene gleich. Eben dieſe Höhe iſt = *rt* ſin ψ (49. §.) = *tg*. (35. Fig.) Wird alſo LN in eben ſoviele gleiche Theile getheilet, als in dieſer Höhe Fuſſe enthalten ſind, ſo theilen die aus Ω bis an die Theilungspuncte gezogenen Durchſchnittslinien auch *ln* in perſpectiviſche Fuſſe ein. 35 Fig.

Auf der Gränzlinie wird vermittelſt eben dieſer Durchſchnittslinien zugleich λ*n* in eben ſoviele gleiche Theile getheilt: und umgekehrt, durch die aus Ω laufenden Durchſchnittslinien, welche λ*n* in gleiche Theile theilen, wird LN in eben ſoviele gleiche Theile getheilt. Dieſemnach theilt man auch *ln* in perſpectiviſche Fuſſe, wenn man auf der Gränzlinie λ*n* in ſoviele gleiche Theile eintheilt, als die Höhe des Auges über der durch CD*r* abgebildeten Ebene ausmachen, und aus den Theilungspuncten Durchſchnittslinien nach Ω ziehet.

Der

Der V. Abſchnitt.

Die allgemeine Theorie der perſpectiviſchen Scenographie.

60. §.

40 Wenn der zwiſchen der Gränzlinie *pn* und
41 der Grundlinie *CV* abgebildete Horizont
Fig. von einer andern durch *MAC* abgebildeten
Ebene in *CA* geſchnitten wird, und wenn dieſe Durchſchnittslinie *CA* in den Punct *p* der Gränzlinie läuft; ſo liegt eben dieſer Durchſchnittspunct zugleich in der Gränzlinie der Ebene *MAC*.

Beweis. Alle im Horizont mit C*p* perſpectiviſch parallele Linien laufen in *p* zuſammen, und eben den Vereinigungspunct haben auch alle diejenigen graden Linien, welche in der Ebene MAC mit C*p* parallel ſind: (7. §.) alſo liegt *p* in der Gränzlinie der Ebene MAC.

61. §.

40 Wenn über C*p* eine Ebene *CABK* auf
41 dem zwiſchen der Gränzlinie *pn* und Grund-
Fig. linie *CV* abgebildeten Horizont ſenkrecht ſteht; ſo liegt der Vereinigungspunct aller auf ihr ſenkrechten graden Linien in der Gränzlinie *pn* des Horizonts um 90° von *p* entfernt.

Beweis. Diejenigen graden Linien, welche im Horizont auf C*p* ſenkrecht gezogen werden, ſind zugleich

gleich auf der Ebene CABK ſenkrecht, (288. §. Geom.) und die Bilder von ihnen haben ihren Vereinigungspunct in der Gränzlinie *pn* des Horizonts. Wenn alsdenn A*n* eine von dieſen auf C*p* ſenkrechten graden Linien abbildet, ſo iſt *n* der Vereinigungspunct, und es müſſen von *p* nach *n* um deßwillen 90 Grade liegen, weil *p*A*n* das Bild eines rechten Winkels iſt. In eben dem Vereinigungspunct aber laufen die Bilder aller auf CABK ſenkrechten graden Linien zuſammen, (7. §.) weil dieſe Linien alle unter ſich parallel ſind. (279. §. Geom.)

62. §.

Eine Ebene *CAB* ſoll den Horizont in *Cp* ſenkrecht ſchneiden: man ſoll ihre Gränzlinie und ihren Augenpunct finden. 41 Fig.

Aufl. Auf der Gränzlinie des Horizonts zähle man 90 Grade von *p* bis *n*, ziehe *n*R, und ſetze von *p* auf *n*R die grade Linie *pε* ſenkrecht, ſo iſt das die Gränzlinie und *ε* der Augenpunct.

Beweis. Die geſuchte Gränzlinie läuft durch *p* (60. §.) als den Vereinigungspunct aller mit C*p* perſpectiviſch paralleler Linien, und *n* iſt der Vereinigungspunct der Bilder aller auf CAB ſenkrechter Linien (61. §.) Der letztere liegt in der zur Ebene CAB gehörigen Linie des Auges, (54. §.) und auf dieſer muß die Gränzlinie ſenkrecht ſeyn.

In dem beſondern Fall, wenn die Tafel auf dem Horizont ſenkrecht iſt, wie es die 40 Figur vorſtellet, fällt der Hauptaugenpunct R in die Gränzlinie des Horizonts. Wenn alsdenn EF durch *p* auf *pn* ſenkrecht geſetzt wird; ſo iſt EF die geſuchte Gränzlinie und *p* ſelbſt der Augenpunct.

63. §.

63. §.

41 Fig. Eine Ebene *CAM* ſoll den Horizont in *CA* unter einem ſchiefen Winkel ϑ ſchneiden: man ſoll ihre Gränzlinie und ihren Augenpunct finden.

Aufl. Man ſuche zuerſt die Gränzlinie ihrer Neigungsebene gegen den Horizont. Dieſe muß AC ſenkrecht ſchneiden, und wenn AG ihre Durchſchnittslinie mit dem Horizont iſt, ſo muß CAG ein rechter Winkel ſeyn. Um alſo AG zu finden, zähle man 90 Grade von *p* bis *n*, und ziehe AG ſo, daß dieſe Linie in den Punct *n* läuft. Ferner zähle man dem 62 §. gemäß 90 Grade von *n* nach *p*, ziehe *p*R, und *n*ϱ auf *p*R ſenkrecht, ſo iſt *n*ϱ die Gränzlinie der über GN auf dem Horizont ſenkrecht ſtehenden Neigungsebene ABG*n*.

Die Gränzlinie *n*ϱ verlängere man an beyden Seiten nach P und Q und theile ſie gehörig in Grade: (51. §.) ſo kann man AM in der Ebene ABG*n* ſo ziehen, daß MA*n* dem gegebenen Winkel ϑ gleich wird. Man muß nemlich von *n* nach *m* ſoviele Grade zählen, als ϑ faſſen ſoll, und AM nach *m* hin ziehen: alsdenn iſt die Ebene MAC gegen den Horizont unter dem Winkel ϑ geneigt, und *pm* iſt die geſuchte Gränzlinie dieſer Ebene.

In dem Fall, wenn etwa *m* von *n* ſehr weit entlegen wäre, zähle man von *n* nach *q* ſoviele Grade, als des Winkels ϑ Ergänzung zu 90 Graden faſſet, ziehe R*q*, und ſetze *pr* und *p*R ſenkrecht; ſo iſt *pr* die für die Ebene CAM gehörige Gränzlinie, und *r* ihr Augenpunct.

Beweis.

Beweis. Wenn man MN mit AC perſpectiviſch parallel ziehet, ſo muß MN nach p laufen: denn alle im Horizont mit AC parallele Linien laufen in p zuſammen, und eben den Vereinigungspunct haben auch alle übrige mit AC parallele Linien. Wenn man ferner IN mit AM perſpectiviſch parallel ziehet, ſo muß aus demſelben Grunde IN nach m laufen. Demnach liegen p und m in der Gränzlini der Ebene CAM.

Die gegen den Horizont geneigte Ebene CAM ſchneidet die Neigungsebene ABGn in Am ſenkrecht: alſo liegt der Vereinigungspunct aller auf CAm ſenkrechten graden Linien in der Gränzlinie PQ der Neigungsebene um 90° von m entfernt. (61. §.) Wenn man demnach 90 Grade von m nach q, alſo von n nach q ſoviele Grade zählt, als die Ergänzung des Neigungswinkels nAm = ϑ zu 90° faſſet; ſo iſt q der Vereinigungspunct aller auf CAm ſenkrechter grader Linien, und eben der Punct q liegt in der zur Ebene CAm gehörigen Linie des Auges, die auf ihrer Gränzlinie ſenkrecht iſt. Demnach muß Rq in r auf pm ſenkrecht ſeyn, und daraus erhellet die Richtigkeit der zweyten Auflöſung.

64. §.

Wenn alle Abmeſſungen des in der 39ſten Figur linker Hand der Ebene des Auges abgebildeten Hauſes als bekannt angenommen werden; ſo kann man ſich bey der Zeichnung ſelbſt an die folgenden Vorſchriften halten, die um deßwillen nun etwas umſtändlicher aus einander geſetzt werden müſſen, damit die ganze VII. Kupfertafel als ein Beyſpiel zur Erläuterung der bisher vorgetragenen allgemeinen Lehren diene.

diene. Man ziehe die Grundlinie AE, und theile ſie in gleiche Theile ein, die hier Fuſſe bedeuten ſollen. Den Fußpunct T des Auges kann man auf derſelben zwar willkührlich annehmen, jedoch wird man von ſelbſt ermeſſen, daß es rathſam ſey, die Stelle des Auges ſo anzunehmen, wie erfodert wird, wenn die ſeitwärts liegenden Gegenſtände ſoviel thunlich deutlich ins Auge fallen ſollen. Dieſemnach ſey TR die Linie des Auges, und das Auge ſtehe 18 Fuß hoch über dem Horizont: ſo muß TR 18 Fuß hoch genommen werden, und R iſt der Augenpunct, durch welchen man die Gränzlinie VR des Horizonts mit der Grundlinie AE parallel ziehet. Das Auge ſey 68 Fuß weit von der Tafel entfernt, alſo theile man die Gränzlinie RV auf beyden Seiten des Augenpuncts für den Halbmeſſer RV = 68 Fuß gehörig in Grade ein. Die Ecke des Hauſes B ſey 50 Fuß von der Ebene des Auges entfernt, und die halbe Breite BA ſey 14 Fuß. Aus B ziehe man BL in den Augenpunct, und wenn die Länge des Hauſes 36 Fuß betragen ſoll, ſo zähle man von B nach S 36 Fuß, und ziehe VS, welche BL in C ſchneidet, ſo iſt BC 36 vertiefte Fuſſe lang. Die Wand über BC ſey 30 Fuß und das ganze Haus 50 Fuß hoch: ſo muß man aus B eine 30 Fuß hohe, aus A aber eine 50 Fuß hohe Verticallinie aufrichten. Jene ſey B*b*, dieſe A*a*, ſo iſt *a* die Spitze des Giebels. Aus *a* und *b* ziehe man grade Linien in den Augenpunct, richte aus C eine Verticallinie auf, welche *b*R in *c* ſchneidet, und ziehe alsdenn *cd* mit *ba* parallel, ſo giebt ſich die Dachfläche *abcd* und die Wand BC*cb*.

65. §.

65. §.

Weiß man nun, wie hoch die horizontalen Fenſterrahmen ſowohl des Kellergeſchoſſes, als auch der beyden darüber ſtehenden Stockwerke über dem Horizont erhaben ſind; ſo darf man nur alle dieſe Höhen auf B*b* von B nach *b* hinauf tragen. Weis man ferner die Breite der Fenſteröfnungen, und ihre Entfernungen von einander, ſo trägt man die Entfernungen und Breiten für die Giebelwand von B nach A, für die vertiefte Wand von B nach S. Von den Theilungspuncten N, O, P, Q, der letztern zieht man Durchſchnittslinien in den Diſtanzpunct des Auges V, ſo theilen dieſe BC in *n*, *o*, *p*, *q*, u. ſ. f. gehörig ein. Aus allen Theilungspuncten in BA und BC richtet man verticale Linien auf, durch die Theilungspuncte in B*b* ziehet man in der Giebelwand mit AB Parallellinien, in der vertieften Wand BC*cb* aber Linien in den Augenpunct, ſo geben ihre Durchſchnitte mit den Verticallinien die Winkelpuncte der Fenſteröfnungen. Wenn die horizontalen Fenſterrahmen nicht auf beyden Wänden gleich hoch über dem Horizont lägen, ſo müſte man B*b* für jede Wand beſonders eintheilen.

66. §.

Die Eckpuncte der Dachfenſter kann man auf mancherley Art finden, man bemerke nur, daß die Ebene $\alpha\beta\zeta\gamma\delta$ vertical iſt, und wenn $\zeta\varepsilon$ auf $\alpha\delta$ ſenkrecht fällt, daß $\alpha\eta$, $\varepsilon\vartheta$, mit *ab*, und $\beta\eta$, $\zeta\vartheta$, mit dem Horizont, alſo mit deſſen Gränzlinie und Grundlinie parallel ſind. Um nun den Punct α zu finden, zähle man von B nach S ſoviele Schuhe, als die Entfernung des Puncts α von *ba* ausmachen, ziehe VS, ſo faſſet B*u* ſoviele vertiefte Schuhe, als man von B

nach S genommen hat. Aus *u* richte man *uw* ſenkrecht auf, ſo iſt *bw* ſo lang als B*u*. Durch *w* ziehe man eine grade Linie mit *bu* parallel, nehme von *b* nach λ ſoviele geometriſche Schuhe, als die Entfernung des Puncts α von *bc* ausmachen, und ziehe λR, ſo giebt ſich der Durchſchnittspunct α. Auf λR kann man nun auch noch die Vertiefungen λε, λδ eben ſo finden, wie man λα gefunden hat. Nun laſſe man λκ auf die Grundlinie des Horizonts ſenkrecht herab; trage von λ nach ρ ſoviele Fuſſe, als die Höhen αβ, δγ, faſſen, und von λ nach σ ſoviele, als die Höhe εζ faſſet. Von ρ und σ ziehe man grade Linien in den Augenpunct, und aus α, ε, δ, richte man verticale Linien auf, ſo hat man die Durchſchnittspuncte β, ζ, γ. Endlich ziehe man durch β, ζ, grade Linien mit der Grundlinie parallel, welche die durch α, ε, mit *ab* parallel laufenden Linien in η und ϑ ſchneiden.

67. §.

Die Zahl der Fuſſe auf der Grundlinie von B bis κ giebt den Abſtand der Ebene αβζγδ von der Ebene B*bc*C. Wenn alſo dieſer Abſtand bekannt iſt, ſo kann man ihn von B nach κ tragen, aus κ eine lothrechte Linie aufrichten, und ſo den Punct λ finden. Wie lang die Linien αη, εϑ, ſind, kann man auf *ba* von λ nach μ und von λ nach ν meſſen, weil *ba* in der Tafel liegt. Wenn alſo die Länge dieſer Linien bekannt iſt, ſo geben ſich auch die Puncte η, ϑ, wenn man μR und νR ziehet. Durch dieſe Puncte η, ϑ, ziehe man grade Linien mit der Grundlinie parallel, und richte aus α, ε, lothrechte Linien auf, ſo geben ſich β, ζ; aus β ziehe man eine Linie in den Augen-

punct,

punct, und richte $\delta\gamma$ lothrecht auf, ſo hat man auch γ. Bey den Schornſteinen werden die Puncte φ, χ, ψ, vermittelſt der in den Augenpunct laufenden Linien τR, νR, eben ſo gefunden, wie vorhin die Puncte α, δ, η; von b trägt man nach τ und ν ſoviele Schuhe, als die Entfernung der Puncte φ und ψ von der Dachlinie bc ausmachen. Aus dem Punct τ wird eine Verticallinie $\tau\xi$ aufgerichtet, ſo hoch als die vordere Schornſteinhöhe φy ſeyn ſoll; hiernächſt ziehet man ξR, richtet aus φ und χ verticale Linien bis an ξR auf, aus ψ aber eine Verticallinie bis an eine durch y mit AB parallel laufende Linie. Eben ſo leicht zeichnet man die Kronen der Schornſteine, wovon die in die Tiefe laufenden Seitenlinien gegen den Augenpunct zu, die mit der Tafel parallelen Seitenlinien aber mit AB parallel gezogen werden.

68. §.

Von dem andern in der 39 Figur auf der VII. Kupfertafel gezeichneten Hauſe liegt nur die Ecklinie Ee in der Ebene der Tafel, die Wand EegG iſt aber gegen die Tafel unter einem Winkel von 60 Graden, mithin die Wand EefF gegen die Tafel unter einem Winkel von 30 Graden geneigt, weil beyde Wände auf einander ſenkrecht angenommen werden. Die Stelle E, wo das Haus an die Grundlinie der Tafel ſtößt, muß gegeben ſeyn, und hier iſt TE von 45 Fuß angenommen. Man ziehe nun EI in den 30ſten Grad, EF aber in den 60ſten Grad der Gränzlinie des Horizonts auf der andern Seite des Augenpuncts, ſo iſt FEI das Bild eines rechten Winkels. Der Abſtand des Auges vom Vereinigungspunct v iſt = D coſec 60° = vw: alſo laufen die Geſichtslinien,

welche zur Eintheilung des Schenkels EI dienen, in *w* zuſammen. Die Seitenwand E*g* ſey 43 Fuß lang, ſo trägt man von E nach X 43 Schuh, zieht *w*X, welche EI in G ſchneidet, ſo iſt EG 43 Fuß lang. Eben ſo erhellet, daß der 15te Grad auf RV der Vereinigungspunct derjenigen Geſichtslinien ſey, welche EF einzutheilen dienen. Hier iſt EF 34 Fuß lang. Man ziehe F*v*, und von G aus eine grade Linie in den 60ſten Grad auf R*w*, ſo giebt ſich das Rechteck EGHF, als die Grundfläche von der Hälfte des Hauſes. Die Höhe des Hauſes bis ans Dach von 30 Fuß trage man von E nach *e*, und die ganze Höhe des Hauſes bis an die Spitze des Giebels aus E in Θ. Aus E, F, H, G, richte man verticale Linien auf, ziehe Θ*f* in den 60ſten Grad der Gränzlinie, ſo hat man die Spitze *f* des Giebels. Aus *e* und *f* ziehe man Linien nach *v*, welche die Durchſchnittspuncte *g*, *h*, mit den beyden übrigen Verticallinien geben, ſo hat man die vier Winkelpuncte der Dachfläche.

69. §.

Die Fenſteröfnungen, Thüren, und was ſonſt auf den Wänden E*eg*G, und E*ef*F zu zeichnen vorkommt, werden nun leicht entworfen. Wenn es nöthig wäre, könnte man durch *v* die Gränzlinie der Wand E*eg*G ziehen, und gehörig eintheilen, auch eben ſo durch den 60ſten Grad auf der andern Seite von R die Gränzlinie der Wand E*ef*F. Weil aber hier nur Fenſterrahmen mit horizontalen und verticalen Seitenlinien zu zeichnen vorkommen; ſo trägt man die Höhen aller Winkelpuncte über dem Horizont auf E*e* auf, die Entfernungen dieſer Winkelpuncte von E*e* für die Wand E*eg*G von E nach T auf die Grund-

Grundlinie, und für die Wand E$e$$f$F von E nach Y. Durch die gefundenen Theilungspuncte ziehet man die Geſichtslinien in w für die Wand EegG, und in v für die Wand EefF. Aus den Durchſchnittspuncten mit EG und EF richtet man verticale Linien auf, und durch die Theilungspuncte in Ee ziehet man ſowohl nach v, als auch auf der andern Seite in den 60ſten Grad grade Linien, ſo geben ſich die Winkelpuncte aller Fenſteröfnungen.

70. §.

Um Figuren, die in der Dachfläche liegen, zu zeichnen, könnte man ihre Gränzlinie ſo ſuchen. Die Seitenlinien eg und fh des Rechtecks $efgh$ laufen in v zuſammen, alſo liegt v in der Gränzlinie der Dachfläche. Auch laufen gh und ef in einem Punct s zuſammen, (der in der gezeichneten Figur über der Ebene des Papiers hinaus fällt) alſo liegt der Punct s ebenfalls in der Gränzlinie der Dachfläche, die mithin zwiſchen beyden Puncten gezogen werden kann, da dann eL mit vs parallel gezogen die Grundlinie iſt. Weil aber nur die Durchſchnittsfiguren der Dachfenſter und Schornſteine mit der Dachfläche zu zeichnen vorkommen, ſo kann man ohnedem auf folgende Art fertig werden.

Es ſind $\alpha\beta$, $\varepsilon\zeta$, $\delta\gamma$, vertical, $\alpha\eta$, $\varepsilon\vartheta$, $\varphi\psi$, mit ef, ſo wie $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, $\varphi\chi$, mit eg parallel. Die Ebene $\alpha\beta\zeta\gamma\delta$ iſt vertical und ſchneidet die Tafel unter einem Winkel von 60 Graden, weil ſie mit der Wand EegG parallel iſt, ihre Gränzlinie geht durch v, und iſt auf der Gränzlinie des Horizonts ſenkrecht. Die Entfernung δ eben dieſer Ebene von der Wand EegG iſt ebenfalls bekannt, wenn die Abmeſſungen des

Hauſes bekannt ſind, alſo iſt die Entfernung $E\varkappa = \delta$ coſec 60° ihrer Grundlinie $\varkappa\lambda$ von Ee bekannt. Man mache alſo $E\varkappa$ dieſer Entfernung gleich, richte $\varkappa\lambda$ über der Grundlinie des Horizonts ſenkrecht auf, ſo liegt ihr Durchſchnittspunct λ mit der Grundlinie eZ der Dachfläche in der lothrechten Ebene $\alpha\delta\gamma\zeta\beta$ und in der Dachfläche: wenn alſo λv gezogen wird, ſo liegen die Puncte α, ε, δ, in dieſer Linie. Um α zu finden, nehme man ſoviele Fuſſe, als die Entfernung dieſes Puncts von ef ausmachen, von E bis S, ziehe wS, welche EG in u ſchneidet, ſo faſſet Eu eben ſoviele vertiefte Fuſſe. Aus u richte man uW lothrecht auf, ſo faſſet eW ſo viele Schuhe, als Eu. Aus W ziehe man eine Linie in den Vereinigungspunct s, ſo giebt ihr Durchſchnitt mit λv den Punct α. Eben ſo kann man ε und δ finden. Aus λ trägt man nach ϱ und σ ſoviele Schuhe, als die Höhen $\alpha\beta$, $\varepsilon\zeta$, ausmachen, zieht ϱv und σv, richtet hiernächſt aus α, ε, δ, lothrechte Linien auf, ſo hat man β, ζ, γ. Durch β und ζ zieht man grade Linien, die in den 60ſten Grad rechter Hand von R laufen, welche die von α und ε nach s laufenden Linien ſchneiden, ſo hat man η und ϑ.

71. §.

Um die Schornſteine zu zeichnen, ſucht man die Puncte φ, χ, ψ, eben ſo, wie vorhin die Puncte α, ε, δ, ſind geſucht worden, da dann die Entfernung der vordern und hintern Seitenfläche der Schornſteine von der Ebene $EegG$ als bekannt angenommen, und übrigens auch leicht die Höhe φy gefunden wird, wenn man nur bemerkt, daß hier der Vereinigungspunct v ſtatt des Augenpuncts R für die mit EG paral=

parallelen Linien gebraucht wird, der 60ſte Grad rechter Hand von R aber für die mit EF parallelen Linien.

Auf der Horizontfläche zwiſchen beyden Häuſern laſſen ſich noch allerley Gegenſtände, als Bäume, weiter entfernt liegende Häuſer, und dergleichen mehr zeichnen, deren Lage gegen einander und ihrer Entfernung gemäſſe perſpectiviſche Höhe, ſo wie auch ihre übrigen perſpectiviſchen Abmeſſungen leicht gefunden werden. Damit die Figur wegen zuvieler durch einander laufender Hülfslinien nicht zu undeutlich werden mögte, iſt im Horizont auſſer einem Gartengeländer bey jedem Hauſe ſonſt nichts gezeichnet. Bey dieſen Geländern iſt nur zu bemerken, daß die Seitenlinien CL, DC, in den Augenpunct R laufen, LM, *lm*, aber mit der Grundlinie des Horizonts parallel ſind. Dagegen müſſen die Seitenlinien GI, und *gi* in *v* zuſammen laufen, ſo wie IK, und *ik* in den 60ſten Grad der Gränzlinie des Horizonts laufen müſſen.

Der VI. Abſchnitt.

Die allgemeine Theorie der Sciagraphie.

72. §.

Wenn man zur völligen Auszierung einer perſpectiviſchen Zeichnung auch den Schatten ausdrücken will, den die abgebildeten Körper werfen, ſo muß man ſich aus der Optik erinnern, daß die Geſtalt und Gröſſe des Schattens nicht allein von der Geſtalt und Gröſſe des undurchſichtigen Körpers, der

den Schatten wirft, ſondern auch von der Geſtalt und Gröſſe des Lichts abhänge, von welchem die Erleuchtung herrührt. Man ſetzt entweder voraus, daß das Licht einer angezündeten Kerze die Gegenſtände erleuchte; oder man nimmt an, daß ſelbige vom Sonnenlicht, auch wohl ſtatt deſſen vom Mondenlicht, erleuchtet werden; oder man ſetzt zum Grunde, daß die Erleuchtung vom Tageslicht herrühre, ohne daß die Körper, welche den Schatten werfen, dem Sonnenlicht unmittelbar ausgeſetzt wären. Die Rede iſt übrigens hier nicht vom körperlichen Schatten, ſondern von der Projection deſſelben auf eine oder mehr Ebenen von gegebener Lage, oder überhaupt auf die Fläche andrer umher befindlicher Gegenſtände, welche auch der Schlagſchatten heißt: und gewöhnlich hat die Zeichnung dieſes Schattens wenig Schwierigkeit, wenn vorher die Gegenſtände ſelbſt, welche den Schatten werfen, richtig gezeichnet ſind.

73. §.

Die Flamme einer angezündeten Kerze oder Lampe hat nur eine ſo geringe Gröſſe, daß man ſie bey Zeichnung des Schattens, den die von ihr erleuchteten Körper werfen, als einen leuchtenden Punct betrachten kann, weil hier überhaupt keine groſſe Schärfe nöthig iſt. Demnach iſt der körperliche Schatten hier die Erweiterung der Strahlenpyramide, welche die Lichtflamme als ein leuchtender Punct betrachtet auf den dunklen Körper wirft, nach der andern Seite deſſelben der Lichtflamme gegen über. Wenn nun eine Ebene ſo liegt, daß ſie dieſen körperlichen Schatten ſchneidet, ſo muß man vom mittlern Punct der

Lichtflamme, deſſen Stelle in der Zeichnung als gegeben angenommen wird, durch ſoviele Puncte in den Gränzen des dunklen Körpers, als man nöthig findet, grade Linien ziehen, die zugleich in der äuſſern Gränze der auffallenden Lichtpyramide liegen: wo nun jede dieſer Linien die beſchattete Ebene trift, da hat man einen Punct im Umfange des projicirten Schattens. Demnach kommt alles darauf an, daß man einen ſolchen Punct richtig zu finden wiſſe, worin ein Lichtſtrahl, welcher den Schatten werfenden Körper in ſeinen Gränzen berührt, die beſchattete Ebene trift.

74. §.

Weil der in die Zeichnung zu bringende Schatten mit der Projection des dunklen Körpers auf die gegebene Ebene einerley iſt; ſo kann man ſich die Vorſtellung machen, als ob der Schatten eines Puncts ein Punct, der Schatten einer graden Linie ebenfalls eine grade Linie wäre, die mit jener und dem leuchtenden Punct in einer Ebene liegt. Man hat alſo den Schatten einer graden Linie gefunden, wenn der Schatten eines jeden ihrer Endpuncte gefunden iſt. Eine Ebene durch den leuchtenden Punct und die grade Linie, deren Schatten geſucht wird, kann Kürze halber die Ebene des Schattendreyecks heiſſen: alsdenn liegt der Schatten, den die grade Linie auf die gegebene Ebene wirft, in der Durchſchnittslinie dieſer Ebene und des Schattendreyecks. In ſolchen Fällen, wenn die von den Lichtſtrahlen berührte Gränze des dunklen Körpers eine gradlinichte Figur iſt, wird der Schlagſchatten ebenfalls eine gradlinichte Figur.

75. §.

Die Stelle des leuchtenden und dunklen Puncts iſt gegeben, man ſoll den Schatten des letztern auf einer Ebene, deren Lage bekannt iſt, zeichnen.

Aufl. Von beyden Puncten ziehe man auf die gegebene Ebene ſenkrechte grade Linien: weil dieſe parallel ſind, mithin in einerley Ebene liegen, ſo liegen auch die beyden Puncte, worin ſie die gegebene Ebene treffen, zugleich in jener Ebene, alſo mit dem leuchtenden und dunklen Punct in einer Ebene. Man ziehe alſo durch jene beyden Puncte ſowohl als auch durch dieſe eine grade Linie, ſo iſt beyder Durchſchnittspunct der geſuchte Schatten.

36 Fig. Die 36ſte Figur ſtellet den innern Raum eines Zimmers vor, wovon der Boden nebſt der Decke horizontal iſt, die drey verticalen Seitenwände aber einander ſenkrecht ſchneiden. In λ befindet ſich die Lichtflamme, in α aber ein dunkler Punct, der ſeinen Schatten auf den wagrechten Boden wirft. Weil die Stelle beyder Puncte im Zimmer als bekannt angenommen wird, ſo kennt man die Entfernungen $T\varphi$ und $T\psi$ dieſer Puncte von der Ebene des Auges, und kann demnach $R\varphi$ und $R\psi$ ziehen, hiernächſt aber die verticalen Linien $\lambda\mu$, $\alpha\beta$, herab laſſen. Wenn alsdenn $\mu\beta$ und $\lambda\alpha$ gezogen werden, die ſich in π ſchneiden, ſo iſt π der Schatten von α.

Für Puncte, die eine ſolche Stelle hätten, daß ihr Schatten auf eine von den Wänden des Zimmers fallen könnte, würde man eben ſo λv auf die Wand EFGH, λw auf AEFD ſenkrecht ſetzen müſſen; und daher kommt es, daß die Puncte μ, v, w, wohin die von der Lichtflamme ſenkrecht auf die beſchattete

Ebene herabgelaſſenen Linien dieſe Ebene treffen, von den practiſchen Schriftſtellern als Hülfspuncte angeſehen werden.

76. §.

Zur Probe, wie man dieſe Regeln in ſolchen Fällen anwendet, wenn die Lage der Spitzen und Ecken oder andrer merkwürdiger Puncte des Körpers, der den Schatten wirft, leicht zu erkennen ſind, und von denſelben die ſenkrechten Linien auf die beſchattete Ebene leicht herab gelaſſen werden können, iſt in der 36ſten Figur ein auf dem Fußboden des abgebildeten Zimmers ſtehendes Priſma, auch darneben ſeitwärts eine Pyramide gezeichnet. Wenn man $\mu\beta$, $\mu\delta$, $\mu\zeta$, imgleichen $\lambda\alpha$, $\lambda\gamma$, $\lambda\varepsilon$, ziehet, und bis zum Zuſammenſtoſſen in π, ϱ, σ, verlängert, ſo kann man den Schatten $\beta\pi\varrho\sigma\zeta$ des Priſmen zeichnen. Ferner läßt man aus der Spitze g der Pyramide gh lothrecht herab, ziehet λg und μh; ſo würden beyde einander in i ſchneiden, und dahin würde auf dem horizontalen Boden der Schatten der Spitze g fallen, wenn die verticale Wand BHGC nicht da wäre. Weil aber hi die Grundlinie BH der Wand in z ſchneidet, ſo richte man zt lothrecht auf bis an λh, ſo iſt t der Schatten, den g auf die Wand wirft. Ziehet man noch eh und fh, die BH in r und s ſchneiden, hiernächſt aber rt und st, ſo iſt der völlige Schatten der Pyramide gezeichnet. Dabey iſt für den Zeichner noch zu beobachten, daß da, wo Licht und Schatten aneinander gränzen, der volle Schatten mit einem Halbſchatten umgeben ſey, weil die Lichtflamme wirklich einige Gröſſe hat: deßwegen muß die Gränze des Schattens nicht völlig ſcharf abgeſchnitten gezeichnet werden.

77. §.

37 Fig. Das Bild *S* des Mittelpuncts der Sonne iſt auf der vertical ſtehenden Tafel gegeben, oder auch nach Anleitung des 19. §. gefunden; die Zeichnung ſtellet einen horizontalen Proſpect vor, und *AB* iſt das Bild einer dem Sonnenlicht ausgeſetzten verticalen Linie: man ſoll das Bild ihres Schattens zeichnen.

Aufl. Aus dem Bilde S des Mittelpuncts der Sonne ziehe man SG auf der Horizontallinie des Auges ſenkrecht, hiernächſt aber SA und GB, die einander in C ſchneiden, ſo iſt BC der Schatten.

Beweis. Wegen der ſehr groſſen Entfernung der Sonne von der Erde, liegt das Bild des Puncts, worin eine von S lothrecht herab gelaſſene Linie die Fundamentalebene treffen würde, in der Horizontallinie des Auges. (19. §.) Alſo iſt SG das Bild einer vom Mittelpunct der Sonne auf die Fundamentalebene ſenkrecht herab gelaſſenen Linie, G iſt als der Hülfspunct anzuſehen, und ſo iſt dieſe Aufgabe nur ein beſonderer Fall der Aufgabe des 75 §.

Man ſtelle ſich die Ebene TVW horizontal, die Tafel aber vertical vor; ferner ſey V die Stelle lothrecht unter dem Auge, die in der 28 Figur mit S bezeichnet war, und SVW ſey die Verticalfläche durchs Auge und den Mittelpunct der Sonne: (in der 28ten Figur iſt es OLMS) ſo iſt WG das Bild von VW hinter der Tafel ins unendliche verlängert. Mit dieſer Ebene SVW iſt die Ebene SAB wegen der ſehr groſſen Entfernung der Sonne parallel; alſo ſind VW und der durch BC abgebildete Schatten parallel, und ihre Bilder WG, BC, müſſen in der Horizontal-

linie

Linie des Auges zuſammen laufen. Daraus folgt demnach ebenfalls, daß BC in G laufen müſſe.

78. §.

Der Azimuthalwinkel der Sonne ROG $= \alpha$ iſt hier linker Hand der Ebene des Auges, und kleiner als 90 Grad angenommen: daher giebt es ein **wirkliches Bild** der Sonne auf der Tafel. Wenn bey einerley Höhe β der Azimuthalwinkel $\alpha =$ ROG der Sonne wächſt, ſo rückt G weiter von R weg, und BC drehet ſich gegen BK. Wird $\alpha = 90°$, ſo wird RG unendlich groß, und BC fällt in die mit der Horizontallinie des Auges parallele Lage BK. Auf der Tafel giebt es nun kein Bild der Sonne mehr, weil der Mittelpunct der Sonne nun in der Ebene der Tafel liegt. Wenn $\alpha = RO\gamma$ über 90° wächſt, ſo fällt der Linie $O\gamma$ Durchſchnittspunct mit der Horizontallinie des Auges in g. $Rg = D \tang \alpha$ iſt negativ, und wenn man $gp = gO = D \sec \alpha$ nimmt, ſo muß man an p den Winkel $\beta = gps$ nicht oberhalb, ſondern unterhalb der Horizontallinie des Auges zeichnen, damit $gs = D \sec \alpha \tang \beta$ ebenfalls negativ werde. Nun iſt s als das **geometriſche Bild** der Sonne anzuſehen, der Schatten hat die Lage von B nach g, und wenn man As ziehet, ſo giebt dieſer Linie Durchſchnitt mit Bg die Länge des Schattens Bc.

79. §.

Bey der Zeichnung des Schattens, den von der Sonne erleuchtete Gegenſtände werfen, verhält man ſich übrigens eben ſo wie bey der Zeichnung des Schattens, wenn die Erleuchtung von einer Lichtflamme herrührt. Man betrachtet die Sonne, eben

ſo

ſo wie die Lichtflamme, als einen leuchtenden Punct: demnach dienen die im 76. §. gegebenen leichten Beyſpiele zugleich zur Probe, wie man ſich in den gewöhnlichſten Fällen zu verhalten habe. Was wegen des Halbſchattens am Ende des 76. §. iſt erinnert worden, das findet auch hier ſeine Anwendung, denn die Sonne iſt ſo wenig als die Lichtflamme nur ein einziger leuchtender Punct. Der Zeichner muß demnach auf dasjenige Rückſicht nehmen, was davon im 73. §. der Optik ſchon vorgekommen iſt. Je mehr der Zeichner in der Geometrie geübt iſt, und je mehr er ſich die bisher vorgetragene allgemeine Theorie der Perſpectiv geläufig gemacht hat, deſto leichter wird es ihm werden, unter den mancherley Wegen, die man in beſondern Fällen nehmen kann, eine geſchickte auf richtigen Schlüſſen gegründete Wahl zu treffen. Soll der Proſpect eine vom Monde erleuchtete Gegend vorſtellen, ſo verhält man ſich bey der Zeichnung des Schattens eben ſo, als wenn die Erleuchtung vom Sonnenlicht käme: nur muß alles, was im Schatten liegt, dunkler, und was erleuchtet iſt, nicht ſo helle gezeichnet werden, als in dem Fall, wenn man eine von der Sonne erleuchtete Gegend abbilden will.

80. §.

Wenn das Tageslicht durch eine Fenſter- oder Thüröfnung in ein Zimmer fällt, ohne daß die Sonne ſelbſt hinein ſcheint; ſo iſt die ganze Oefnung, durch welche das Licht hinein fällt, als eine leuchtende Fläche zu betrachten. Dunkle Körper, welche dieſem Tageslicht ausgeſetzt ſind, werfen alsdenn auſſer dem vollen Schatten auch einen Halbſchatten von ſo beträchtlicher Gröſſe, daß man die eigentlichen Gränzen

zen deſſelben etwas genauer ſuchen muß, als in den bisher betrachteten Fällen nöthig geweſen iſt. Ja ſelbſt die Zeichnung des Halbſchattens wird dabey ein Mittel, die eigentliche Gränze des Kernſchattens zu finden, und aus demjenigen, was im 62. §. der Optik davon ſchon vorgekommen iſt, weiß man, daß es für jeden Punct des leuchtenden Körpers, welcher ſein Licht auf den dunklen Körper werfen kann, eine Halbſchattenpyramide gebe, und daß der Raum, den alle dieſe Pyramiden gemein haben, der Kernſchatten ſey. Auf der beſchatteten Ebene müſte man alſo den Raum zeichnen, den die Projectionen aller Halbſchattenpyramiden auf derſelben gemein haben, um den projicirten Kernſchatten vorzuſtellen. Dabey hilft man ſich durch allerley Vortheile, welche theils die Geſtalt der Oefnung an die Hand giebt, welche das Tageslicht durchſcheinen läßt, theils die Geſtalt des Körpers, deſſen Schatten gezeichnet werden ſoll. Gewöhnlich haben die Thür- und Fenſteröfnungen in Wohnzimmern die Geſtalt rechtwinklichter Parallelogramme, wovon zwey Seitenlinien vertical ſtehen, die übrigen aber horizontal liegen. Alsdenn genügt es in den gewöhnlichſten Fällen, wenn man den Schatten einmahl in der Vorausſetzung ſucht, als wenn eine von den verticalen Seitenlinien allein leuchtend wäre, hiernächſt aber auch in der Vorausſetzung, als wenn die andre verticale Seitenlinie allein leuchtend wäre. So erhält man einen zwiefachen Halbſchatten, und der Raum, den beyde gemein haben, iſt der Kernſchatten.

81. §

Es ſey ABCD eine Thüröfnung, oder auch PBCQ 38
eine Fenſteröfnung, und auf dem horizontalen Bo- Fig.

den

den ſtehe das Priſma EM. Man ziehe AE, AG, AL, und BF, BH, BM; ſo geben ſich die Durchſchnittspuncte *e*, *g*, *l*, mithin würde E*egl*L der Schatten ſeyn, wenn AB oder auch PQ allein leuchtend wäre. Weiter ziehe man DE, DG, DL, und CF, CH, CM, ſo geben ſich die Durchſchnittspuncte ε, γ, λ, und der Schatten E$\varepsilon\gamma\lambda$L, für den Fall, wenn die Erleuchtung allein von CD oder CQ käme. Der beyden Schatten gemeinſchaftliche Raum E*eh*λL iſt der Kernſchatten. Man könnte nemlich für jede verticale Linie zwiſchen AB und CD in der Thür- oder Fenſteröfnung eben ſo einen Schatten finden, dieſe würden alle zwiſchen den Gränzen L*l* und E*e* liegen, und alle würden den Raum E*eh*λL gemein haben: mithin kann kein Punct der Thür- oder Fenſteröfnung dahin ſcheinen. Hat man richtig gezeichnet, ſo muß *g*γ mit AD und BC perſpectiviſch parallel ſeyn, und eben ſo *e*ε und *l*λ. Denn BC liegt in einer horizontalen Ebene, und BC, *g*γ, eben ſo wie BC, *e*ε, und BC, *l*λ, ſind Schnitte zweyer horizontalen Ebenen mit einer dritten.

82. §.

Weil jede Mauer einige Dicke hat, ſo muß man bey jeder Thür- und Fenſteröfnung die innere Oefnung von der äuſſern unterſcheiden, wie auch oben im 43. §. ſchon bemerkt iſt. Durch die äuſſere Oefnung fällt eigentlich das Licht ins Zimmer hinein: wegen der Dicke der Mauer aber kann ſich nicht alles durch dieſe äuſſere Oefnung ins Zimmer hinein fallende Licht überall im Zimmer ausbreiten. Wenn in das Zimmer, was die 36 Figur vorſtellt, das Tageslicht durch die Fenſteröfnung P*ln*Q hinein ſcheint, ſo ſind PQ, *ln*, nur für diejenigen Gegen-

ſtände

ſtände die verticalen Gränzen des darauf ſcheinenden Lichts, die ſich in dem Raum zwiſchen den erweiterten Ebenen LN*nl* und MPQO befinden. Für diejenigen, welche dieſſeits der Ebene L*ln*N ihre Stelle haben, ſind es PQ und LN; für diejenigen aber, die ſich hinter der Ebene OMPQ befinden, ſind es OM und *ln*. Darauf muß man bey Zeichnung des Schattens nach Anleitung des vor. §. Rückſicht nehmen.

83. §.

Nach der mit den Seitenflächen OMPQ, L*ln*N, 36 parallelen Richtung geht mehr Licht ins Zimmer hin- Fig. ein, als nach jeder andern Richtung, und überhaupt nach jeder andern Richtung deſto weniger, je mehr ſelbige gegen die erwehnten Ebenen geneigt iſt. Wegen der Dicke der Mauer giebt es Stellen im Zimmer, wohin gar kein Licht grade zu kommen kann, die alſo nur vom anderswoher zurück geworfenen Licht erleuchtet ſind. Die Ebene der Parallellinien LM, *n*Q, ſchneidet den Fußboden in einer mit AE parallelen Linie, und in den Raum zwiſchen dieſen beyden Parallellinien kann grade zu kein Licht kommen. Einen ſolchen Raum längſt FD an der Decke des Zimmers beſtimmt auch die Ebene P*l*NO zwiſchen DF und der damit parallelen Durchſchnittslinie der Ebene P*l*NO mit der Decke des Zimmers. An der hintern Wand EFGH beſtimmt die Ebene O*nl*M zwiſchen EF und der Durchſchnittslinie der Ebene O*nl*M mit EFGH eben ſo einen beſchatteten Raum, deſſen mit EF parallele Gränze jedoch etwas näher nach EF rückt, wenn weiter nach EF hin noch ein Fenſter in der Wand AEFD befindlich iſt. Ueberhaupt kommt die Erleuchtung einer gegebenen Stelle im Zimmer auf

einer von den Seitenwänden auf die Lage und Anzahl der Fenſteröfnungen an. Eine Wand zwiſchen zweenen Fenſteröfnungen mit ihnen in einerley Ebene iſt allemahl weniger erleuchtet, als eine gegenüberſtehende, wofern nicht gegenüber ebenfalls Fenſteröfnungen ſind: auch iſt der Fußboden allemahl weit heller, als die Decke, beſonders im untern Stockwerk eines Gebäudes, weil von oben herab weit mehr Licht, als von unten hinauf fällt.

84. §.

Will man bey der perſpectiviſchen Zeichnung eines Proſpects vorausſetzen, daß der Himmel mit Wolken bedeckt ſey; ſo muß der Schatten, welcher von den Strahlen der wolkenfrey ſcheinenden Sonne herrühren würde, wegbleiben. Statt deſſen wird nun die abgebildete Gegend von der ganzen ſcheinbaren Halbkugel des Himmels erleuchtet, und da giebt es wiederum eine Art von Schatten, der ausgedruckt werden muß, um der Zeichnung ihr natürliches Anſehen zu geben. Der Boden, welcher am Fuß einer Mauer liegt, wird nur von dem halben Himmel beſchienen, mithin iſt derſelbe nicht ſo erleuchtet, als andre Stellen, worauf das Licht vom ganzen Himmel fallen kann, und er muß um deßwillen leicht ſchattirt werden. Wenn zwo Mauren rechtwinklicht zuſammen ſtoſſen, ſo wird der Boden unten in der Ecke nur von dem vierten Theil des Himmels beſchienen, er iſt alſo wiederum weniger erleuchtet, und muß noch ſtärker ſchattirt werden. Eben ſo verhält es ſich mit einer engen Gaſſe, und jedem andern durch umſtehende hohe Gebäude, Bäume und dergleichen mehr eingeſchloſſenen Platz: er iſt deſto dunkler je kleiner

derjenige Theil des Himmels iſt, der ſein Licht dahin werfen kann. Genauere Theorien hievon muß die Photometrie lehren, die dem Zeichner bey regelmäſſiger Vertheilung des Lichts und Schattens vorzüglich gute Dienſte leiſten, wenn er mit ihnen bekannt iſt. Uebrigens bleibt die Kunſt, die Schwärze des Schattens in der Zeichnung nach dieſen Gründen zu mäßigen, eine Sache für den geübten Maler und Zeichner: ſo wie überhaupt die feinere Ausbildung aller Theile einer perſpectiviſchen Zeichnung, die Kunſt der Farben und der natürlichen Austheilung des Lichts und Schattens ein Eigenthum der Malerkunſt bleibt, deren Reichthum die Perſpectiv, in wie fern ſie eine geometriſche Wiſſenſchaft iſt, nicht erſchöpfen kann.

Der VII. Abſchnitt.

Theorie der orthographiſchen Projection ſolcher ebenen Figuren, welche die Tafel ſenkrecht ſchneiden.

85. §.

Die orthographiſchen Projectionen aller gegen die Tafel unter einerley Winkel geneigten Parallellinien, ſind geometriſch parallel.

Beweis. Wenn das Auge O in der graden Linie FO oder MO unendlich weit wegrückt, ſo werden RT und RP unendlich groß, und der Durchſchnitts- 30 Fig.

punct P der Bilder AP und KP entfernt ſich von A und K über alle Gränzen. Die Ebene AOPG, KOPV werden parallel, alſo auch ihre Durchſchnitte AP und KP mit der Tafel. (295 §. G.)

86. §.

42 Fig. Es ſey XY die Fundamentalebene, und die Tafel darauf ſenkrecht, M ein abzubildender Punct, MΩ der ins unendliche fortlaufende Geſichtsſtrahl; ſo ſchneidet derſelbe alle auf der Tafel ſenkrechte Verticalflächen unter einerley Winkel. Eine unter allen dieſen verticalen Ebenen wie RTS nehme man für die erſte an, um die Stelle, wo der abzubildende Punct M hinter der Tafel liegt, durch ſeine Entfernungen TN = Δ von der erſten Verticalebene, und NM = δ von der Tafel, beſtimmt anzugeben. Die erſte Verticalebene STR ſchneide den Geſichtsſtrahl MΩ in O, die Tafel in RT, die Fundamentalebene in TS, und OS ſey auf TS ſenkrecht: ſo iſt nicht allein OS ſondern auch die Ebene OSM vertical. Ferner iſt TSM der Ebene OSM Neigungswinkel gegen die erſte Verticalebene ORTS, und SMO iſt die Neigung des ins unendliche fortlaufenden Geſichtsſtrahls MΩ gegen die Fundamentalebene.

Für einen andern abzubildenden Punct *m* treffe der Geſichtsſtrahl *m*Ω die erſte Verticalebene in *o*, und *os* ſey auf TS ſenkrecht, ſo iſt allemahl T*sm* = TSM, und *smo* = SMO. Beyde Winkel TSM und SMO beſtimmen alſo die Lage des Geſichtsſtrahls MΩ nicht allein, ſondern zugleich aller übrigen, weil ſie insgeſammt unter einander parallel ſind.

87. §.

87. §.

Der Winkel TSM iſt die Neigung einer Verticalfläche durchs Auge und jeden abzubildenden Punct gegen die erſte auf der Tafel ſenkrechte Verticalebene, und er kann kurz die Abweichung des Auges von der erſten Verticalebene heiſſen. Der Winkel SMO iſt die optiſche Höhe des Auges über der Fundamentalebene AB. Man ſetze OR auf R'T, alſo auf der Tafel ſenkrecht, und ziehe OG mit SM parallel: ſo iſt die Ebene ROG horizontal, und ſchneidet die Tafel in R*g*. Wenn ferner OM von der Tafel in I geſchnitten wird, ſo iſt I das Bild von M, und die Stelle des Bildes iſt durch R*g* und *g*I beſtimmt. Es ſey nun TSM = ROG = α, und SMO = MOG = β, ſo hat man R*g* = RO . tang α, O*g* = RO . ſec α, und *g*I = O*g* . tang β, oder *g*I = RO ſec α tang β. Das giebt tang *g*RI = 42 Fig.

$$\text{tang TNI} = \frac{gI}{Rg} = \frac{\sec\alpha \,\text{tang}\beta}{\text{tang}\,\alpha} = \frac{\text{tang}\,\beta}{\sin\alpha},$$ oder tang

TNI = coſec α tang β, und die Lage des Bildes NI der auf der Tafel ſenkrechten Linie NM wird allein durch α und β beſtimmt. Zugleich iſt eben dadurch die Lage des Bildes *ni* einer jeden andern auf der Tafel ſenkrechten Linie *nm* beſtimmt, weil die Bilder aller dieſer Linien geometriſch parallel ſind.

Man ſetze den Winkel TNI = ζ, und NM = δ, ſo iſt NI = NW ſec ζ, und NW = δ tang α, mithin NI = δ tang α ſec ζ. Demnach wird auch die Länge des Bildes NI der auf der Tafel ſenkrechten Linie NM = δ aus ihrer Länge und beyden Winkeln α und β beſtimmt. Die Stelle N, wo ſie an die Tafel ſtößt, wird als gegeben angenommen, weil die Entfernung TN = Δ von der erſten Verticalebene

gegeben ſeyn muß. Bey orthographiſch-perſpectiviſchen Zeichnungen müſſen alſo ſtatt der ſonſt als bekannt angenommenen Entfernung des Auges D von der Tafel, und der Höhe *a* des Auges über der Fundamentalebene, die beyden Winkel α und β gegeben ſeyn.

88. §.

Um bey den Zeichnungen auf der Tafel die Aehnlichkeit mit dem Verfahren bey ſtereographiſchen Zeichnungen beyzubehalten, kann man den Durchſchnitt RT der erſten Verticalebene mit der Tafel, die erſte **Verticallinie** nennen, und in willkührlich angenommener Höhe TR über der Fundamentallinie TN eine Horizontallinie RH ziehen. Wenn man ſich alsdenn durch RH eine horizontale Ebene vorſtellet, welche die erſte Verticalebene in der auf der Tafel ſenkrechten graden Linie RO ſchneidet: ſo würde die Projection ſtereographiſch ſeyn, wenn das Auge irgendwo in RO ſeine Stelle hätte. Wenn dagegen das Auge von den in der Fundamentalebene liegenden Figuren unendlich weit entfernt angenommen wird; ſo geht durch jeden Punct O, deſſen Entfernung RO von der Tafel endlich iſt, einer von den ins unendlich weit entfernte Auge laufenden parallelen Geſichtsſtrahlen. Dieſemnach kann man ſich jeden ſolchen Punct O in RO als eine auf die erſte Verticalebene **reducirte Stelle des Auges**, RO als den **reducirten Abſtand des Auges**, und R als den **auf die Horizontalebene** *ORH* **reducirten Augenpunct** vorſtellen: auch kann RT **die reducirte Höhe des Auges** heiſſen.

89. §.

89. §.

Auf der Tafel, welche die 43 Figur beſonders vorſtellet, ziehe man RH als die Horizontallinie, und RT als die erſte Verticallinie darauf ſenkrecht, ſo iſt R der reducirte Augenpunct. Auf RT nehme man RO = D, als den reducirten Abſtand des Auges, willkührlich an, mache den Winkel $ROg = \alpha$, nehme $g\omega = gO = D \sec\alpha$, ziehe gG auf RH ſenkrecht, und mache $g\omega G = \beta$, ſo wird $gG = D \sec\alpha \tang\beta$, und $\tang gRG = \frac{gG}{gR} = \frac{\sec\alpha \, \text{tg.}\beta}{\tang\alpha}$ $= \frac{\tang\beta}{\sin\alpha} = \tang\zeta$. (87. §.) Demnach iſt gRG derjenige Winkel, unter welchem die Bilder aller auf der Tafel ſenkrechten Parallellinien gegen die Fundamentallinie geneigt ſind. Die reducirte Höhe des Auges RT kann man willkührlich annehmen, und durch T die Fundamentallinie TN ziehen: ſo iſt alles zur Zeichnung vorbereitet. Der Punct G dient ein für allemahl zur Beſtimmung der Lage der Bilder aller auf der Tafel ſenkrechten Parallellinien, weil dieſe Bilder insgeſammt mit GR parallel ſind: deswegen kann G Kürze halber der Hülfspunct heiſſen. 43 Fig.

90. §.

Die Länge der ſenkrechten Vertiefung $NM = \delta$, und ihre Entfernung Δ von der erſten Verticalfläche iſt gegeben: man ſoll die damit zuſammen gehörige perſpectiviſche Vertiefung durch Zeichnung auf der Tafel finden. 42 Fig.

43 Fig. Aufl. Auf der Fundamentallinie nehme man TN = Δ, und ziehe NV mit GR parallel. Auf der Horizontallinie nehme man RD = RO = D, und auf der Fundamentallinie NM = δ, ziehe GD und die Durchſchnittslinie MI mit GD parallel, ſo iſt NI die geſuchte perſpectiviſche Vertiefung.

Beweis. Weil GR und NI, GD und MI, RD und MN parallel ſind, ſo haben die Dreyecke RGD und MNI gleiche Winkel, und es iſt RD : RG = MN : NI. Ferner hat man $Rg = D \tan g\,\alpha$, und $RG = D \tan g\,\alpha\ \sec\zeta$, mithin $1 : \tan g\,\alpha\ \sec\zeta = \delta : NI$, und $NI = \delta \tan g\,\alpha\ \sec\zeta$ wie erfodert wird. (87. §.)

91. §.

43 Fig. Der Vertiefung NI werden ſoviele perſpectiviſche Fuſſe oder Ruthen zugeſchrieben, als die ſenkrechte Vertiefung NM faſſet, und hier ſind alle perſpectiviſche Fuſſe oder Ruthen gleich lang, weil ſich NI wie δ verhält. Das iſt der Natur der Sache nicht anders gemäß, weil die aus allen Puncten der graden Linie NM parallel laufenden Geſichtsſtrahlen NI eben ſo theilen, als NM getheilt iſt. (172. §. Geom.) Man kann demnach auf der Grundlinie NM in gleiche geometriſche Fuſſe oder Ruthen theilen, und durch alle Theilungspuncte mit MI Parallellinien ziehen, ſo wird dadurch NI gehörig eingetheilt.

92. §.

Die perſpectiviſche Höhe IK iſt der geometriſchen Höhe ML gleich, und überhaupt iſt das Bild einer jeden mit der Tafel parallelen graden Linie der abgebildeten Linie ſelbſt gleich, weil MIKL ein

ein Parallelogramm wird. Die perſpectiviſchen Fuſſe oder Ruthen der lothrechten Höhen, und überhaupt aller Bilder der mit der Tafel parallel laufenden graden Linien, ſind alſo den geometriſchen gleich, und der Maaßſtab dazu iſt mit dem geometriſchen einerley.

93. §.

Die Lage und Länge der ſchrägen Vertieſung *AM* iſt gegeben: man ſoll die Lage und Länge der damit zuſammen gehörigen perſpectiviſchen Vertiefung *AI* finden. 42 Fig.

Aufl. Man ziehe OP mit AM parallel, ſo iſt OP horizontal, alſo liegt OP in der Ebene ROg, und P in der Horizontallinie RH. Weil nun der Geſichtsſtrahl OM in der Ebene OAM und in eben der Ebene auch OP liegt, P und A aber in der Tafel liegen, ſo iſt AP der Ebene OAM Durchſchnitt mit der Tafel, und AP ins unendliche verlängert iſt das Bild von AM gleichfalls ins unendliche verlängert. Man ſetze TAM $= \eta$, ſo iſt AMN $= 90° - \eta =$ ROP, und RP $= D \cot \eta$, alſo gP $= D\ (\tang \alpha + \cot \eta)$. Ferner iſt gI $= D \sec \alpha \tang \beta$, alſo wird $\tang. g\mathrm{PI} = \frac{g\mathrm{I}}{g\mathrm{P}} = \frac{\sec \alpha \tang \beta}{\tang \alpha + \cot \eta}$. Wenn man nun den Winkel TAP $= \zeta$ ſetzt, ſo iſt $\zeta = g$PI, und

$$\tang \zeta = \frac{\sec \alpha \tang \beta}{\tang \alpha + \cot \eta}.$$

Im Dreyeck AWM iſt WAM $= \eta$, AMW $= 90° - \eta + \alpha = 90° - (\eta - \alpha)$, alſo AMW $+$ WAM $= 90° + \alpha$, und AWM $= 180° - (90° + \alpha) = 90° - \alpha$. Das giebt AW $= \frac{\sin \mathrm{AMW}}{\sin \mathrm{AWM}}$

$. AM = \frac{\operatorname{coſ}(\eta - \alpha)}{\operatorname{coſ}\alpha} . AM$, alſo $AW = (\operatorname{coſ}\eta + \sin\eta \tan\alpha) AM$, und daraus findet man $AI = AW \sec\zeta$.

94. §.

42 Fig. Wenn die Stelle A, worin AM die Fundamentallinie trift, durch die Entfernung $TA = f$ gegeben iſt; ſo kann man die zur ſchrägen Vertiefung AM $= L$ gehörige perſpectiviſche Vertiefung auf der Tafel nach ihrer Lage und Länge, wenn der Hülfspunct G ſchon gefunden iſt, auf folgende Art zeichnen. Man
43 Fig. nehme $RP = D \cot\eta$, und ziehe GP. Ferner nehme man $TA = f$, und ziehe Af mit GP parallel, ſo iſt der Winkel $TAf = \zeta$. Denn er iſt $= gPG$, und man hat $gP = D (\tan\alpha + \cot\eta)$, $gG = D \sec\alpha \tan\beta$, alſo $\tan gPG = \frac{\sec\alpha \tan\beta}{\tan\alpha + \cot\eta}$. Weiter nehme man $P\Delta = PO$, ziehe $G\Delta$, nehme $AB = L$ auf der Grundlinie von ſovielen Fuſſen, als die Länge der Vertiefung ausmachen ſollen, und ziehe die Durchſchnittslinie BI mit $G\Delta$ parallel, ſo iſt AI die geſuchte Vertiefung.

Es iſt nemlich $PG = Pg . \sec\zeta$, und $Pg = D (\cot\eta + \tan\alpha)$, alſo $PG = D (\cot\eta + \operatorname{tg}.\alpha) \sec\zeta$. Ferner iſt $P\Delta = PO = D \operatorname{coſec}\eta$, alſo $P\Delta : PG = \operatorname{coſec}\eta : (\cot\eta + \tan\alpha) \sec\zeta = 1 : (\operatorname{coſ}\eta + \sin\eta \tan\alpha) \sec\zeta$. Wegen der ähnlichen Dreyecke $GP\Delta$ und ABI iſt $P\Delta : PG = AB : AI$, alſo $AI = AB (\operatorname{coſ}\eta + \sin\eta \tan\alpha) \sec\zeta$, wie den Schlüſſen des vor. §. gemäß iſt.

Weil

Weil ſich AI bey einerley Winkel η wie AB = L verhält, ſo ſind die perſpectiviſchen Fuſſe, welche der Vertiefung AI zugehören, wiederum alle gleich lang: welches auch darum nicht anders ſeyn kann, weil die aus allen Puncten der graden Linie AM (42 Fig.) 42 Fig. parallel laufenden Geſichtsſtrahlen AI eben ſo theilen, als AM getheilt iſt. Demnach kann man auf der Grundlinie AB (43 Fig.) in gleiche Ruthen oder 43 Fig. Fuſſe theilen, und durch alle Theilungspuncte mit BI Parallellinien ziehen, ſo wird dadurch AI gehörig eingetheilt.

95. §.

Man kann P als den reducirten Vereinigungs- 43 Fig. punct der Bilder aller der Parallellinien betrachten, welche gegen die Tafel unter einerley Winkel η geneigt ſind. Eigentlich liegt dieſer Vereinigungspunct in GP unendlich weit über P hinaus: indeſſen hat hier der Punct P in Verbindung mit dem Hülfspunct G einen ähnlichen Nutzen, wie der wirkliche Vereinigungspunct bey den ſtereographiſchen Projectionen. Wenn man die Horizontallinie im Verhältniß der Tangenten für denjenigen Halbmeſſer RO gehörig eintheilt, welchen man gebraucht hat, den Hülfspunct zu finden; ſo dient ſelbige für die orthographiſchen Projectionen als Transporteur, und die orthographiſch-perſpectiviſche Zeichnung horizontal liegender Figuren auf der verticalſtehenden Tafel, auch überhaupt ſolcher, deren Ebene die Tafel ſenkrecht ſchneidet, iſt nunmehro auf ganz ähnliche Regeln mit denjenigen gebracht, nach welchen man ſtereographiſche Projectionen zeichnet.

96. §.

Am gewöhnlichſten bedient man ſich dieſer Projectionsart, wenn der ganze Umfang der abzubildenden Sache in Vergleichung mit dem Abſtande des Auges ſehr klein iſt: denn alsdenn ſind die Strahlen, welche die Sache ins Auge ſchickt, beynahe parallel; und weil auf die geringe Abweichung wenig ankommt, ſo nimmt man ſie völlig parallel an. Weil übrigens bey der orthographiſchen Projection alle ſcheinbare Verkürzung und Schmählerung wegfällt; ſo wählt man ſie bey Zeichnungen einzelner Gegenſtände vornemlich alsdenn, wenn man dabey mehr eine ſolche Deutlichkeit des Bildes, die alle Theile ſoviel möglich auseinander geſetzt darſtellet, als das völlig natürliche Anſehen des Bildes zur Abſicht hat. Daher werden Aufriſſe von Maſchienen und Gebäuden orthographiſch = perſpectiviſch gezeichnet. Auch braucht man dieſe Projectionsart bey Feſtungen und Städten, wenn alles ohne ſcheinbare Schmählerung ins Auge fallen ſoll.

97. §.

Wenn ein abzubildender Körper von Rechtecken als Seitenflächen eingeſchloſſen iſt; ſo entwirft man das Bild deſſelben gemeiniglich ſo, daß eine Seitenlinie deſſelben mit der Grundlinie parallel liege, damit dieſelbe, und alle mit ihr parallel laufende Linien ohne weitere Umſtände nach dem natürlichen Maaßſtabe können ausgemeſſen werden. Um die Lage des Auges zu beſtimmen giebt man ſich eben nicht viele Mühe, es wäre denn, daß man mehrere Sachen in beſtimmter Lage gegen einander abbilden wollte.

Bey

Bey Abbildung einer einzigen Sache für ſich allein iſt beynahe alles willkührlich, wie man aus dem Beyſpiel des in der 45 Figur gezeichneten viereckten Gefäſſes abnehmen kann.

Man zieht AD, welches die Seitenlinie iſt, die ganz ins Auge fallen ſoll, mit der Horizontallinie parallel, giebt ihr die gehörige Länge nach dem angenommenen natürlichen Maaßſtabe, und nach eben demſelben zeichnet man auch die Höhe Aa = Dd. Der anliegenden Seitenlinie AB giebt man eine ſolche Lage, daß ſie nicht allein hinlänglich ins Auge falle, ſondern auch die obere Oefnung des Gefäſſes auseinander geſetzt erſcheine, und kein zu ſehr verzogenes Viereck vorſtelle: in ſolcher Abſicht kann der Winkel ARH = RAL = ζ zwiſchen 40 und 50 Graden genommen werden. Ferner kann man der Seitenlinie AB ihre Länge ebenfalls nach einem willkührlich gewählten Maaßſtabe geben, deſſen Abtheilungen eben ſo groß, gröſſer oder kleiner ſeyn können, als die Abtheilungen des für AD gebrauchten Maaßſtabes, nachdem man will, daß AB länger oder kürzer und mit AB zugleich die obere Oefnung des Gefäſſes weiter oder enger erſcheinen ſoll. Ueber dem Parallelogramm ABCD als der Grundfläche werden aus allen Mittelpuncten die perſpectiviſchen Höhen nach dem für AD gebrauchten Maaßſtabe insgeſammt gleich groß ſenkrecht aufgerichtet, ſo giebt ſich die obere Oefnung von ſelbſt. 45 Fig.

98. §.

Wenn die Länge des geometriſchen Maaſſes L, und des für AB gebrauchten perſpectiviſchen Maaſſes = λ geſetzt wird, ſo iſt $\lambda = L . \tang \alpha \sec \zeta$, und

tang ζ

$\text{tang}\,\zeta = \frac{\text{tang}\,\beta}{\text{ſin}\,\alpha}$: alſo beſtimmt man α und β, wenn man ζ und λ willkührlich annimmt. Durch Zeichnung kann man die Winkel α und β, welche mit den willkührlich angenommenen Gröſſen ζ und λ zuſammen gehören, ſo finden. Man nehme an, daß A mit dem Hülfspunct G (89. §.) zuſammen falle, und ziehe in willkührlicher Höhe über AD die Horizontallinie RH damit parallel, verlängere AD nach L ſoweit, bis AL im geometriſchen Maaß ſo lang iſt, als AB im perſpectiviſchen Maaß, ziehe BL und durch A die Linie AF mit LB parallel: ſo iſt RF der reducirte Abſtand des Auges. Man ſetze Ag und RT auf RH ſenkrecht, nehme RO $=$ RF $=$ D, und ziehe Og; man nehme ferner $g\omega = g$O und ziehe ωA; ſo hat man RO$g = \alpha$, $g\omega$A $= \beta$.

99. §.

45 Fig. Will man mehr Sachen in die Zeichnung bringen, die das Auge zugleich mit überſiehet, ſo kann dabey nichts mehr willkührlich genommen werden, was α und β anders beſtimmen würde: man muß vielmehr für alles übrige, was noch in die Zeichnung gebracht werden ſoll, RH als die Horizontallinie, RT als die erſte Verticallinie, A als den Hülfspunct der im 89. §. G hieß, RO als den reducirten Abſtand des Auges beybehalten, und die Horizontallinie für dieſen Halbmeſſer in ihre Grade theilen. Hiernächſt kann das Gefäß num. 2. an einer gegebenen Stelle und in gegebener Lage gezeichnet werden. Die Seitenlinie AB deſſelben ſchneidet die Tafel in K unter einem Winkel von 70 Graden, und BAD iſt ein rechter Winkel: deßwegen laufen AB mit GP,

AD

AD mit $G\Pi$ parallel. Weiter iſt $P\Omega = PO$ genommen, und die Durchſchnittslinie LB mit $G\Omega$ parallel gezogen, um der Seitenlinie AB ihre perſpectiviſche Länge zu geben, wenn AL ihre geometriſche Länge iſt. Eben ſo iſt $\Pi\Delta = \Pi O$ genommen, und lD mit $G\Delta$ parallel gezogen, um die perſpectiviſche Länge AD aus der geometriſchen AL zu finden.

100. §.

Wenn das Auge in der erſten Verticalebene ſteht, ſo iſt $\alpha = 0$, alſo wird im 93. §. $\operatorname{tang}\zeta = \frac{\sec\alpha \operatorname{tang}\beta}{\operatorname{tang}\alpha + \cot\eta} = \frac{\operatorname{tang}\beta}{\cot\eta} = \operatorname{tang}\beta \operatorname{tang}\eta$. Wird überdem $\beta = 45°$ angenommen, ſo hat man $\operatorname{tang}\zeta = \operatorname{tang}\eta$, alſo $\zeta = \eta$; mithin im 93. §. ferner $AW = AM \cos\eta$ und $AI = AW \sec\zeta = AM$. Bey dieſer Vorausſetzung verwandelt ſich demnach die orthographiſche Projection einer jeden horizontalliegenden ebenen Figur in einen geometriſchen Grundriß, weil die Bilder aller graden Linien mit den Linien ſelbſt einerley Lage und Gröſſe behalten. Weil überdem auch die verticalen Höhen ihre natürliche Gröſſe behalten, ſo iſt dies unter allen perſpectiviſchen Entwerfungsarten die leichteſte. Man bedient ſich derſelben wohl, um auf dem Grundriſſe einer Stadt oder Feſtung auch die Häuſer und Feſtungswerke aufzuſtellen, welches ſehr leicht durch verticale Parallellinien geſchieht, die aus jedem merkwürdigen Punct der Grundfläche aufgerichtet, und nach dem natürlichen Maaßſtabe ſo hoch gemacht werden, als die abgebildeten Gegenſtände ſind. Practiſche Zeichner nennen dieſe Projectionsart die **Vogel-Perſpectiv**; auch wird ſie die **Cavalier-Perſpectiv** genannt.

Der

Der VIII. Abſchnitt.

Die orthographiſche Projection ſolcher Figuren, deren Ebene die Tafel ſchief ſchneidet.

101. §.

34 Fig. Wenn die Fundamentalebene AB gegen die Tafel CDXS an der Seite, wo B liegt, unter einem ſpitzen Winkel ψ geneigt, und LΩ ein ins unendlich weit entfernte Auge laufender Geſichtsſtrahl iſt; ſo ſey aus einem willkührlichen Punct O deſſelben OR auf die Tafel OG auf AB ſenkrecht gezogen, mithin OGtR die Neigungsebene der Tafel und der Fundamentalebene gegen einander, und Rth = ψ. Wenn ferner die Ebene OGL und die Fundamentalebene AB einander in GL ſchneiden; ſo ſey Or mit Gt, On mit GL, alſo die Ebene rOn mit AB, und ihr Durchſchnitt rn mit der Tafel mit der Grundlinie CD parallel. Iſt alsdenn CL auf CD ſenkrecht, ſo iſt Cr ins unendliche verlängert. Das Bild von CL gleichfalls ins unendliche verlängert, und die Bilder aller mit CL parallelen Linien ſind mit Cr parallel.

Man nehme OGtr für die erſte Verticalebene an, ſo iſt tGL = α die Abweichung des Auges von der erſten Verticalebene, und GLO = β die optiſche Höhe des Auges über der Ebene AB.

102. §.

Die Durchſchnittslinie GL der Ebene GLO mit der Fundamentalebene, und die Grundlinie der Tafel CD, ſchneiden einander in E, alſo iſt En die Durchſchnitts-

ſchnittslinie der Ebene GLO mit der Tafel. Wenn ferner LN auf AB ſenkrecht iſt, ſo liegt LN in der Ebene GLO, und ſchneidet On in N: auch ſtößt LN mit der Tafel irgendwo in einem Punct S zuſammen, der mit E und n in derjenigen graden Linie En liegt, worin die Ebene OGLN und die Tafel einander ſchneiden. Weil nun OG und LN parallel ſind, ſo wird OG auch von En in q geſchnitten. Eben der Punct q liegt alſo zugleich in der erſten Verticalebene $OGtr$ und in der Tafel, alſo in beyder Durchſchnittslinie tr, daß alſo rt verlängert durch q läuft.

Aus jedem Punct W der auf AB lothrechten Höhe LN läuft ein mit $L\Omega$ paralleler Geſichtsſtrahl $W\Omega$ ins unendlich weit entfernte Auge, der die Tafel in einem Punct u der graden Linie Eu trift, weil $W\Omega$ in der Ebene ΩGLN liegt. Demnach iſt lu das Bild von LW, oder lu die perſpectiviſche Höhe, welche mit der auf AB lothrechten Höhe zuſammen gehört.

103. §.

Die Lage und Länge der ſenkrechten perſpectiviſchen Vertiefung Cl auf der gegen die abzubildende Ebene unter dem Winkel ψ geneigten Tafel zu finden, wenn die Winkel α und β mit der ſenkrechten Vertiefung $CL = \delta$ gegeben ſind. 34 Fig.

Aufl. Man ziehe GP mit CD parallel, ſo iſt $Ct = GP = GL \sin\alpha$, und $GL = OL \cos\beta$, alſo $Ct = OL \cos\beta \sin\alpha$. Ferner iſt $tr = OG . \operatorname{coſec}\psi$, und $OG = OL \sin\beta$, alſo $tr = OL \sin\beta \operatorname{coſec}\psi$. Daraus findet man $\operatorname{tang} tCr = \frac{tr}{Ct} = \frac{\sin\beta \operatorname{coſec}\psi}{\cos\beta \sin\alpha}$

$= \tan\beta \operatorname{cosec}\alpha \operatorname{cosec}\psi$, und dieſer Winkel, den ich hier $= \zeta$ ſetze, beſtimmt die Lage der ſenkrechten perſpectiviſchen Vertiefung.

Wenn ferner OG und rt in q zuſammen ſtoſſen, ſo iſt $Rq = D \tan\psi$, $Rr = D \cot\psi$, alſo $rq = D(\tan\psi + \cot\psi)$. Ueberdem iſt $rn = D \operatorname{cosec}\psi \tan\alpha$, alſo $\tan rnq = \frac{rq}{rn} = \frac{\tan\psi + \cot\psi}{\operatorname{cosec}\psi \tan\alpha} = \tan CEl$. Man multiplicire im Zähler und Nenner mit $\sin\psi \cos\psi$, ſo erhält man $\tan CEl = \frac{\sin\psi^2 + \cos\psi^2}{\tan\alpha \cos\psi} = \frac{1}{\tan\alpha \cos\psi}$. Aber auch $\tan CEl = \frac{Cl . \sin\zeta}{CE - Cl . \cos\zeta}$, und $CE = \delta \tan\alpha$; alſo $\tan CEl = \frac{Cl . \sin\zeta}{\delta \tan\alpha - Cl . \cos\zeta} = \frac{Cl . \tan\zeta}{\delta \tan\alpha \sec\zeta - Cl}$, und beyde Werthe gleich geſetzt geben $\frac{Cl . \tan\zeta}{\delta \tan\alpha \sec\zeta - Cl} = \frac{1}{\tan\alpha \cos\psi}$. Daraus findet man weiter $Ol . \tan\alpha \tan\zeta \cos\psi = \delta \tan\alpha \sec\zeta - Cl$, mithin $Cl = \frac{\delta \tan\alpha \sec\zeta}{1 + \tan\alpha \tan\zeta \cos\psi}$.

104. §.

Aus Cl findet man rl wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke CEl und rnl vermittelſt der Proportion CE : Cl

$: Cl = rn : rl$, oder $\delta \operatorname{tang}\alpha : \frac{\delta \operatorname{tang}\alpha \sec\zeta}{1 + \operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\zeta \cos\psi}$ $= D \operatorname{cosec}\psi \operatorname{tang}\alpha : rl$: alſo iſt $rl = \frac{D \operatorname{tang}\alpha \sec\zeta \operatorname{cosec}\psi}{1 + \operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\zeta \cos\psi}$. Wird ferner der Winkel $rnl = \xi$ geſetzt, ſo hat man $\operatorname{tang}\xi = \frac{1}{\operatorname{tang}\alpha \cos\psi}$ $= \cot\alpha \sec\psi$, $\sec\xi = \sqrt{(1 + \cot\alpha^2 \sec\psi^2)}$, und $\sin\xi = \frac{\operatorname{tang}\xi}{\sec\xi} = \frac{\cot\alpha \sec\psi}{\sqrt{(1 + \cot\alpha^2 \sec\psi^2)}}$: daraus erhält man im Dreyeck rln ferner $nl = \frac{\sin\zeta}{\sin\xi}$ $. rl$, und die Stelle des mit dem Punct L zuſammen gehörigen Bildes l auf der Tafel iſt durch $rn = D \operatorname{cosec}\psi \operatorname{tang}\alpha$, den Winkel $rnl = \xi$ und $nl = \frac{\sin\zeta}{\sin\xi} . rl$ gegeben. Eben die Länge nl kann auch durch Zeichnung gefunden werden, wenn man über nq ein Dreyeck aus den Seitenlinien $nO = D \operatorname{cosec}\psi \sec\alpha$ und $qO = D \sec\psi$, an nO aber den Winkel $nOl = \beta$ verzeichnet.

105. §.

Auf der Tafel alſo, welche die 44ſte Figur be- 44 Fig.
ſonders vorſtellt, ſey R der reducirte Hauptaugenpunct, und rt die erſte durch R laufende Verticallinie. Man nehme $RO = D$ willkührlich an, mache $ROr = 90° - \psi$, und $ROq = \psi$, ſo iſt $Rr = D \cot\psi$ und r der reducirte Augenpunct für die abzubildende Ebene, wodurch man die reducirte Horizontallinie

rn auf rt ſenkrecht ziehet. Man nehme $ro = rO = D \operatorname{coſec}\psi$, und mache $ron = \alpha$, ſo iſt $rn = D \operatorname{coſec}\psi \operatorname{tang}\alpha$, und $on = D \operatorname{coſec}\psi \operatorname{ſec}\alpha$. Ferner ziehe man nq, ſetze darauf ein Dreyeck $n\omega q$ aus den Seitenlinien $n\omega = no$ und $q\omega = qO$, und mache $n\omega l = \beta$; ſo ſind alle ſenkrechte perſpectiviſche Vertiefungen mit lr parallel, und l iſt hier ein Hülfspunct, wie es G im 89 §. war.

106. §.

Die Länge der ſenkrechten Vertiefung $CL = \delta$ (34 Fig.) und ihre Entfernung Δ von der erſten Verticalfläche ſind gegeben: man ſoll die damit zuſammengehörige perſpectiviſche Vertiefung auf der Tafel zeichnen.

44 Fig. Aufl. Auf der Fundamentallinie nehme man $tC = \delta$, und ziehe $C\lambda$ mit lr parallel. Auf der Horizontallinie nehme man $r\Delta = ro$, und auf der Fundamentallinie $CD = \delta$, ziehe $l\Delta$ und $D\lambda$ mit $l\Delta$ parallel; ſo iſt $C\lambda$ die geſuchte perſpectiviſche Vertiefung.

Beweis. Wegen der ähnlichen Dreyecke $rl\Delta$ und $D\lambda C$ iſt $r\Delta : rl = CD : C\lambda$, und $r\Delta = D \operatorname{coſec}\psi$, alſo erhält man $1 : \frac{\operatorname{tang}\alpha \operatorname{ſec}\zeta}{1 + \operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\zeta \operatorname{coſ}\psi} = \delta : C\lambda$, und $C\lambda = \frac{\delta \operatorname{tang}\alpha \operatorname{ſec}\zeta}{1 + \operatorname{tang}\alpha \operatorname{tang}\zeta \operatorname{coſ}\psi}$, wie erfodert wird. (104. §.)

107. §.

34 Fig. Wenn LW in L über AB lothrecht ſteht, und aufwärts verlängert die Tafel in S trift, ſo iſt CS =

$= \delta sec\psi$, und man findet dieſen Punct durch Zeichnung auf der Tafel ſo wie es ſchon im 56. §. gewieſen iſt. Wenn alſo auf der Tafel *l* das Bild desjenigen Puncts in der horizontalen Grundfläche iſt, über welchem die perſpectiviſche Höhe ſteht, ſo läuft das Bild durch *l* und *q*. Verlängert man überdem *rl* bis an die Fundamentallinie in *c* und Δl nach *d*; ſo iſt *tc* der Abſtand des durch *l* abgebildeten Puncts von der erſten Verticalebene, und *cd* deſſelben Abſtand von der Fundamentallinie. Um alſo den Punct S zu finden, in welchem die durch *ql* abgebildete Höhe an die Tafel ſtößt, kann man durch *c* eine grade Linie auf der Fundamentallinie ſenkrecht ſetzen, welche *qu* in dem geſuchten Punct S ſchneiden muß. 44 Fig.

Wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke O*lq* und S*l*L (34 Fig.) iſt $Oq : SL = ql : Sl$, alſo $Oq + SL : SL = qS : Sl$. Weil übrigens alle aus jedem Punct W der Höhe LS ins unendlich entfernte Auge laufende Geſichtsſtrahlen parallel ſind; ſo theilen ſie S*l* und SL in einerley Verhältniß in W und *u*. Gleiche Ruthen oder Fuſſe der Höhe LS erſcheinen alſo auch auf der Tafel gleich groß.

108. §.

Dieſen Schlüſſen gemäß kann man auf der Tafel in der 44ſten Figur den Punct *q* als den zweyten Hülfspunct für die perſpectiviſchen Höhen annehmen. Denn alle perſpectiviſche Höhen ſind mit *ql* parallel, und *l*S kann man auf folgende Art in perſpectiviſche Ruthen oder Fuſſe theilen, nach welchen hiernächſt alle übrige Höhen gemeſſen werden. Durch *q* und S ziehe man ein Paar grade Linien $q\Omega$, SZ mit der Horizontallinie und Fundamentallinie parallel,

rallel, nehme $q\Omega = qO$, und ziehe Ωl. Wenn alsdenn Ωl und SZ einander in L ſchneiden; ſo iſt SL im geometriſchen Maaß ſo lang, als die durch lS abgebildete Höhe. Denn man hat $q\Omega$ oder qO : SL $= ql : Sl$, alſo $qO +$ SL : SL $= qS : Sl$, wie nach dem 107. §. erfodert wird. Demnach theile man SL in geometriſche Fuſſe oder Ruthen, und ziehe durch alle Theilungspuncte grade Linien mit Ll parallel, ſo theilen dieſe Sl in gleiche perſpectiviſche Fuſſe, und man hat den Maaßſtab für alle übrige perſpectiviſche Höhen.

109. §.

34 Fig. **Die Lage und Länge der ſchiefen Vertiefung KL in der Fundamentalebene iſt gegeben: man ſoll die Lage und Länge der perſpectiviſchen Vertiefung Kl auf der Tafel finden.**

Aufl. Man ziehe Op mit KL parallel, ſo liegt Op in der mit AB parallelen Ebene Oru und p in der Horizontallinie rn, Kp iſt der Ebene $OKLp$ Durchſchnitt mit der Tafel, mithin iſt Kp ins unendliche verlängert das Bild der gleichfalls ins unendliche verlängerten Vertiefung KL. Man ſetze CKL $= \eta$, ſo iſt CLK $= 90° - \eta = rOp$, $rp =$ D coſec ψ cot η, und jede perſpectiviſche Vertiefung iſt mit lp parallel, die eine ſolche Vertiefung abbildet, welche die Tafel unter dem Winkel η ſchneidet. Man ſetze $rpl = tKl$ $= \zeta$, ſo iſt $\tang \zeta = \frac{rt}{tK + rp}$. Man ziehe Os mit rt und GP mit tC parallel, ſo iſt $rt =$ OG coſec ψ, und OG $=$ GP coſec α tang β, alſo $rt =$ GP coſec α tang β coſec ψ. Ueberdem iſt $tK =$ GP $+$ CK,

$+$ CK, und CK $=$ CL $\cot\eta$, ſo wie $rp = Or \,.\, \cot\eta = ts \,.\, \cot\eta$, alſo $tK + rp = GP + (CL + ts)\cot\eta$. Aber CL $+ ts =$ PL $+ Gs$, und PL $=$ GP $\cot\alpha$, $Gs =$ OG $\cot\psi =$ GP $\operatorname{coſec}\alpha$ $\tan\beta$ $\cot\psi$, alſo CL $+ ts =$ GP $(\cot\alpha + \operatorname{coſec}\alpha \tan\beta \cot\psi)$. Demnach findet man $\tan\zeta =$

$$\frac{\operatorname{coſec}\alpha \,\tan\beta\, \operatorname{coſec}\psi}{1 + \cot\eta\,(\cot\alpha + \operatorname{coſec}\alpha \tan\beta \cot\psi)}.$$

Wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke Opl und lKL iſt ferner $Op : KL = pl : Kl$, alſo $Op + KL : KL = Kp : Kl$, alſo $Kl = \frac{Kp}{Op + KL} \,.\, KL$ $= \frac{Kp}{D \operatorname{coſec}\psi \operatorname{coſec}\eta + KL} \,.\, KL$, oder $Kl =$ $\frac{Kp \,.\, \sin\eta}{D \operatorname{coſec}\psi + KL \sin\eta} \,.\, KL$. Weiter findet man $Kp = tr \,.\, \operatorname{coſec}\zeta$, $tr =$ OG $\operatorname{coſec}\psi$, und OG $=$ OL $\sin\beta$, alſo $Kp =$ OL $\sin\beta \operatorname{coſec}\psi \operatorname{coſec}\zeta$. Ueberdem iſt $D \operatorname{coſec}\psi + KL \sin\eta = Or +$ CL. Wenn aber Os mit rt, und GP mit tC parallel gezogen wird, ſo hat man $Or +$ CL $= Gs +$ PL $=$ OL $\cos\beta \cos\alpha +$ OL $\sin\beta \cot\psi$; mithin findet man $Kl = \frac{\sin\eta \sin\beta \operatorname{coſec}\psi \operatorname{coſec}\zeta}{\cos\beta \cos\alpha + \sin\beta \cot\psi} \,.\, KL.$

110. §.

Wenn die Stelle K, worin die ſchräge Vertieſung KL $=$ L (34. Fig.) die Fundamentallinie trift, durch die Entfernung tK $= f$ gegeben iſt; ſo kann 44 Fig.

man die dazu gehörige perſpectiviſche Vertiefung auf der Tafel nach ihrer Lage und Länge, wenn der Hülfspunct l ſchon gefunden iſt, wiederum auf folgende Art zeichnen. Man nehme $rp = D$ coſec ψ cot η, und ziehe lp. Ferner nehme man $tK = f$, und ziehe $K\lambda$ mit lp parallel, ſo iſt der Winkel $tK\lambda = \zeta$, denn er iſt $= rpl$. Weiter nehme man $p\pi = po$, ziehe $l\pi$, nehme $KP = L$ auf der Grundlinie von ſo vielen Fuſſen, als die Länge der Vertiefung ausmachen ſollen, und ziehe die Durchſchnittslinie $P\lambda$ mit $l\pi$ parallel, ſo iſt $K\lambda$ die geſuchte perſpectiviſche Vertiefung.

Der Punct p iſt wiederum als der reducirte Vereinigungspunct aller mit $K\lambda$ perſpectiviſch parallelen Linien zu betrachten, da eigentlich der wahre Vereinigungspunct unendlich weit entlegen iſt. Wenn man die Horizontallinie im Verhältniß der Tangenten für den Halbmeſſer $or = Or = D$ coſec ψ, welchen man gebraucht hat, den Hülfspunct zu finden, in Grade eintheilt, ſo dient ſelbige für die orthographiſchen Projectionen ebener gegen die Tafel geneigter Figuren als Transporteur.

111. §.

Soll die orthographiſch perſpectiviſche Zeichnung auf der Tafel von mehrern Figuren in verſchiedenen Ebenen Bilder enthalten; ſo nimmt man eine von dieſen Ebenen für den Haupt-Horizont an. Man
46 behält den einmahl angenommenen Hauptaugenpunct
Fig. R, mit der reducirten Entfernung des Auges $RO = D$ ein für allemahl bey; ſo haben alle mit dem Haupthorizont parallele Ebenen einerley reducirte Gränzlinie, und einerley Hülfspunct G. Wenn alsdenn

das

das Bild Cp der Durchſchnittslinie einer Ebene CGM mit dem zwiſchen *pn* und CV abgebildeten Horizont durch den Hülfspunct G läuft, und die reducirte Gränzlinie jenes Horizonts in *p* ſchneidet, ſo liegt *p* zugleich in der reducirten Gränzlinie der Ebene *CGM*. Denn *p* iſt der Punct, worin eine durch die reducirte Stelle des Auges mit der durch C*p* abgebildeten parallel gezogene grade Linie die Tafel trift, die Bilder aller mit der durch C*p* abgebildeten parallel laufenden graden Linien, mithin auch diejenigen, welche in der Ebene CGM liegen, ſind mit C*p* parallel.

112. §.

Wenn über *Cp* eine Ebene *CGBK* auf dem zwiſchen *pn* und *CV* abgebildeten Horizont ſenkrecht ſteht, und der Punct *n* in der zum Hülfspunct *G* gehörigen reducirten Gränzlinie des Horizonts um 90 Grade von *p* entfernt iſt; ſo ſind die Bilder aller auf der Ebene *CGBK* ſenkrechten graden Linien mit *Gn* parallel. 46 47 Fig.

Beweis. Man mag den Haupthorizont, der die Tafel ſenkrecht ſchneidet, (46. Fig.) oder einen andern gegen die Tafel geneigten Horizont (47. Fig.) verſtehen; ſo liegt doch allemahl jede auf CGBK ſenkrechte grade Linie in einer mit dem Horizont parallelen Ebene, die mit demſelben einerley reducirte Gränzlinie und einerley Hülfspunct hat. Alle im Horizont liegende auf der durch C*p* abgebildeten ſenkrechte grade Linien, ſind auf der Ebene CGBK ſenkrecht, und ihre Bilder mit *Gn* parallel, wenn *pGn* das Bild eines rechten Winkels, und *n* von *p* um

 90 Gra-

90 Grade entfernt iſt: mithin ſind die Bilder aller übrigen auf CGBK ſenkrechten graden Linien mit G*n* parallel.

113. §.

Eine Ebene *CGBK* ſoll den Horizont in *Cp* ſenkrecht ſchneiden: man ſoll ihre reducirte Gränzlinie finden.

Aufl. Auf der reducirten Gränzlinie des Horizonts zähle man 90 Grade von *p* bis *n*, ziehe *n*K, und ſetze von *p* auf *n*K die grade Linie *pε* oder EF ſenkrecht, ſo iſt das die Gränzlinie und *ε* der reducirte Augenpunct.

Beweis. Die geſuchte reducirte Gränzlinie geht durch *p*, (111. §.) und *n* iſt der reducirte Vereinigungspunct aller auf CGBK ſenkrechter Linien; (112. §.) dieſer liegt in der zur Ebene CGBK gehörigen Linie des Auges, worin auch R liegt, (108. §.) und auf dieſer muß die geſuchte Gränzlinie ſenkrecht ſeyn.

47 Fig. Wenn *k* der reducirte Vereinigungspunct aller auf dem Horizont ſenkrechter grader Linien iſt, ſo muß die Gränzlinie EF durch *k* gehen, und weil *pGk* das Bild eines rechten Winkels iſt, ſo müſſen auf der Gränzlinie *pk* zwiſchen *p* und *k* 90 Grade liegen.

114. §.

46 47 Fig. **Eine Ebene *CGM* ſoll den Horizont unter einem ſchiefen Winkel ϑ ſchneiden: man ſoll ihre reducirte Gränzlinie und ihren Augenpunct finden.**

Aufl. Wenn man die im 63. §. vorgetragene Aufloͤſung dieſer Aufgabe für den Fall der ſtereographiſchen Projection ſo anwendet, wie es der Natur

der

der orthographiſchen Projection gemäß iſt; ſo ergeben ſich daraus leicht folgende Regeln. Man zähle 90 Grade von p nach n, ziehe Gn, und ſetze GB auf dem Horizont ſenkrecht; ſo iſt BGn die Ebene des Winkels, unter welchen CGM gegen den Horizont geneigt iſt. Die reducirte Gränzlinie dieſer Neigungsebene BGn wird dem vor. §. gemäß gefunden, wenn man von n nach p wieder 90 Grade zählt, pR zieht, und $n\varrho$ darauf ſenkrecht ſetzt, da dann $n\varrho$ durch k laufen muß: alsdenn iſt ϱ der Ebene BGn reducirter Augenpunct. Dieſe Gränzlinie $n\varrho$ oder OQ theile man gehörig ein, zähle von n nach m ſoviele Grade, als der Winkel ϑ faſſen ſoll, und ziehe pm, ſo iſt das die geſuchte Gränzlinie.

Auch kann man ſtatt deſſen von n nach q ſoviele Grade zählen, als des Winkels ϑ Ergänzung zu 90 Graden faſſet, alsdenn qR ziehen, und pr darauf ſenkrecht ſetzen.

Die Photometrie
mit ihren Anwendungen in der Katoptrik und Dioptrik.

Der I. Abſchnitt.
Die erſten Grundlehren der Theorie von Ausmeſſung der Stärke des Lichts.

1. §.

Was in den optiſchen Wiſſenſchaften ein ſtrahlender Punct heißt, und bisher als ein geometriſcher Punct hat betrachtet werden können, iſt eigentlich ein phyſiſcher Punct, ein Element einer mit eigenem oder anders woher empfangenen Licht leuchtenden Maſſe. (4. 5. §. Opt.) Dabey iſt es zwar nicht ganz gleichgültig, ob man ſich den ſtrahlenden Punct als einen unendlich kleinen Körper, wie etwa ein körperliches Element einer Lichtflamme wäre, oder als eine unendlich kleine leuchtende übrigens aber undurchſichtige Ebene vorſtellen will: allemahl aber muß man annehmen, jeder phyſiſche Lichtſtrahl, oder alles Licht, was von dem leuchtenden Element in einerley gradlinichten Richtung ausfließt, erſtrecke ſich durch einem gradlinichten priſmatiſchen oder cylindriſchen Raum, deſſen Querſchnitte unendlich kleine Ebenen,

nicht

nicht bloß geometriſche Puncte ſind. Wenn der ſtrahlende Punct für ſich leuchtend iſt, ſo ſchreibt man ihm einen gewiſſen Glanz zu: und wenn von demjenigen Licht, was derſelbe nach allen Seiten umher ſtrahlet, ein Theil auf eine ſonſt für ſich dunkle Fläche fällt; ſo ſagt man, der Punct erleuchte die Fläche.

2. §.

Um den leuchtenden Punct L als um einen Mittelpunct ſtelle man ſich eine Kugelfläche ABEF vor, ſo treffen alle von L ausgehende Strahlen dieſe Kugelfläche ſenkrecht. **Will man nun** *L* **als ein körperliches Element einer durchſichtigen Flamme betrachten**, ſo iſt es gleichgültig, unter welcher Figur man ſich daſſelbe vorſtellen will. Wäre es eine unendlich kleine leuchtende Kugel, ſo würden alle davon ausgehende phyſiſche Lichtſtrahlen in ſo fern einen gleichen unendlich kleinen Raum einnehmen, in wie fern die ſenkrechten Querſchnitte aller Strahlen gleich groß ſeyn würden. Verbindet man damit noch die Vorausſetzung, **daß alle Strahlen aus einer Lichtmaſſe von durchgängig gleicher Dichtigkeit beſtehen**, ſo folgt daraus, daß auf alle Stellen A, B, E, F, wo ein phyſiſcher Lichtſtrahl die um L angenommene Kugelfläche trift, gleichviel Licht falle. Weil das Element, ſo wie die ganze Flamme, durchſichtig angenommen wird, ſo würde dieſe Folge noch ſtehen bleiben, wenn man gleich eine andre als die Kugelgeſtalt des Elements vorausſetzte: doch müſte man eine vollkommene Durchſichtigkeit der Flamme annehmen. Wofern endlich die phyſiſchen Lichtſtrahlen um L auch ſo gleichförmig vertheilt ſind,

48 Fig.

daß

daß auf gleich groſſe Stücke der Kugelfläche gleichviele Lichtſtrahlen fallen, die vermöge der erſten Vorausſetzung alle einerley für ſich eigene Dichtigkeit haben; ſo iſt über gleiche Stücke dieſer Kugelfläche gleichviele Lichtmaſſe verbreitet, und die ganze Kugelfläche iſt gleichförmig erleuchtet.

3. §.

Wenn dagegen *Ll* eine unendlich kleine leuchtende Ebene iſt, ſo ſind die ſenkrechten Querſchnitte der von L*l* ausgehenden Strahlen nicht alle gleich groß: vielmehr werden dieſe Querſchnitte deſto kleiner, je kleiner der Ausflußwinkel *l*LS wird, unter welchen der Strahl gegen die leuchtende Ebene geneigt iſt. Man ſtelle ſich die unendlich kleine Ebene L*l* nach allen Seiten erweitert vor, ſo wird dadurch jede um L als den Mittelpunct beſchriebene Kugelfläche in zwo Halbkugelflächen, wie OQW, OGW, getheilt. Iſt nun die unendlich kleine Ebene L*l* undurchſichtig, und nur auf einer Seite gegen die Halbkugelfläche OQW leuchtend, wie wenn es ein Element der Oberfläche eines für ſich leuchtenden dabey aber undurchſichtigen Körpers wäre; ſo kann das davon ausgehende Licht ſich nur im Raum der Halbkugel OQW ausbreiten. Soll ferner die erſte der vorhin angenommenen Vorausſetzungen ſtehen bleiben, daß alle Strahlen, die ein ſolches Element ausſendet, aus einer Lichtmaſſe von durchgängig gleicher Dichtigkeit beſtehen; ſo kann nicht auf alle Stellen O, K, Q, S, wo dieſe Strahlen die um L angenommene Kugelfläche treffen, gleichviel Licht fallen. Denn jeder dieſer Strahlen, wie LS führt der Stelle S der Kugelfläche,

che, die er trift, deſto weniger Lichtmaſſe zu, je kleiner der Ausflußwinkel *l*LS iſt. Wenn uͤberdem die zweyte Vorausſetzung von der gleichfoͤrmigen Vertheilung der Strahlen nach allen Seiten damit verbunden wird, ſo erhellet, daß uͤber gleiche Stuͤcke der Kugelflaͤche nicht gleichviele Lichtmaſſe vertheilt bleibe, mithin die Halbkugelflaͤche OQW nicht gleichfoͤrmig erleuchtet ſey.

4. §.

Das Verhaͤltniß des Glanzes zweyer Elemente *L*, *l*, durchſichtiger leuchtender Maſſen, die wie Lichtflammen nach allen Seiten das davon ausgehende Licht gleichfoͤrmig umher ſtrahlen, iſt einerley mit dem Verhaͤltniß der eigenen Dichtigkeit des Lichts, welches ſie ausſenden.

Bey gleicher Groͤſſe ungleich ſtark glaͤnzender Elemente, iſt die von ihnen durch gleiche coniſche oder pyramidenfoͤrmige Raͤume ausgehende Lichtmenge ihrem Glanz, oder der eigenen Dichtigkeit des von ihnen ausgehenden Lichts proportional: bey gleichem Glanz ungleich groſſer Elemente aber verhaͤlt ſich dieſe Lichtmenge in gleichen eckenfoͤrmigen Raͤumen, wie die Groͤſſe der Elemente.

Demnach iſt das Verhaͤltniß der Lichtmengen, die ungleich groſſe und ungleich ſtark glaͤnzende Elemente durch gleiche coniſche Raͤume verbreiten, aus den Verhaͤltniſſen des Glanzes und der Groͤſſe der Elemente zuſammengeſetzt.

Setzt man eine vollkommene Durchſichtigkeit der Flamme voraus; ſo ſcheint es keinem Zweifel unter-

worfen

worfen zu ſeyn, daß in dieſen Sätzen nicht die körperliche Gröſſe der Elemente ſolcher Lichtflammen verſtanden werden müſſe. Wäre dagegen die Flamme undurchſichtig und ihre äuſſere Fläche nur glänzend; ſo könnten hier nur Elemente der äuſſern Fläche verſtanden werden. Alsdenn aber dürfte die völlig gleichförmige Ausbreitung des Lichts nach allen Seiten nicht wohl damit beſtehen können, (3. §.) da doch der Erfahrung gemäß Lichtflammen ſehr gleichförmig das Licht nach allen Seiten umherſtrahlen. Auch leidet es keinen Zweifel, daß eine ſolche Lichtflamme nicht durchſichtig ſey: denn man ſiehet den Docht einer brennenden Kerze ſehr deutlich, welchen die Flamme doch von allen Seiten umgiebt: wiewohl man freylich auch keine vollkommene Durchſichtigkeit der Flamme vorausſetzen kann.

5. §.

48 **Das leuchtende Element L deſſen Gröſſe**
49 **$= E^3$ und deſſen Glanz $= S$ iſt, verbreitet**
Fig. **durch die körperliche Ecke ALB die Lichtmaſſe $= L$; ein andres leuchtendes Element l, deſſen Gröſſe $= e^3$, und deſſen Glanz $= s$ iſt, verbreitet im Raum der Ecke *ale* die Lichtmaſſe l: man ſoll das Verhältniß $L : l$ finden.**

Aufl. Man nehme die Ecke ALE $=$ *ale* an, und ſetze die Lichtmaſſe $= \lambda$, die das Element L durch den Raum dieſer Ecke ALE verbreitet: ſo iſt $L : \lambda = ALB : ALE$, oder $L : \lambda = ABL : ale$, weil der Vorausſetzung gemäß (2. §.) einerley Element das Licht nach allen Seiten gleichförmig umher ſtrahlet, und ALE $=$ *ale* iſt. Ferner iſt $\lambda : l = E^3 . S : e^3 . s$; (4. §.)

(4. §.) alſo $L : l = E^3 . S . ALB : e^3 . s . ale$.
Ueberdem hat man $ALB : alb = \frac{AB}{AL^2} : \frac{ae}{al^2}$, (19. §.
Opt.) alſo $L : l = \frac{E^3 . S . AB}{AL^2} : \frac{e^3 . s . ae}{al^2}$.

6. §.

Wenn l diejenige Lichtmaſſe iſt, welche das leuchtende Element l nach allen Seiten umherſtrahlet; ſo hat man $ae = 4\pi . al^2$: mithin

$L = \frac{E^3 . S . AB}{4\pi . e^3 . s . AL^2} . l$. Man nehme diejenige Lichtmaſſe $= 1$ an, um damit jede andre Lichtmenge zu vergleichen, welche ein leuchtender Körper, wie eine durchſichtige Lichtflamme, deſſen Glanz s man $= 1$ geſetzt hat, wenn ſeine Gröſſe $e^3 = 1$ wäre, nach allen Seiten umher ſtrahlen würde; ſo muß in der gefundenen Formul $l = 1$ ſeyn, wenn $s = 1$, und $e^3 = 1$ iſt, und man hat

$L = \frac{E^3 . S . AB}{4\pi . AL^2}$.

7. §.

Diejenige Lichtmenge ſey $= \Lambda$, welche ein leuchtender Körper, deſſen Gröſſe $= E^3$, und deſſen Glanz $= S$ iſt, nach allen Seiten umherſtrahlet, ſo hat man $\Lambda = E^3 . S$, und das giebt $S = \frac{\Lambda}{E^3}$. Wäre die Gröſſe eines andern eben ſo ſtarck glänzenden Körpers $= 1$, und diejenige Lichtmenge $= \lambda$, die derſelbe nach allen Seiten umher ausbreitet; ſo hätte

man $\Lambda : \lambda = E^3 : 1$, (4. §.) alſo $\lambda = \frac{\Lambda}{E^3}$, mithin auch $\lambda = S$. Für den Glanz eines leuchtenden Elements, oder die eigene Dichtigkeit des Lichts, welches daſſelbe nach allen Seiten umher ſtrahlet, hat man demnach ein beſtimmtes Maaß, wenn man diejenige Lichtmenge dafür annimmt, welche eine eben ſo ſtark glänzende Flamme nach allen Seiten umherſtrahlen würde, wenn ihre Gröſſe = 1 wäre.

8. §.

48 Fig. Ein Paar Stücke AB, GH, zwiſchen den Gränzen einer und eben derſelben Ecke, von ſolchen Kugelflächen, die zu verſchiedenen Halbmeſſern gehören, fangen gleichviel Licht auf, obgleich die Fläche GH > AB iſt, wenn GH zum gröſſern Halbmeſſer gehört. Jedes dieſer Kugelſtücke iſt zwar für ſich gleichförmig erleuchtet: weil man aber die erleuchtete Fläche, in wiefern ſich das Licht darüber gleichförmig vertheilt, als den Raum betrachten muß, durch welchen das Licht verbreitet iſt; ſo erhellet, daß über AB das Licht dichter beyſammen ſey, als über GH, weil AB < GH iſt, mithin einerley Lichtmaſſe über AB in einem kleinern Raum, über GH aber in einem gröſſern Raum gleichförmig vertheilt ſey.

Von dieſer Dichtigkeit des über einer Fläche gleichförmig verbreiteten Lichts hat man einen beſtimmten Begriff, wenn man weiß, wie viel Licht über ein ſolches Stück der Fläche verbreitet iſt, das man = 1 geſetzt hat: demnach wird die Dichtigkeit des Lichts, in wiefern es eine Fläche gleichförmig erleuchtet, aus der Gröſſe der Fläche und der darüber vertheilten Lichtmenge eben ſo gefunden, wie man

ſonſt die Dichtigkeit einer durch ihren Raum gleichförmig vertheilten Maſſe findet, wenn die Menge der Maſſe, und die Gröſſe des Raums gegeben ſind. Der Quadratinhalt der Fläche ſey $= Q$, die Menge des darüber gleichförmig vertheilten Lichts $= L$, die Dichtigkeit des Lichts $= D$, ſo iſt $D = \frac{L}{Q}$, und $L = Q \cdot D$.

9. §.

Wenn ein leuchtendes Element, deſſen Gröſſe $= E^3$, und deſſen Glanz $= S$ iſt, auf das Stück AB der Kugelfläche ABEF die Lichtmenge L wirft; ſo iſt $L = \frac{E^3 \cdot S \cdot AB}{4\pi\, AL^2}$, (6. §.) mithin die Dichtigkeit des über AB verbreiteten Lichts $D = \frac{E^3 \cdot S}{4\pi\, AL^2}$. Vergleicht man Lichtmengen, die von gleich groſſen Puncten ausgehen ſo verhält ſich L wie $\frac{S \cdot AB}{LA^2}$, und D wie $\frac{S}{AL^2}$.

10. §.

Ein leuchtendes Element *L*, deſſen Gröſſe $= E^3$ angenommen iſt, wirft ſein Licht auf eine Ebene *CD*: man ſoll die Menge und Dichtigkeit des Lichts finden, das ein Element dieſer Ebene an einer gegebenen Stelle auffängt. 48 Fig.

Aufl. Es ſey LE auf der Ebene CD ſenkrecht, und mit dem Halbmeſſer LE ſey eine Kugelfläche beſchrie-

ſchrieben, ſo wird ſie die Ebene in E berühren, und das Element Ee der Ebene CD kann zugleich als ein Element der Kugelfläche betrachtet werden: mithin iſt die Lichtmenge, welche das Element Ee auffängt, $= \frac{E^3 . Ee . S}{4\pi . LE^2}$, und die Dichtigkeit des darüber verbreiteten Lichts $= \frac{E^3 . S}{4\pi LE^2}$. Ferner ſey Pp ein anderes Element der Ebene CD, und durch P ſey eine neue Ebene auf LP ſenkrecht geſetzt, wovon das Element $P\pi$ zwiſchen der die Ecke PLp umgebenden Gränze liegt: ſo kann Pp nur ſoviel Licht auffangen, als $P\pi$ auffangen würde, und $P\pi$ kann als ein Element einer mit dem Halbmeſſer LP beſchriebenen Kugelfläche angeſehen werden. Demnach iſt die Lichtmenge, welche Pp auffängt, $= \frac{E^3 . P\pi . S}{4\pi LP^2}$.

Weil nun Ee, Pp, nur als Elemente der Ebene CD betrachtet werden, ſo ſind alle Strahlen die ein ſolches Element auffängt unter ſich parallel, ſie treffen das Element unter einerley **Einfallswinkel** wie LPC, und die auf das Element Pp fallende Lichtmenge iſt darüber gleichförmig vertheilt: mithin findet man die Dichtigkeit des über Pp verbreiteten Lichts $D = \frac{E^3 . P\pi . S}{4\pi . Pp . LP^2}$. (8. §.) Alle auf Pp fallende Strahlen ſind überdem in dem Raum eines ſchiefen Priſma enthalten, für deſſen Grundfläche man Pp annehmen kann, und $P\pi$ iſt ein auf den Seitenlinien dieſes Priſma ſenkrechter Schnitt. Demnach hat man $Pp : P\pi = \sin . \text{tot} : \sin LPC$, (305. §. Geom.)

Geom.) und das giebt $D = \frac{E^3 . S . \sin LPC}{4\pi . LP^2}$: mithin die auffallende Lichtmenge $L = \frac{E^3 . Pp . S . \sin LPC}{4\pi . LP^2}$.

11. §.

Je mehr Licht auf einerley Fläche gleichförmig vertheilt iſt, deſto ſtärker iſt die Fläche erleuchtet, und man hat einen beſtimmten Begriff von der Gröſſe der Erleuchtung, welche auf eine gleichförmig erleuchtete Fläche fällt, wenn man weiß, wie groß die Lichtmenge ſey, die über ein Stück der Fläche, das man $= 1^2$ geſetzt hat, verbreitet iſt, oder bey eben der Erleuchtung über einer Fläche von der Gröſſe $= 1^2$ verbreitet ſeyn würde. Die ganze Fläche ſey $= Q$, die darüber gleichförmig vertheilte Lichtmenge $= L$, und diejenige Lichtmenge $= \lambda$, die bey eben der Erleuchtung über einer Fläche, deren Gröſſe $= 1^2$ iſt verbreitet ſeyn würde; ſo iſt $Q : 1^2 = L : \lambda$, alſo $\lambda = \frac{L}{Q}$. Demnach hat man für die Gröſſe der Erleuchtung einer Fläche, und für die Dichtigkeit des darüber verbreiteten Lichts, einerley Maaß.

Wenn ein leuchtendes Element L, deſſen Glanz $= S$ und Gröſſe $= E^3$ iſt, eine in P, befindliche unendlich kleine Ebene Pp erleuchtet, ſo iſt die Gröſſe der Erleuchtung welche Pp empfängt, 48 Fig.

$= \frac{E^3 . S . \sin LPC}{4\pi LP^2}$, und die auffallende Lichtmen-

ge wird gefunden, wenn man die Gröſſe der Erleuchtung, mit dem Quadratinhalt der erleuchteten Fläche multipliciret. Wenn die unendlich kleine Ebene in eben der Entfernung LP das Licht ſenkrecht auffienge, ſo wäre die ſenkrechte Erleuchtung $= \frac{E^3 . S}{4\pi . LP^2}$, und dieſe verhält ſich, wenn alles übrige einerley iſt, zur ſchiefen Erleuchtung, wie der ganze Sinus zum Sinus des Einfallswinkels.

12. §.

Wenn die Flamme einer angezündeten Kerze oder Lampe ihr Licht umher ſtrahlet, ſo gelten die bewieſenen Sätze nur für jeden einzelnen Punct oder eigentlich für jedes einzelne körperliche Element der Flamme: und wenn man die von ihr herrührende Erleuchtung einer Fläche ſuchen wollte, ſo müſte man für jeden Punct, oder für jedes Element der Flamme die Rechnung beſonders anſtellen. Die Summe der Erleuchtungen, welche von allen Elementen zuſammen herrühren, wäre alsdenn die geſuchte Erleuchtung. Für jedes Element der erleuchteten Ebene würde jeder Punct der Lichtflamme einen andern Abſtand, und die von demſelben ausgehenden Strahlen einen andern Einfallswinkel haben. Weil indeſſen die Lichtflamme nie ſonderlich groß iſt, ſo kann man ſie ſelbſt als einen phyſiſchen Punct betrachten; oder, welches einerley iſt, man kann die Rechnung ſo anſtellen, als wenn alle Elemente der Flamme etwa in ihrer Mitte in einem einzigen Punct beyſammen wären. Dies heiſt annehmen, daß alle Elemente der Flamme von einerley Element der er-

leuch-

leuchteten Fläche gleich weit entfernt ſind, und die von jedem Element der Flamme auf einerley Element der erleuchteten Fläche fallenden Strahlen gegen daſſelbe unter einerley Einfallswinkel geneigt ſind. Beydes kommt der Wahrheit deſto näher, je kleiner die Flamme ſelbſt, und je weiter ſie von der erleuchteten Fläche entfernt iſt. Wenn man hiebey annimmt, daß eine ſolche Flamme ihr Licht nach allen Seiten gleichförmig umher ſtrahle, ſo hat ſolches ſeinen Grund in der Durchſichtigkeit der Flamme, weßwegen auch die innern Theile durchſcheinen, und ſolchergeſtalt die umher ſtrahlende Lichtmenge vermehren können.

13. §.

Wenn das Element *Ll* eine unendlich kleine undurchſichtige nur auf einer Seite leuchtende Ebene iſt; ſo verhält ſich die Lichtmenge, welche vermittelſt des ſenkrechten Strahls *LlqQ* davon ausgehet, zur Lichtmenge, die vermittelſt eines andern gegen die Ebene geneigten Strahls *LlsS* davon ausgehet, wie der ganze Sinus zum Sinus des Ausflußwinkels. 48 Fig.

Beweis. Alles Licht, was von L*l* in einerley gradlinichten Richtung ausgehet, iſt innerhalb der Gränzen einer priſmatiſchen Fläche L*l*S*s* enthalten, und zwiſchen eben dieſen Gränzen liegt das unendlich kleine Stück S*s* der das Element L*l* umgebenden Kugelfläche. Durch *l* ſey eine Ebene gelegt, die auf LS ſenkrecht iſt, und *l*λ ſey der ſenkrechte Schnitt des phyſiſchen Lichtſtrahls L*ls*S. Wenn alsdenn zwiſchen der Gränze des ſenkrechten Strahls das Element Q*q* der Kugelfläche liegt; ſo iſt $Qq = Ll$, $Ss = l\lambda$, und

$Ll : l\lambda = \text{ſin. tot} : \text{ſin}\ lLS$ (305. §. Geom.) Weil nun die Dichtigkeit des Lichts für alle Strahlen gleich groß angenommen wird, ſo iſt das Verhältniß der Lichtmengen, die vermittelſt des ſenkrechten, und unter dem Winkel lLS ausgehenden Strahls der Kugelfläche zugeführet werden, $= Qq : Ss = Ll : l\lambda = 1 : \text{ſin}\ lLS$.

14. §.

48 Fig. Die geſammte Lichtmenge, welche die unendlich kleine leuchtende Ebene Ll in dem Raum der Halbkugel OQW nach allen Seiten verbreitet, verhält ſich zur Lichtmenge, die auf ein ſolches Segment KQS der Halbkugel fällt, deſſen Grundfläche mit der Ebene Ll parallel iſt, wie der gröſte Kreis der Kugel zur Grundfläche des Segments KQS.

Beweis. Es ſey $QR = \omega^2$ dasjenige Element der erleuchteten Halbkugelfläche in ihrem Pol, worauf das Licht ſenkrecht fällt, und die darauf fallende Lichtmenge ſey $= \lambda$ die geſammte Lichtmenge aber, welche Ll nach allen Seiten umher ſtrahlet, ſey $= \Lambda$. Ferner ſey in S ein andres eben ſo groſſes Element der Halbkugelfläche befindlich, welches vom Pol Q um den Bogen QS entfernt iſt, wozu am Mittelpunct der Winkel $QLS = \alpha$ gehört, und auf daſſelbe falle die Lichtmenge l: ſo iſt $l = \lambda . \text{ſin}\ lLS$ (13. §.) $= \lambda \cos \alpha$. Man ſetze den Halbmeſſer $LQ = r$, ſo iſt die Halbkugelfläche $= 2\pi r^2$. Wenn nun die Halbkugelfläche gleichförmig und überall eben ſo ſtark als das Element QR erleuchtet wäre; ſo hätte man $\omega^2 : 2\pi r^2 = \lambda : \Lambda$, und $\Lambda = \frac{2\pi r^2 . \lambda}{\omega^2}$. Weil aber

auf gleiche Elemente der Kugelfläche immer weniger Licht fällt, je weiter ſie vom Pol entfernt ſind; ſo iſt $\Lambda < \frac{2\,\pi r^2 \,.\, \lambda}{\omega^2}$. Demnach ſetze man

$\Lambda = \frac{2\,n\,\pi r^2 \,.\, \lambda}{\omega^2}$, ſo iſt n ein ächter Bruch, und

man hat $\lambda = \frac{\omega^2 \,.\, \Lambda}{2\,n\,\pi r^2}$, alſo $l = \frac{\omega^2 \,.\, \Lambda \cos \alpha}{2\,n\,\pi r^2}$.

Der Quadrant WQ welcher zum Halbkreiſe OQW, als dem Schnitt der Halbkugel durch die Axe LQ gehört, ſey von W nach Q in gleich groſſe und dabey ſehr kleine Bogen getheilt, wovon ST einen vorſtellet; durch jeden Theilungspunct S, T, ſey die Ebene eines zur Axe LQ gehörigen Parallelkreiſes gelegt, und dadurch die Halbkugelfläche in Zonen getheilt, deren Höhen ſehr klein ſind. Auf dem durch S geführten Parallelkreiſe nehme man $SZ = \frac{\omega^2}{ST}$, ſo ſtellt das ſehr kleine Viereck zwiſchen den Seitenlinien ST, SZ, ein gradlinichtes Rechteck vor, weil die Bogen ST, SZ, ſo klein angenommen werden, daß ihre Krümme noch nicht merklich iſt, und man hat $\omega^2 = ST \times SZ$, mithin $l = \frac{ST \,.\, SZ \,.\, \Lambda \cos \alpha}{2\,n\,\pi r^2}$. Wenn nun SY auf TV ſenkrecht iſt; ſo iſt SY die Höhe der Zone zwiſchen den Parallelkreiſen durch S und T, dieſe ganze Zone iſt gleichförmig erleuchtet, und ihre Fläche iſt $= \pi \,.\, ST \,.\, (\tfrac{1}{2} KS + \tfrac{1}{2} VT)$ (386 §. Geom.) Hier aber ſind KS und VT nicht merklich verſchieden, alſo iſt eben die Fläche $= \pi \,.\, ST \,.\, KS = 2\pi \,.\, ST \,.\, r \sin \alpha$. Bey gleichförmiger Erleuchtung ſind die

Lichtmengen, welche verſchiedene Flächen auffangen, den Flächen ſelbſt proportional; mithin fällt auf die Zone zwiſchen KS und TV die Lichtmenge

$$\frac{2\pi . ST . r \sin\alpha}{ST . SZ} . l = \frac{ST . \Lambda . \sin\alpha \cos\alpha}{nr}.$$

Weil nun der Winkel $OLS = LSY = \alpha$ iſt, ſo hat man $TSY = 90° - \alpha$, und $ST \cos\alpha = TY$. Das giebt die gefundene Lichtmenge $= \frac{TY . \Lambda \sin\alpha}{nr} =$

$$\frac{2\pi . TY . r \sin\alpha}{2n\pi r^2} . \Lambda = \frac{2\pi . XY . TY}{2n\pi r^2} . \Lambda.$$

Der Zähler dieſes Bruchs giebt die Fläche des Ringes zwiſchen den mit den Halbmeſſer XY und XT aus dem Mittelpunct X beſchriebenen Kreiſen, und man kann dieſen Ring als die Grundfläche der Zone betrachten: mithin hat man die Lichtmenge, welche auf jede von den Zonen fällt, die zum Segment VQT gehören, wenn man die Lichtmenge Λ mit einem Bruch multipliciret, deſſen Zähler die zu dieſer Zone gehörige ringförmige Grundfläche, und deſſen Nenner die unveränderliche Gröſſe $2n\pi r^2$ iſt. Die Lichtmenge, welche auf das ganze Segment VQT fällt, iſt die Summe der Lichtmengen, welche alle dazu gehörige Zonen auffangen, und die Brüche, welche dieſe Lichtmengen ausdrücken, haben alle einerley Nenner: alſo darf man nur ihre Zähler ſummiren, um die ganze auf das Segment VQT fallende Lichtmenge zu finden. Die Summe aller Zähler iſt die Summe aller ringförmigen Grundflächen der Zonen, worin das Segment VQT eingetheilt iſt, dieſe zuſammen machen den Kreis VT als die Grund-

fläche des Segments VQT aus, und dieſes Kreiſes Fläche iſt $= \pi r^2 \sin\alpha^2$. Wenn demnach die auf dieſes Segment fallende Lichtmenge = L geſetzt wird, ſo erhält man $L = \frac{\pi r^2 \sin\alpha^2}{2 n \pi r^2} . \Lambda = \frac{\Lambda \sin\alpha^2}{2n}$.

Eben dieſer Ausdruck muß die geſammte Lichtmenge Λ geben, welche die Halbkugel OQW empfängt, wenn man $\alpha = 90°$ ſetzt, mithin muß $L = \Lambda$ ſeyn, wenn $\sin\alpha = 1$ iſt. Das giebt $\Lambda = \frac{\Lambda}{2n}$, alſo $2n = 1$, und $n = \frac{1}{2}$, mithin $L = \Lambda \sin\alpha^2$, und man erhält die Proportion $\Lambda : L = 1 : \sin\alpha^2 = r^2 : r^2 \sin\alpha^2 =$ Kreis OW : Kreiſe VT.

15. §.

Das Licht, was eine Lichtflamme oder auch die glänzende Oberfläche eines ſonſt für ſich leuchtenden Körpers einer für ſich dunklen Fläche zuſchickt, erleuchtet die Fläche; das heißt: es iſt die Urſache, welche macht, daß die Fläche ſichtbar, hell wird. So verſtanden beziehet ſich das Wort: erleuchten, auf die Flamme, oder die glänzende Fläche, wovon das Licht herkommt. Der erleuchteten Fläche ſchreibt man eine gewiſſe Helligkeit oder Klarheit zu, welche als die Wirkung der darauf fallenden Erleuchtung anzuſehen iſt. Wäre alſo Ll eine unendlich kleine für 48
ſich dunkle, aber anderswoher erleuchtete Ebene, ſo Fig.
ſtrahlt wenigſtens ein Theil des auffallenden Lichts den im 3 §. angenommenen Geſetzen gemäß in gradlinichten Richtungen nach allen Seiten völlig eben ſo zurück, wie ſich das Licht in gradlinichten phyſiſchen Strahlen verbreiten würde, wenn Ll für ſich leuchtend wäre. Dieſe ſo zurück gehenden Lichtſtrahlen haben

haben alle einerley eigene Dichtigkeit, und ihre Ausbreitung iſt zwar in ſoweit gleichförmig, daß auf gleiche Elemente der Halbkugelfläche OQW gleichviele Lichtſtrahlen fallen: nur führen nicht alle Strahlen den Stellen der Halbkugelfläche, die ſie treffen, gleichviele Lichtmaſſe zu, ſondern die Ausbreitung des Lichts richtet ſich ebenfalls nach den im 13 ten und 14 ten §. feſtgeſetzten Geſetzen.

16. §.

Wenn das Element L*l* für ſich leuchtend iſt, ſo iſt die eigene Dichtigkeit des davon ausgehenden Lichts **das Maaß des Glanzes:** wenn demnach L*l* mit fremden Licht erleuchtet iſt, ſo iſt die eigene Dichtigkeit des nach allen Seiten umher zurück gehenden Lichts **das Maaß der Klarheit** der Ebene *Ll*. So läßt ſich die **Klarheit** der erleuchteten Fläche als **ein entlehnter Glanz** betrachten. Für zwey verſchiedene leuchtende Elemente iſt **das Verhältniß der eigenen Dichtigkeiten der davon ausgehenden Strahlen zugleich das Verhältniß des Glanzes der Elemente,** es mag eigener oder entlehnter Glanz ſeyn.

Nach dieſen Geſetzen ſtrahlt wenigſtens ein Theil des auffallenden Lichts allemahl von der Oberfläche eines dunklen Körpers zurück: und wenn gleich Spiegelflächen einen groſſen Theil des auffallenden Lichts nach andern Geſetzen zurück werfen, ſo ſtrahlt doch der übrige Theil ebenfalls nach den hier angenommenen Geſetzen umher. Hier ſetze ich die Spiegelflächen noch beyſeite, und verſtehe allemahl die Fläche einer unpolirten Maſſe, wenn von einer dunklen Fläche die Rede iſt, die das auffallende Licht wenigſtens zum Theil wieder nach allen Seiten umher ſtrahlet.

17. §.

17. §.

Sind zwey leuchtende Elemente gleich groß, ſo iſt das Verhältniß der eigenen Dichtigkeiten der von jedem Element für ſich ausgehenden Lichtſtrahlen zugleich das Verhältniß der Lichtmaſſen, die jedes Element für ſich in dem Raum einer Halbkugel ausbreitet. Wenn nemlich die von L*l* ausgehenden Lichtſtrahlen *n*mahl dichter würden, ſo iſt für ſich klar, daß die in dem ganzen Raum der Halbkugel umher ſtrahlende Lichtmaſſe *n*mahl gröſſer würde. Wenn dagegen ungleich groſſe Elemente einen gleichen Glanz haben, ſo iſt das Verhältniß der Lichtmaſſen, die jedes Element für ſich in dem Raum einer Halbkugel umher ſtrahlet, einerley mit dem Verhältniß der Gröſſe der Elemente. Demnach iſt das Verhältniß der Lichtmaſſen, die ungleich groſſe Elemente bey ungleichem Glanz nach allen Seiten ausbreiten, zuſammen geſetzt, aus den Verhältniſſen des Glanzes und der Gröſſe der Elemente.

18. §.

Wenn gleich groſſe Element einer leuchtenden Fläche, die ihre beſtimmte Gröſſe hat, gleichviele Lichtmaſſe nach allen Seiten ausbreiten, ſo haben ſie alle einerley Glanz, oder die ganze Fläche hat einen gleichförmigen Glanz. Man ſetze den Quadratinhalt einer ſolchen Fläche $= Q$, die geſammte Lichtmaſſe, welche dieſe ganze Fläche nach allen Seiten ausbreitet, $= \Lambda$. Ferner ſey s diejenige Lichtmenge, welche eine in allen Elementen eben ſo ſtarck glänzende Fläche nach allen Seiten ausbreiten würde, wenn ihr Flächen-Inhalt $= 1$ wäre; ſo iſt $Q : 1 = \Lambda : s$,

alſo

alſo $s = \frac{\Lambda}{Q}$, und $\Lambda = s \,.\, Q$. Demnach iſt die Lichtmaſſe $s = \frac{\Lambda}{Q}$ das Maaß des Glanzes der Fläche. (17. §.)

48 Fig. Jede unendlich kleine leuchtende Ebene L*l* kann als gleichförmig glänzend angenommen werden. Wenn alſo Λ die Lichtmaſſe iſt, die ſie nach allen Seiten in den Raum einer Halbkugel ausbreitet, und *s* ihr Glanz in dem eben erklärten Verſtande; ſo hat man $s = \frac{\Lambda}{Ll}$, und $\Lambda = Ll \,.\, s$.

Was hier mit *s* bezeichnet iſt, heißt beym H. Bouguer (Traité d' Optique ſur la gradation de la lumiere Liv. I. Sect. I. Art. VIII.) intenſité de la lumiere, und was hier mit Λ bezeichnet iſt, quantité totale de la lumiere.

Diejenige Lichtmenge ſey = L, welche die ſehr kleine leuchtende Ebene L*l* auf das Kugelſegment MAN wirft, deſſen Axe LA auf L*l* ſenkrecht iſt: ſo hat man auch $L = s \,.\, Ll \,.\, (\sin ALM)^2$. (14 §.)

19. §.

50 Fig. Die unendlich kleine Ebene *Ll* wirft ihr Licht auf eine Ebene *DE*: man ſucht die Erleuchtung eines Elements, deſſen Stelle auf dieſer Ebene gegeben iſt.

Aufl. Es ſey LM auf DE ſenkrecht, und M*m* ein Element der Ebene DE, worauf das Licht ſenkrecht fällt. Ferner ſey mit dem Halbmeſſer LM um L diejenige Halbkugelfläche BAC beſchrieben, worin

das

das von Ll kommende Licht ſich ausbreitet, ſo iſt Mm zugleich ein Element dieſer Kugelfläche worauf den Schlüſſen des 14. §. gemäß die Lichtmenge

$l = \frac{Mm \,.\, \Lambda \cos \alpha}{2 n \pi r^2}$ fällt. Daſelbſt war α die Ergänzung des Ausflußwinkels zu 90° und $n = \frac{1}{2}$, mithin iſt hier $\cos \alpha = \sin CLM$, und $l =$

$\frac{Mm \,.\, \Lambda \,.\, \sin CLM}{\pi \,.\, LM^2}$. Ferner ſey indem vorhin erklärten Verſtande der Glanz der unendlich kleinen Ebene $= s$, ſo iſt $\Lambda = s \,.\, Ll$, (18. §.) alſo

$l = \frac{s \,.\, Mm \,.\, Ll \,.\, \sin CLM}{\pi \,.\, LM^2}$, und auf Mm fällt die

ſenkrechte Erleuchtung $= \frac{s \,.\, Ll \,.\, \sin CLM}{\pi \,.\, LM^2}$.

Für ein andres Element Pp, deſſen Entfernung von M durch MP gegeben iſt, hat man den Ausflußwinkel CLP. Wenn alsdenn mit dem Halbmeſſer LP um L eine Kugelfläche beſchrieben wird, wovon das Element $P\pi$ zwiſchen den Gränzen des Raums $LlPp$ liegt, worin die geſammte von Ll auf Pp fallende Lichtmaſſe enthalten iſt; ſo erhellet, daß Pp eben ſoviel Licht auffängt, als $P\pi$ auffangen würde. Demnach iſt die über Pp verbreitete Lichtmenge

$= \frac{s \,.\, P\pi \,.\, Ll \,.\, \sin CLP}{\pi \, LP^2}$, oder eben dieſe Lichtmenge

$= \frac{s \,.\, Ll \,.\, Pp \sin LPD \,.\, \sin CLP}{\pi \,.\, LP^2}$, weil $P\pi = Pp$ $\sin LPD$ gefunden wird: (305. §. Geom.) mithin

iſt

iſt die auf Pp fallende Erleuchtung

$$= \frac{s \,.\, Ll \,.\, \sin LPD \sin CLP}{\pi \,.\, LP^2}.$$

20. §.

50 Fig. Die ſcheinbare Gröſſe des leuchtenden Elements Ll aus M geſehen iſt $= \frac{l\lambda}{LM^2} = \frac{Ll \,.\, \sin CLM}{LM^2}$, (21. §. Opt.) alſo iſt die ſenkrechte Erleuchtung dem Product dieſer ſcheinbaren Gröſſe in den Glanz des leuchtenden Elements proportional. In dem Fall, wenn das erleuchtete Element wie Pp das Licht ſchief auffängt, muß das erwehnte Product noch mit dem Sinus des Einfallswinkels multiplicirt werden.

Dieſemnach iſt bey einerley Glanz, einerley Einfallswinkel, und einerley ſcheinbaren Gröſſe des leuchtenden Elements, aus der Stelle des erleuchteten Elements geſehen, die Erleuchtung einerley: mithin auch die Lichtmenge, wenn die Gröſſe des erleuchteten Elements einerley iſt.

Die ſcheinbare Gröſſe des erleuchteten Elements Pp aus L geſehen iſt $= \frac{P\pi}{LP^2} = \frac{Pp \sin LPD}{LP^2}$; (21. §. Opt.) alſo iſt die auf Pp fallende Lichtmenge dem Product dieſer ſcheinbaren Gröſſe des erleuchteten aus der Stelle des leuchtenden Elements geſehen, in den Sinus des Ausflußwinkels, den Flächen Inhalt und Glanz des leuchtenden Elements proportional. Bey einerley ſcheinbaren Gröſſe des erleuchteten Elements aus der Stelle des leuchtenden Elements geſehen, und einer-

einerley Ausflußwinkel, iſt alſo die auffallende Lichtmenge einerley, wenn auch die Gröſſe des leuchtenden Elements nebſt dem Glanz deſſelben einerley iſt.

21. §.

Von zwoen unendlich kleinen gleich ſtark glänzenden Ebenen *Ll*, *Pp*, ſchickt jede der andern einerley Lichtmenge zu, es mag die eine oder die andere als leuchtend angenommen werden. 50 Fig.

Beweis. In beyden Fällen, es mag L*l* oder P*p* die leuchtende Fläche ſeyn, wirft eine Fläche auf die andere die Lichtmenge $= \frac{s \,.\, Ll \,.\, \sin CLP \,.\, Pp \,.\, \sin LPD}{\pi \,.\, LP^2}$, weil ſich nur die Einfalls- und Ausflußwinkel verwechſeln. Demnach iſt die Lichtmenge, welche eine Ebene der andern zuſchickt, in beyden Fällen einerley.

In dem beſondern Fall, wenn beyde unendlich kleine Ebenen gleich groß ſind, iſt auch die Erleuchtung einerley, es mag die eine oder die andere Ebene die leuchtende ſeyn: widrigenfalls verhält ſich die Erleuchtung, wie die erleuchtende Fläche.

22. §.

Wenn eine in allen ihren Elementen gleich ſtark glänzende ebene oder krumme Fläche *AGB* von endlicher Gröſſe die unendlich kleine Ebene *Mm* erleuchtet; ſo iſt die Erleuchtung, welche *Mm* empfängt, eben ſo groß, als ſie ſeyn würde, wenn zwiſchen den Gränzen des auffallenden Strahlenkegels *AMB* eine andre eben ſo ſtark glänzende Fläche 51 Fig.

 HOK

HOK befindlich wäre, die ihr Licht nach *Mm* ſchickte.

Beweis. Es ſey L*l* ein Element der leuchtenden Fläche AGB, ſo iſt zwiſchen den Gränzen der auf M*m* fallenden Strahlenpyramide LM*l* ein Element Q*q* der Fläche HOK enthalten, und beyde Elemente L*l*, Q*q*, haben einerley ſcheinbare Gröſſe aus M geſehen: auch würde das Licht von Q*q* auf M*m* unter eben dem Winkel fallen, unter welchem es von L*l* auffällt. Mithin würde M*m* von Q*q* ſo ſtark erleuchtet ſeyn, als von L*l*, und von Q*q* eben ſo viel Licht als von L*l* empfangen. (20. §.) Wäre aber die ganze Fläche AGB in unendlich kleine Elemente, wie L*l* getheilt; ſo würden die von allen dieſen Elementen auf M*m* fallenden Strahlenpyramiden die Fläche HOK in eben ſoviele Elemente theilen: jedes Element in AGB würde mit dem dazu gehörigen Element in HOK einerley aus M geſehene ſcheinbare Gröſſe haben, der Einfallswinkel würde für jede zwey dergleichen zuſammen gehörige Elemente einerley ſeyn, und jedes Element in HOK würde eben ſoviel Licht, als das in AGB damit zuſammen gehörige nach M*m* werfen. Die Summe aller Elemente in HOK, oder die ganze Fläche HOK, würde alſo auf M*m* eben ſoviel Licht werfen, als die Summe aller Elementen der Fläche AGB, oder die ganze Fläche AGB ſelbſt auf M*m* wirft, und die Erleuchtung würde in beyden Fällen gleich groß ſeyn.

23. §.

51 Fig. **Wenn die unendlich kleine Ebene *Mm* leuchtend iſt, und ihr Licht auf eine Fläche *AGB* von willkührlicher Geſtalt und Gröſſe wirft;**

wirft; ſo fängt *AGB* eine eben ſo groſſe Lichtmenge auf, als jede andre Fläche *HOK* zwiſchen den Gränzen des von *Mm* auf *AGB* fallenden Lichtkegels auffangen würde.

Beweis. Es ſey nun L*l* ein Element der erleuchteten Fläche AGB, und zwiſchen den Gränzen der auffallenden Strahlenpyramide LM*l* ſey das Element Q*q* der Fläche HOK enthalten; ſo haben die Elemente L*l*, Q*q*, einerley ſcheinbare Gröſſe aus M geſehen, und für beyde iſt der Ausflußwinkel, mithin auch die auffallende Lichtmenge einerley. (21. §.) Man kann aber die ganze Fläche AGB in Elemente wie L*l* theilen, ſo wird durch die auffallenden Strahlenpyramiden die Fläche HOK in eben ſoviele Elemente getheilt. Für jedes Paar zuſammengehöriger Elemente iſt die ſcheinbare Gröſſe aus M geſehen und der Ausflußwinkel einerley, mithin auch die auffallende Lichtmenge: alſo muß die ganze Fläche HOK eine eben ſo groſſe Lichtmenge als AGB auffangen.

24. §.

Eine ſehr kleine leuchtende Ebene C*c*, worauf 53
AC ſenkrecht iſt, wirft alſo auf den Kreis LMNO, Fig.
auf deſſen Ebene AC ebenfalls im Mittelpunct A ſenkrecht ſteht, eben ſo viel Licht, als ſie auf das Segment einer mit dem Halbmeſſer CM = CN um C beſchriebenen Kugelfläche werfen würde, das zwiſchen der coniſchen Fläche MCN enthalten wäre. (23. §.) Dieſemnach ſey der Glanz der Ebene C*c* = *ſ*, die Lichtmenge, welche ſie auf den Kreis LMNO wirft, = L; ſo hat man $L = s . Cc . (\sin ACM)^2$, (14 §.) mithin auch

$$L = \frac{s \, . \, Cc \, . \, AM^2}{CM^2}.$$

25. §.

52 Fig. Jede leuchtende Fläche *AB* wirft auf jede andere Fläche *CD* ſoviel Licht, als umgekehrt leztere, wenn ſie leuchtend und eben ſo ſtark glänzend als *AB* wäre, auf *AB* werfen würde.

Beweis. Auf jedes Element M*m* von CD wirft AB ſoviel Licht, als umgekehrt M*m* auf AB werfen würde. Denn jedes Element L*l* der Fläche AB wirft auf M*m* ſoviel Licht, als M*m* bey einerley Glanz auf L*l* werfen würde: (22. §.) mithin müſſen alle Elemente L*l* zuſammen, welche die Ebene AB ausmachen, auf M*m* ſoviel Licht werfen, als M*m* über alle Elemente L*l* zuſammen verbreiten würde. Das heißt: M*m* empfängt von der ganzen Fläche AB ſoviel Licht, als umgekehrt M*m* der Fläche AB zuſchicken würde. Dieſemnach wirft auch AB auf alle Elemente M*m* zuſammen, welche die ganze Fläche CD ausmachen, ſoviel Licht, als dieſe Elemente zuſammen umgekehrt auf AB werfen würden: oder nur mit andern Worten: AB wirft auf CD ſoviel Licht, als umgekehrt CD auf AB werfen würde.

26. §.

50 Fig. Die Halbkugelfläche *BAC* iſt leuchtend, alle ihre Elemente haben einen gleich ſtarken Glanz, und ſie wirft ihr Licht auf das Element *Ll*, welches im Mittelpunct der Halbkugel auf ihrer Axe *LA* ſenkrecht iſt: man ſoll die Erleuchtung des Elements *Ll* finden, die es von jedem gegebenen Segment *MAN* der Halbkugelfläche empfängt, das zur Axe *AL* gehört.

Aufl.

Aufl. Das Segment MAN wirft ſoviel Licht auf das Element L*l*, als eben dies Element, wenn es eben ſo ſtark glänzte, auf MAN werfen würde. Man ſetze den Winkel ALM $= \alpha$, den Glanz der Fläche MAN $= s$, und nehme L*l* eben ſo ſtark glänzend an; ſo würde L*l* nach MAN die Lichtmenge $s \cdot Ll \cdot \sin\alpha^2$ ſenden. (18. §.) Demnach empfängt L*l* von dem Segment MAN ebenfalls die Lichtmenge $s \cdot Ll \cdot \sin\alpha^2$, und die auf L*l* fallende Erleuchtung iſt $= s \cdot \sin\alpha^2$.

Das s bezeichnet dem 18. §. gemäß diejenige Lichtmenge, welche eine in allen Elementen eben ſo ſtark als MAN glänzende Fläche nach allen Seiten ausbreiten würde, wenn ihr Flächeninhalt $= 1^2$ wäre. Was ferner hier die auf L*l* fallende Erleuchtung heißt, iſt die Lichtmenge, welche über einer gleichförmig und eben ſo ſtark als L*l* erleuchteten Fläche verbreitet ſeyn würde, wenn ihr Quadratinhalt $= 1$ wäre. Man ſetze dieſe Erleuchtung $= I$, ſo iſt $I = s \sin\alpha^2$, und um diejenige Erleuchtung zu haben, welche die ganze Halbkugelfläche BAC dem Element L*l* zuſenden würde, muß man $\alpha = 90°$, alſo $\sin\alpha = 1$ ſetzen. Für dieſen beſondern Fall ſey die Erleuchtung $= Y$, ſo hat man $Y = s$. Das will ſagen, das Element L*l* wird von der ganzen Halbkugelfläche BAC eben ſo ſtark erleuchtet, als eine Fläche $= 1^2$ erleuchtet ſeyn würde, wenn über derſelben alles Licht gleichförmig vertheilt wäre, was eine gleichförmig und eben ſo ſtark als die Halbkugel glänzende Fläche, deren Quadratinhalt $= 1^2$ iſt, nach allen Seiten ausbreitet. 50 Fig.

27. §.

51 Fig. Ein leuchtender Körper, der ſein Licht auf ein Element M*m* an einer gegebenen Stelle der Fläche RS wirft, mag eine Geſtalt haben, welche er wolle, ſo kann man doch allemahl M als die Spitze eines pyramiden- oder kegelförmigen Körpers betrachten, deſſen Seitenflächen, oder in M zuſammen laufende Seitenlinien den leuchtenden Körper um und um berühren. In dem innern Raum dieſes in M zugeſpitzten Körpers iſt alles Licht enthalten, was der leuchtende Körper dem Element M*m* zuſchickt, und zwiſchen den ihn umgebenden in M zuſammen laufenden Gränzen iſt das Stück der Oberfläche des leuchtenden Körpers enthalten, welches allein, mit Ausſchlieſſung des übrigen von M abgewandten Theils, Licht nach M ſchicken kann. Statt dieſer das Element M*m* erleuchtenden Fläche kann man allemahl eine zwiſchen den Gränzen deſſelben zugeſpitzten Raums enthaltene, aus dem Mittelpunct M mit dem Halbmeſſer = 1 beſchriebene Kugelfläche DFE mit der Fläche jenes leuchtenden Körpers gleich ſtark glänzend annehmen, und die von derſelben auf M*m* fallende Erleuchtung ſuchen: ſo iſt zugleich die Erleuchtung gefunden, die jener leuchtende Körper nach M*m* ſendet. (23. §.) Wofern alsdenn die Fläche, welche die Ecke an M umgiebt, eine grade Apollonianiſche Kegelfläche iſt, wie ſie allemahl ſeyn wird, wenn die ſcheinbare aus M*m* geſehene Gränze der leuchtenden Fläche AGB kreisförmig, und die Ebene dieſes Kreiſes auf der graden Linie durch ihren Mittelpunct und durch M ſenkrecht iſt; ſo iſt auch das Kugelſtück DFE von einem Kreiſe eingeſchloſſen, und es iſt ſelbſt ein ſolches Segment der Kugel, deſſen

Axe

Axe durch M als den dazugehörigen Mittelpunct geht, und mit der Axe des auffallenden Lichtkegels einerley iſt.

Wenn dieſe Axe das erleuchtete Element M*m* ſenkrecht trift, und der halbe ſcheinbare Durchmeſſer der aus M geſehen kreisförmig erſcheinenden leuchtenden Fläche $= \alpha$ geſetzt, ſo iſt die auf M*m* fallende Erleuchtung $= s \sin\alpha^2$. (26. §.) Dieſe Erleuchtung, welche eine unendlich kleine Ebene von einer kreisförmig ſcheinenden leuchtenden Fläche empfängt, wenn der Strahlenkegel grade iſt, und ſeine Axe das erleuchtete Element ſenkrecht trift, ſoll Kürze halber die von der kreisförmig ſcheinenden Fläche auf die unendlich kleine Ebene **ſenkrecht fallende Erleuchtung** heiſſen.

28. §.

Das Maaß der ſcheinbaren Ausdehnung des leuchtenden Körpers iſt gewöhnlich keine völlige Halbkugel: indeſſen kann man ſich drey Fälle vorſtellen, in welchen es eine völlige Halbkugel werden müſte. Der erſte iſt der, wenn die leuchtende Fläche die erleuchtete unendlich kleine Ebene M*m* wirklich von allen Seiten umgiebt, ſo wie das ſcheinbare Himmelsgewölbe nach allen Seiten über dem Horizont ausgebreitet iſt. Der zweyte Fall wäre der, wenn die leuchtende Fläche eben mit M*m* parallel und nach allen Seiten unendlich weit ausgebreitet, die Ebene M*m* aber nur um einen endlichen Abſtand davon entfernt wäre: der dritte Fall aber, wenn die erleuchtete Ebene M*m* noch mit der leuchtenden parallel, aber um einen unendlich kleinen Abſtand von ihr entfernt wäre, und ſie ſelbſt berührte. In allen dreyen Fällen empfängt M*m* **die möglichſt gröſte Erleuchtung**,

tung, die ihr einerley leuchtender Körper bey einerley Glanz mittheilen kann, und dieſe nennt H. Lambert die abſolute Erleuchtung. (Photom. Part. I. Cap. II. §. 100.) Setzt man dieſe abſolute Erleuchtung = Y, ſo iſt dem 26. §. gemäß Y = ſ.

29. §.

Sonſt hat man es als eine Hauptſchwürigkeit angeſehen, weswegen keine vollſtändige Theorie von Ausmeſſung der Stärke des Lichts zu hoffen ſey, daß es hier an einem Maaß fehle, womit ſich die Stärke des Lichts ausmeſſen laſſe. Allein Herr Bouguer hat ſchon in ſeinem Traité d'Optique ſur la gradation de la lumière, bald im Anfange des Buchs, erinnert, daß es mit dieſer anſcheinenden Schwierigkeit nicht mehr zu ſagen habe, als bey allen andern Meſſungen. Bey Meſſung einer jeden Gröſſe iſt das Maaß an ſich willkührlich, das man = 1 ſetzen will, nur muß es mit der auszumeſſenden Gröſſe von einerley Art ſeyn. Hier kann man den Glanz eines willkührlich gewählten Körpers z. E. der Sonne, = 1 ſetzen, um damit den Glanz eines jeden andern leuchtenden Körpers zu vergleichen. Hiemit ſetzt man zugleich diejenige Lichtmenge = 1, welche ein ſolches Stück der Sonnenfläche (oder der ſtatt der Sonnenfläche ſonſt gewählten Fläche von bekannten Glanz) das man = 1² ſetzt, nach allen Seiten umher ſtrahlet. Weil nun dem 28. §. gemäß allemahl die abſolute, oder möglichſt gröſte Erleuchtung, welche eine gleichförmig glänzende Fläche auf eine unendlich kleine Ebene werfen kann, = ſ gefunden wird; ſo wird zugleich die von einer ſolchen leuchtenden Fläche kommende abſolute Erleuchtung = 1, deren Glanz

man

man = 1 geſetzt hat. Es wäre nemlich die Lichtmenge = 1, die über einer Fläche, deren Quadratinhalt = 1^2 iſt, vertheilt ſeyn müſte, wenn ihre Erleuchtung gleichförmig und eben ſo groß wäre, als die von einer ſolchen Fläche kommende abſolute Erleuchtung, deren Glanz = 1 iſt. Auf ein ſolches Element, welches das glänzende, daher es ſeine Erleuchtung empfängt, unmittelbar berührte, würde ohne Zweifel alles Licht fallen, welches das glänzende Element ſonſt nach allen Seiten umherſtrahlet.

30. §.

Im 19. §. war der allgemeine Ausdruck für die Erleuchtung, welche ein leuchtendes Element Ll einer unendlich kleinen Ebene Mm zuſendet, 50 Fig.

$$= \frac{s \cdot Ll \cdot \sin LPD \cdot \sin CLP}{\pi \cdot LP^2}, \text{ und } s \cdot Ll = A$$

(18. §.) war die Lichtmenge, die Ll nach allen Seiten umherſtrahlet. Ferner war $A \sin \alpha^2$ oder $s \cdot Ll \cdot \sin \alpha^2$ die Lichtmenge, welche das Element Ll im innern Raum einer graden Kegelfläche umherſtrahlet, wovon die Axe auf Ll ſenkrecht iſt, und deſſen Seitenlinien gegen die Axe unter dem Winkel α geneigt ſind. Befindet ſich das Element Ll im Mittelpunct einer Halbkugelfläche BAC, ſo wirft es die Lichtmenge $s \cdot Ll \cdot \sin \alpha$ auf das Kugelſegment MAN, deſſen Axe LA auf Ll ſenkrecht, und deſſen aus L geſehener ſcheinbarer Halbmeſſer ALM = α iſt.

Man nehme an, es ſey $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$, ſo iſt die auf MAN fallende Lichtmenge $= \frac{s \cdot Ll}{\pi}$. Ferner

 giebt

giebt dieſe Vorausſetzung $OM = r \sin\alpha = \frac{r}{\sqrt{\pi}}$, und die Grundfläche MN des Segments $MAN = \pi . OM^2 = r^2$. Demnach iſt $\frac{s . Ll}{\pi}$ die Lichtmenge, welche das Element Ll auf ein ſolches Kugelſegment MAN wirft, deſſen Axe der ſenkrecht ausgehende Strahl, und deſſen Grundfläche dem Quadrat des Halbmeſſers der Kugel gleich iſt.

Man ſetze $\frac{s . Ll}{\pi} = \lambda$, und $\frac{s}{\pi} = S$, ſo hat man $S = \frac{\lambda}{Ll}$, $\Lambda = \pi . \lambda$ und $s = \pi . S$. Alsdenn bleibt $S = \frac{s}{\pi}$ eine Zahl, die dem Glanz des Elements proportional iſt, und λ verhält ſich wie die nach allen Seiten davon ausgehende Lichtmenge. Will man nun in der allgemeinen Formul für die Erleuchtung, welche das glänzende Element Ll auf Mm wirft, S ſtatt $\frac{s}{\pi}$ ſetzen, ſo erhält man

$$\frac{S . Ll . \sin LPD . \sin CLP}{LP^2}.$$

Ferner iſt alsdenn die Erleuchtung, welche das Kugelſegment MAN auf eine unendlich kleine Ebene Ll ſenkrecht wirft, $= \pi S \sin\alpha^2$, und die abſolute Erleuchtung $= \pi . S$. Hat man den Glanz des Elements $= 1$ geſetzt, in dem Sinn, daß man $S = 1$ annimmt, ſo iſt die abſolute Erleuchtung $= \pi$.

Ich habe dieſe Bemerkungen beygefügt, um des Herrn Lambert Vortrag zu erläutern, durch deſſen Werk: Photometria, ſive de menſura et gradibus luminis, colorum et umbrae, Auguſtae Vindel. 1760, die optiſchen Wiſſenſchaften mit einem neuen Theil ſind bereichert worden, nachdem Herr Bouguer im Jahr 1729 in ſeinem Eſſay d'Optique ſur la Gradation de la lumière den Grund dazu gelegt hatte, wovon H. de la Caille nach des Verfaſſers Tode im Jahr 1760 eine neue viel weiter ausgeführte Ausgabe unter dem Titel: Traité d'Optique ſur la gradation de la lumière zum Druck befördert hat. Hr. Lambert braucht für die Erleuchtung, welche eine unendlich kleine leuchtende Ebene Ll auf eine andre Mm wirft, die eben angeführte Formul $\frac{S \,.\, Ll \,.\, \sin CLP \,.\, \sin LPD}{LP^2}$, und findet die abſolute Erleuchtung allemahl $= \pi S$, oder $= \pi$, wenn $S = 1$ iſt. Alsdenn iſt nicht diejenige Lichtmenge $= 1$, welche ein Stück der leuchtenden Fläche von bekannt angenommenen Glanz, deſſen Quadratinhalt $= 1^2$ iſt, nach allen Seiten umherſtrahlet, ſondern derjenige Theil dieſer Lichtmenge, der ſich zur ganzen, wie $1 : \pi$, oder wie $\frac{1}{\pi} : 1$ verhält.

31. §.

Wenn die unendlich kleine Ebene Mm von einer Kugel HOKP ſenkrecht erleuchtet, und ihr ſcheinbarer Halbmeſſer $SMK = \alpha$ geſetzt wird; (27. §.) ſo iſt die Erleuchtung $= s \sin \alpha^2$. Ferner iſt $\sin \alpha = \frac{SK}{SM}$, alſo eben die Erleuchtung $= \frac{s \,.\, SK^2}{SM^2}$, 51 Fig.

und

und dieſe Erleuchtung iſt dem Quadrat der Entfernung der Kugel von der erleuchteten Ebene umgekehrt proportional.

Wenn in S eine Lichtflamme befindlich wäre und M*m* ſenkrecht erleuchtete, ſo wäre dem 10 und 11. §. gemäß die Erleuchtung $= \frac{S}{SM^2}$, vorausgeſetzt, daß S den Glanz der Flamme in dem Sinn bezeichne, wie es der 7. §. feſt ſetzt: mithin wäre ſie ebenfalls dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional. Was aus dieſem Geſetz folgt, gilt demnach nicht allein für Lichtflammen, ſondern auch für Kugeln, die nur an ihrer Oberfläche glänzen: übrigens aber kommen die Geſetze der Erleuchtung, wenn das Licht von leuchtenden Flächen kommt, mit den Geſetzen der Erleuchtung nicht überein, die für Lichtflammen gelten.

32. §.

53 Fig. Von einer Lichtflamme in C, wenn ſich unter ihr ein Tiſch befindet, wovon das Bladt wagrecht liegt, würde die ſenkrechte Erleuchtung auf die Stelle A lothrecht unter ihr fallen, und dieſe Stelle würde unter allen übrigen auf der Ebene des Tiſches am ſtärkſten erleuchtet ſeyn, wenn es nicht der dahin fallende Schatten des Leuchters und der Kerze ſelbſt hinderte. Auf jede andre Stelle M des Tiſches fällt die Erleuchtung $\frac{S \,.\, \sin AMC}{CM^2}$, und wenn man die Höhe $AC = x$, die Entfernung $AM = z$ ſetzt, ſo iſt $\sin AMC = \frac{x}{\sqrt{(x^2+z^2)}}$, alſo die Erleuchtung in $M = \frac{S \,.\, x}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$.

Bey

Bey einerley Höhe $x = AC$ der Lichtflamme über dem Tiſch und einerley Entfernung $z = AM$ iſt die Erleuchtung einerley. Wenn alſo mit dem Halbmeſſer AM um den Mittelpunct A ein Kreis verzeichnet wird, und aus demſelben Mittelpunct ein anderer Kreis mit dem Halbmeſſer $A\mu$, der den vorigen nur um eine unendlich kleine Differenz übertrift, ſo erhellet, daß der Ring zwiſchen beyden Kreiſen gleichförmig erleuchtet ſey.

Wenn z einerley bleibt, ſo ändert ſich die auf den Ring fallende Erleuchtung, wenn die Höhe x geändert wird. Verſchwindet x, ſo verſchwindet auch die Erleuchtung, und eben das erfolgt, wenn x unendlich groß wird. Am gröſten iſt die Erleuchtung, wenn $\frac{x}{z} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ wird, oder wenn tang AMC = ſin 45° iſt, und das giebt $x = 0{,}7071068 \,.\, z$. Stehet demnach die Lichtflamme über der Mitte eines kreisrunden Tiſches, deſſen Halbmeſſer z iſt, um die Höhe $z\sqrt{\frac{1}{2}}$ erhaben, ſo fällt auf den äuſſerſten Rand die gröſte Erleuchtung, die eine grade über der Mitte befindliche Lichtflamme dahin ſenden kann, und alle übrige mit dem Rande concentriſche Ringe ſind noch ſtärker erleuchtet. Wenn alſo die auf den äuſſerſten Rand fallende Erleuchtung noch ſo groß iſt, als man ſie nöthig hat, um ohne Beſchwerde dabey ſeine Augen zu gebrauchen; ſo wird um ſo mehr die Erleuchtung, welche auf die übrigen Stellen fällt, dazu hinlänglich ſeyn, und die Erleuchtung iſt auf ſolche Art am beſten über dem Tiſch vertheilt.

Der

Der II. Abſchnitt.

Von den Geſetzen der Zurückwerfung des Lichts von ebenen Spiegelflächen, als den Gründen der Catoptrik.

33. §.

Aus dem 3. §. der Optik weiß man ſchon, welche Maſſen in der Natur **undurchſichtige**, und welche **durchſichtige** heiſſen: auch iſt damahls bemerkt worden, daß es ſoviel wir wiſſen in der Natur keine **vollkommen durchſichtige Maſſen** gebe. Alle bekannte Körper, die nicht für ſich leuchtend ſind, werfen wenigſtens einen Theil des auf ſie fallenden Lichts zurück: aber dieſe Zurückwerfung erfolgt nicht bey allen Arten von Maſſen, welche das Licht auffangen, nach einerley Geſetzen. Nur von jeder Stelle einer **unpolirten** Fläche ſtrahlt es nach den im 15. §. angenommenen Geſetzen zurück: nach andern Geſetzen aber von **polirten** Flächen, die man auch **Spiegelflächen** nennt. Es iſt eine bekannte Erfahrung, daß man in einem gemeinen ebenen Spiegel Sachen ſiehet, als wenn ſie hinter ihm befindlich wären, die doch vor ihm, ja oft ſeitwärts auch wohl hinter dem Zuſchauer ihre Stelle haben. Unſre gemeinen Spiegel ſind zwar aus Glaſe gemacht, auch iſt die hintere Fläche der Glastafel mit Folie belegt, wodurch ſie undurchſichtig wird: allein auch Metalle, harte Steine, hartes Holz, dienen als Spiegel, wenn aus ſolchen Materien Tafeln verfertiget werden, die

ſorgfältig polirt und glatt gemacht ſind, daß man darauf keine merkliche Rauhigkeiten wahrnehmen kann. Reines und klares Glas, wenn es gleich durch Belegung der einen Seite mit Folie nicht undurchſichtig gemacht iſt, auch klares ſtillſtehendes Waſſer, thut eben die Wirkung, obgleich die Bilder nicht ſo lebhaft ſind. Uebrigens iſt es nicht nothwendig, daß die Spiegelfläche eben ſey: auch krumme Flächen thun die Wirkung der Spiegel, wenn ſie glatt genug polirt ſind. Nur ſind die Bilder, welche ſie darſtellen, den abgebildeten Sachen nicht ſo völlig ähnlich, oder ſind ihnen auch an Gröſſe nicht gleich, wie in ebenen Spiegeln.

34. §.

Um dieſe und andre Erſcheinungen bey Spiegeln zu erklären, nimmt man folgende Vorausſetzung an:

Der zurückgeworfene Strahl liegt in der Ebene desjenigen Winkels, unter welchem der einfallende Strahl in der Stelle, wo er auffällt, gegen die Spiegelfläche geneigt iſt; und beyde Strahlen, der einfallende und zurückgeworfene, ſind gegen die Spiegelfläche an der Stelle, wo der Strahl auffällt, unter einerley Winkel geneigt.

Eine grade Linie, die auf der Spiegelfläche in dem Punct, wo der Strahl auffällt, ſenkrecht ſteht, heißt hier das **Einfallsloth**: (cathetus incidentiae) in dem Fall, wenn die Spiegelfläche krumm iſt, muß dieſes Einfallsloth auf derjenigen Ebene ſenkrecht ſeyn, welche die Spiegelfläche in dem Punct, wo der Strahl auffällt, berührt. Die Ebene durch das

Ein-

Einfallsloth und den einfallenden Strahl iſt die Neigungsebene des letztern, in derſelben liegt auch der zurückgeworfene Strahl, und ſie kann die Zurückwerfungs-Ebene heiſſen. Die Winkel, welche beyde Strahlen, der einfallende und zurückgeworfene, mit dem Einfallsloth machen, ergänzen die Neigungswinkel der Strahlen gegen die Spiegelfläche zu 90°, und ſind beyde gleich groß, weil die Neigungswinkel ſelbſt gleich groß ſind.

Wenn man einen Sonnenſtrahl durch eine kleine Oefnung in ein finſtres Zimmer fallen läßt, und denſelben mit einem wagrecht liegenden Spiegel auffängt; ſo kann man die Wege des einfallenden und zurück gehenden Lichts gewöhnlich leicht erkennen, beſonders wenn man nur ein wenig Staub erreget, den das einfallende und zurück geworfene Licht erleuchtet. Alsdenn kann man ſich durch mehr als ein Hülfsmittel davon verſichern, daß bey jedem Verſuch und jedem Einfallswinkel nicht allein der einfallende und zurück geworfene Strahl in einer Ebene liegen, ſondern auch beyder Strahlen Neigungswinkel gegen den Spiegel gleich groß ausfallen.

35. §.

54 Fig. **Wenn der ſtrahlende Punct *L* ſein Licht auf die ebene Spiegelfläche *XY* wirft, und *LR* auf *XY* ſenkrecht iſt; ſo haben alle zurück geworfene Strahlen *AB*, *CD*, *EF*, eine ſolche Lage gegen einander, daß ſie rückwärts verlängert einander insgeſammt in einerley Punct *M* ſchneiden, der in dem Neigungsloth *LR* ſoweit hinter der Spiegelfläche, als *L* vor derſelben liegt.**

Be-

Beweis. Wenn LC ein einfallender Strahl iſt, ſo iſt LCR ſein Neigungswinkel gegen die Spiegelfläche, und in der Ebene deſſelben liegt der zurückgeworfene Strahl CD ſo, daß GCD = RCL iſt, (34. §.) mithin auch RCL = RCH, wenn man CD rückwärts nach H verlängert. Weil nun RCL = RCH ein ſpitzer Winkel iſt, ſo müſſen CH und LR einander ſchneiden. Der Durchſchnittspunct ſey M, ſo ſind in den rechtwinklichten Dreyecken RCL, RCM, die Winkel an CR gleich, mithin iſt RM = RL.

Jeder andre einfallende Strahl LE, deſſen Einfallswinkel LER iſt, wird nach EF ſo zurückgeworfen, daß REL = IEF = REK iſt, und EF rückwärts nach K verlängert ſchneidet LR ebenfalls in M, weil die rechtwinklichten Dreyecke REL, REM, an RE gleiche Winkel haben. Auch iſt es gleichviel, ob die einfallenden Strahlen LC, LE, mit LR in einerley Ebene liegen, oder nicht: im letzten Fall ſchneiden ihre Neigungsebenen einander in LR, und alle von der Spiegelfläche zurück gehende Strahlen liegen ſo, als kämen ſie von dem Punct M her.

36. §.

Wenn jemand, deſſen Auge ſich in der Gegend B, D, oder F befindet, den Spiegel betrachtet, ſo geht ein Theil der zurück geworfenen Strahlen durch die Oefnung des Sterns ins Auge: und weil dieſe Strahlen in eben der Lage ins Auge kommen, wie geſchehen würde, wenn der ſtrahlende Punct L ſelbſt in M befindlich wäre, und ſo von demſelben ein Strahlenkegel auf den Stern im Auge fiele; ſo hat das Auge eben die Empfindung, die es hätte, wenn 54 Fig.

L wirklich in M vorhanden wäre, und von M aus die Lichtſtrahlen um ſich her verbreitete. Deswegen ſcheint L in M zu ſtehen, und M iſt das Bild von L.

37. §.

54 Fig. Wofern alles auf den Spiegel fallende Licht zurück geworfen wird; ſo erleuchtet das Bild M jede Ebene, die das zurückgeworfene Licht auffängt, vollkommen eben ſo, wie der Punct L ſelbſt dieſe Ebene erleuchten würde, wenn er in M befindlich und der Spiegel nicht da wäre. Es ſey LACE eine auf den Spiegel fallende Strahlenpyramide, und man ſtelle ſich vor, dieſe würde mit einer Ebene *bdf*, nachdem der Spiegel weggenommen worden, aufgefangen. Hätte man ſtatt deſſen AB = A*b*, CD = C*d*, EF = E*f* genommen, und durch B, D, F eine Ebene gelegt, ſo fienge dieſe von dem zurück gehenden Licht ſoviel auf, als in dem Raum der Pyramide MBDF enthalten iſt, und dieſe iſt der Pyramide L*bdf* gleich und ähnlich. Auf ähnlich liegende gleich groſſe Elemente beyder Ebenen, BDF, *bdf*, würde einerley Lichtmenge unter einerley Neigungswinkel fallen, alſo die Erleuchtung einerley ſeyn. Beſchriebe man nun L, M, ein Paar Kugelflächen mit gleichen Halbmeſſern, ſo würde L die zu dieſem Mittelpunct gehörige Kugelfläche eben ſo erleuchten, als M die zu dieſem Mittelpunct gehörige erleuchten würde: auch wenn L ein Element einer Fläche wäre, wovon das Licht nach dem im 13. §. feſtgeſetzten Geſetz ausgienge.

38. §.

54 Fig. Wenn OL ein ſichtbarer Gegenſtand iſt, von welcher Gaſtalt und Gröſſe man will, ſo wirft jeder Punct

Punct O deſſelben, der dem Spiegel zugekehrt iſt, einen Theil aller von ihm ausgehenden Strahlen auf die Spiegelfläche, und dieſe werden ſo zurück geworfen, als kämen ſie von einem Punct P hinter der Spiegelfläche, der in dem Neigungsloth, das dieſem Punct zugehört, ſoweit hinter der Spiegelfläche liegt, als O vor derſelben. Demnach hat jeder Punct des Gegenſtandes, der ſein Licht auf den Spiegel werfen kann, ſein Bild hinter der Spiegelfläche in der von ihm darauf ſenkrecht fallenden graden Linie, ſo daß Bild und abgebildeter Punct gleich weit von der Spiegelfläche entfernt ſind. Die Bilder aller Puncte des Gegenſtandes liegen hinter der Spiegelfläche vollkommen in eben der Ordnung, wie die abgebildeten Puncte in dem Gegenſtande ſelbſt liegen: ſie machen alſo zuſammen genommen ein Bild des ganzen Gegenſtandes aus, das demſelben gleich und ähnlich iſt.

Kann man vorausſetzen, daß alles auf den Spiegel fallende Licht zurück geworfen werde, ſo folgt daraus, wenn der Gegenſtand ſelbſt leuchtend iſt, daß jede Fläche, welche das vom Spiegel zurück geworfene Licht auffängt, völlig eben ſo erleuchtet werde, wie der abgebildete Gegenſtand ſelbſt dieſe Fläche erleuchten würde, wenn man dabey einerley Entfernung und einerley Lage der erleuchteten Fläche gegen das Bild und den abgebildeten Gegenſtand vorausſetzt.

39. §.

Damit man ſich recht deutlich vorſtelle, wie es zugehet, daß eine Perſon ſich ſelbſt und andre Sachen, die vor dem Spiegel befindlich ſind, hinter dem Spiegel ſiehet, nehme man an, CD ſey der 55 Fig.

Spiegel, AB eine Perſon, die vor dem Spiegel ſtehet. In O ſtelle man ſich das Auge vor, und O*o* ſey der Stern im Auge, wovon die Figur nur einen Durchmeſſer vorſtellet. Aus A und B ziehe man die Neigungslothe AC, BD, ſenkrecht auf den Spiegel, verlängere ſie hinter denſelben und mache C*a* = CA, D*b* = DB, ſo ſind *a* und *b* die Bilder von A und B. Die von A auf den Spiegel fallenden Strahlen gehen ſo zurück, als kämen ſie von *a* her, und ein Theil dieſer zurück gehenden Strahlen fällt auf den Stern O*o* im Auge. Man ziehe *a*O, *ao*, wenn dieſe graden Linien die Spiegelfläche in *m* und *n* ſchneiden, ſo ſind *m*O, *no*, ein Paar von den aus A auf den Spiegel fallenden und ins Auge zurück gehenden Strahlen. Alle aus A zwiſchen *m* und *n* auf den Spiegel fallende Strahlen gehen eben ſo nach den Stern im Auge zurück, und rühren das Auge völlig ſo, als wenn A ſelbſt in *a* befindlich und der Spiegel weg wäre.

Mit dem Bilde *b* des Puncts B hat es eine völlig ähnliche Bewandniß. Alle aus B auf den Spiegel fallende Strahlen gehen ſo zurück, als kämen ſie von *b* her, und ein Theil davon fällt auf den Stern im Auge. Man ziehe aus *b* nach O und *o* grade Linien, die in *p* und *q* durch die Spiegelfläche gehen, ſo ſind *p*O, *q*O, ein Paar von den aus B auf den Spiegel fallenden und ins Auge zurück gehenden Strahlen, und alle aus B zwiſchen *p* und *q* auf den Spiegel fallenden Strahlen gehen eben ſo ins Auge zurück. Demnach ſiehet das Auge in *b* ein Bild von B aus eben dem Grunde, weßwegen es in *a* ein Bild von A ſiehet. Alle übrige Puncte des Körpers der Perſon ſelbſt und eines jeden andern Gegenſtandes bilden ſich eben ſo im Spiegel ab. Es hat mit der Sache eben

eben die Bewandniß, als wenn aus jedem Punct des Bildes ein Strahlenkegel auf den Stern im Auge fiele, ſo wie von jedem Punct des Gegenſtandes ein Strahlenkegel auf den Stern fällt, wenn es den Gegenſtand ſelbſt betrachtet.

40. §.

Das Bild *ab* eines Objects AB hat gegen die 55
hintere Spiegelfläche eben die Lage, die das Object Fig.
ſelbſt gegen die Vorderfläche hat. Jſt das Object eine grade Linie oder eine Ebene, und mit der Spiegelfläche parallel, ſo iſt das Bild mit der Spiegelfläche ebenfalls parallel. Das Bild eines aufrecht ſtehenden Gegenſtandes erſcheint zwar ebenfalls aufrecht, jedoch verwechſeln ſich die rechte und linke Seite mit einander. Eine Perſon, die vor dem Spiegel ſteht, ſieht ihre rechte Hand da, wo ihre linke wäre, wenn ſie ſelbſt hinter dem Spiegel ſtünde, und das Geſicht der hintern Spiegelfläche zugekehrt hätte. Jn dem Bilde eines Buchs, das man gegen den Spiegel hält, kann man nicht leſen, wofern man es nicht ſchon gewohnt iſt, von der Rechten gegen die Linke zu leſen. Jn der Ordnung bildet ſich die Folge der Buchſtaben ab, auch ſelbſt die rechte und linke Seite der Buchſtaben erſcheinen verwechſelt, grade ſo, wie ſie auf der hintern Seite des Papiers erſcheinen, wenn es durchſichtig iſt.

Das Bild einer graden Linie liegt in der Neigungsebene der abgebildeten Linie gegen die Spiegelfläche, und iſt gegen die hintere Fläche des Spiegels unter eben dem Winkel, wie die abgebildete grade Linie gegen die vordere Fläche geneigt. Das Bild und die abgebildete grade Linie laufen verlängert in

einerley Punct der Spiegelfläche zuſammen. Auch das Bild einer Ebene, die den Spiegel ſchneidet, iſt gegen den Spiegel unter einem eben ſo groſſen Winkel, als die abgebildete Ebene ſelbſt geneigt, und die Ebene des Bildes ſchneidet den Spiegel in eben der graden Linie, worin er von der abgebildeten Ebene ſelbſt geſchnitten wird. Wenn alſo der Spiegel gegen eine grade Linie oder Ebene, die horizontal liegt, unter einem Winkel von 45° geneigt iſt, ſo erſcheint das Bild der Linie oder der Ebene vertical: auch umgekehrt, das Bild einer verticalen Ebene, oder graden Linie erſcheint horizontal, wenn die Neigung der Ebene, oder der graden Linie gegen den Spiegel 45° beträgt.

41. §.

Das Bild hinter dem Spiegel erſcheint unter demſelben Sehewinkel, und unter derſelben ſcheinbaren Ausdehnung, wie das Object ſelbſt erſcheinen würde, wenn es hinter demſelben an der Stelle des Bildes mit demſelben in einerley Lage befindlich wäre. Daraus läßt ſich leicht beurtheilen, wie groß die Fläche des Spiegels ſeyn muß, wenn das Auge an einer gegebenen Stelle das Bild hinter dem Spiegel ganz ſoll überſehen können. Um das durch eine Zeichnung vorſtellig zu machen, bedarf es deſſen nur, daß man die Hauptſtrahlen zeichne, die von den äuſſerſten Puncten des Bildes auf den Mittelpunct des Sterns im Auge fallen. (15. §. Optik.) Wenn in
56 Fig. der 56. Figur O den Mittelpunct des Sterns im Auge vorſtellt, und die beyden Schenkel O*a*, O*b*, des Sehewinkels, unter welchem das Bild *ab* erſcheint, die Spiegelfläche in α und β treffen, ſo bedarf

darf es deſſen nur, daß die Spiegelfläche ſich von α nach β erſtrecke, um *ab* aus O ganz zu überſehen, der übrige Theil der Spiegelfläche trägt dazu nichts bey.

Wenn AB die ganze Höhe einer Perſon iſt, die ihr Bild in dem vertical ſtehenden Spiegel CD betrachtet, und O für den Mittelpunct des Sterns im Auge angenommen wird, ſo ſind O*a*, O*b*, die Schenkel des Sehewinkels, unter welchem das Bild dem Auge erſcheint. Dieſe ſchneiden die Spiegelfläche in *m* und *p*, alſo wird nur die Höhe *pm* des Spiegels erfordert, damit man ſich ganz darin ſehen könne. Weil nun, wenn der Spiegel vertical ſteht, das Bild *ab* mit der Spiegelfläche, mithin auch *pm* mit *ab* parallel iſt, ſo hat man $Aa : AC = Oa : Om = ab : pm$, und $Aa : AC = 2 : 1$, mithin $ab : pm = 2 : 1$ und $pm = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} AB$. Demnach muß der Spiegel halb ſo hoch und halb ſo breit ſeyn, als der Körper einer Perſon iſt, die ſich nach ihrer Höhe und Breite ganz darin ſehen ſoll. 55 Fig.

42. §.

Wenn zwey ebene Spiegelflächen unter einem ſolchen Winkel, der kleiner als 180° iſt, gegen einander geneigt ſind, ſo bildet ſich ein Object, das zwiſchen beyden befindlich iſt, auch in beyden ab. Wenn alsdenn die von dem einen dieſer Spiegel zurückgeworfenen Strahlen auf den andern fallen können, ſo machen ſie bey der Zurückſtrahlung im zweyten Spiegel ein neues Bild. Können die ſo vom zweyten zurück gehenden Strahlen wieder auf den erſten fallen, ſo bringt die Zurückſtrahlung ein drittes Bild zuwege, welches im erſten Spiegel das zweyte iſt. Es hängt

von der Lage der Spiegel gegen einander ab, wievielmahl die von jedem Spiegel zurückgeworfenen Strahlen wieder auf den andern fallen, und ein neues Bild zuwege bringen können. Ueberhaupt läßt ſich ſchon ohne weitere Unterſuchung überſehen, daß deſto mehr Bilder zuwege gebracht werden, je kleiner der Winkel iſt, unter welchem die Spiegelflächen gegen einander geneigt ſind. Ja das Bild eines Objects, das ſich zwiſchen zweenen parallelen Spiegeln befindet, muß ſich unzähligemahl vervielfältigen.

43. §.

Alle Bilder, die ein ſtrahlender Punct, der ſich zwiſchen zwoen gegen einander geneigten ebenen Spiegeln befindet, in denſelben zuwege bringen kann, liegen in der Peripherie eines Kreiſes; die Entfernung des ſtrahlenden Puncts von beyder Spiegelflächen Durchſchnittslinie iſt dieſes Kreiſes Halbmeſſer, und ſeine Ebene iſt zugleich die Neigungsebene der Spiegelflächen gegen einander.

57 Fig. **Beweis.** Zwiſchen den Spiegeln AB, AC, befinde ſich der ſtrahlende Punct D, und von demſelben ſey DM auf AB, DN auf AC ſenkrecht gezogen; ſo iſt die Ebene MDN auf beyden Spiegeln ſenkrecht, mithin iſt ſie die Neigungsebene der Spiegel gegen einander. Wenn demnach AB, AC ihre Durchſchnittslinien mit den Spiegeln ſind, ſo iſt BAC ihr Neigungswinkel. Man ziehe AD, beſchreibe mit dieſem Halbmeſſer in der Ebene BAC einen Kreis, und nehme den Bogen CG = CD; ſo halbirt AC die Sehne DG ſenkrecht in N, und G iſt die Stelle des

des erſten Bildes im Spiegel AC. Von dieſem Bilde G als Object betrachtet giebt es im Spiegel AB ein Bild in H, wenn man den Bogen BH = BG nimmt, und von H giebt es im Spiegel AC ein neues Bild in I, wenn CI = CH genommen wird. Ferner bildet ſich I an der Stelle K im Spiegel AB ab, wenn man BK = BI macht, und von K giebt es im Spiegel AC ein neues Bild an der Stelle L, wenn der Bogen CIL = CHK gemacht wird. Weil das Bild L hinter der Spiegelfläche AB liegt, ſo kann es darauf weiter kein Licht werfen: alſo iſt es das letzte, welches die Spiegel in der angenommenen Stellung gegen einander zuwege bringen können.

44. §.

Der Neigungswinkel der Spiegelflächen gegen einander und die Stelle des ſtrahlenden Puncts zwiſchen beyden ſind gegeben: man ſoll die Stellen der Bilder und ihre Anzahl finden.

Aufl. Man ſetze den Winkel BAC $= \varphi$, unter 57 Fig.
welchem die Spiegelflächen einander ſchneiden, halbire ihn mit AE, und ſetze EAD $= \psi$, ſo iſt CAG = CAD $= \frac{1}{2}\varphi - \psi$. Man kann hier den Winkel EAD $= \psi$ oder den dazu gehörigen Bogen ED als das Maaß der Entfernung des ſtrahlenden Puncts von der Mitte zwiſchen den Spiegelflächen annehmen; ſo iſt die Stelle deſſelben durch ſeine Entfernung von der Durchſchnittslinie beyder Spiegelflächen, und den Abſtand von der Mitte zwiſchen den Spiegeln gegeben.

Man nenne AC den **erſten Spiegel**, denjenigen nemlich, welchem der ſtrahlende Punct D am

nächſten liegt, und ſuche zuförderſt die Reihe der Bilder, welche mit dem erſten Bilde G im erſten Spiegel zuſammen gehören. Der andre AB, wovon der ſtrahlende Punct weiter als um den halben Winkel beyder Spiegelflächen entfernt iſt, heiſſe der zweyte Spiegel. Zum Bilde G, als ſtrahlenden Punct betrachtet, gehört im zweyten Spiegel AB das Bild H, und es iſt $BAH = BAG = BAC + CAG = \varphi + \frac{1}{2}\varphi - \psi = \frac{3}{2}\varphi - \psi$. Wiederum zum Bilde H als ſtrahlenden Punct betrachtet gehört im erſten Spiegel das Bild I, und es iſt $CAI = CAH = CAB + BAH = \varphi + \frac{3}{2}\varphi - \psi = \frac{5}{2}\varphi - \psi$. Für jedes folgende Bild in der Reihe derer, die vom erſten Bilde G im erſten Spiegel ihren Urſprung haben, kommt zu dem Ausdruck, welcher deſſelben Abſtand von der hintern Fläche des Spiegels auf der Peripherie des durch alle Bilder laufenden Kreiſes angiebt, der Bogen oder Winkel φ hinzu. Man erhält $BAK = BAI = BAC + CAI = \varphi + \frac{5}{2}\varphi - \psi = \frac{7}{2}\varphi - \psi$, und eben ſo $CAL = CAK = CAB + BAK = \varphi + \frac{7}{2}\varphi - \psi = \frac{9}{2}\varphi - \psi$. Zählt man alſo die Bilder nach der Ordnung, ſo iſt eines jeden Bildes Abſtand von der hintern Fläche des damit zuſammen gehörigen Spiegels

für das 1ſte $= \frac{1}{2}\varphi - \psi$
für das 2te $= \varphi + \frac{1}{2}\varphi - \psi$
für das 3te $= 2\varphi + \frac{1}{2}\varphi - \psi$
für das $n$te $= (n-1)\varphi + \frac{1}{2}\varphi - \psi = (n - \frac{1}{2})\varphi - \psi$.

So lange der Abſtand eines dieſer Bilder von der hintern Fläche des damit zuſammengehörigen Spiegels noch kleiner als $180° - \varphi$ bleibt, ſo lange kann daſſelbe noch auf die vordere zurückwerfende Fläche

des

des andern Spiegels Strahlen werfen, und in dieſem andern Spiegel ein neues Bild machen. Sobald aber dieſer Abſtand gröſſer als $180° - \varphi$ wird, ſobald fällt das letzte Bild hinter der Ebene des gegenüberſtehenden Spiegels, und eben um deswillen kann es auf die vordere reflectirende Fläche deſſelben kein Licht mehr werfen. Weil in der Figur $CAL > CAb$ iſt, ſo liegt L ſchon hinter dem Spiegel AB, und L iſt in der Reihe dieſer Bilder das letzte.

Weil ſolchergeſtalt $(n - \frac{1}{2})\,\varphi - \psi < 180° - \varphi$ ſeyn muß, ſo lange noch das letzte Bild in dem andern gegenüberſtehenden Spiegel ein neues zuwege bringen ſoll; ſo erhält man $(n + \frac{1}{2})\,\varphi < 180° + \psi$, alſo $2n + 1 < \frac{360° + 2\psi}{\varphi}$. Unter den ungraden ganzen Zahlen ſey diejenige, welche dieſem Quotienten am nächſten kommt, $= Q$, ſo hat man $n = \frac{1}{2}(Q - 1)$ für die Zahl aller Bilder, wovon das letzte noch wieder ein neues, und zwar das letzte unter allen macht: demnach iſt die Anzahl aller Bilder, welche zur Reihe gehören, die im Spiegel AC anfängt, $= \frac{1}{2}(Q - 1) + 1 = \frac{1}{2}(Q + 1)$.

Die Reihe der Bilder, wovon das erſte zum zweyten Spiegel AB gehört, und ihre Anzahl, wird eben ſo gefunden, wenn man den Winkel $EAD = \psi$ als negativ in Rechnung bringt, weil derſelbe auf der Seite von AE liegt, die dem Winkel EAB entgegen geſetzt iſt. Man findet, wenn F das erſte Bild iſt, $BAF = BAD = \frac{1}{2}\varphi + \psi$, und den Abſtand jedes der folgenden Bilder, wenn es in der Ordnung das $m$te iſt, von dem damit zuſammen gehörigen Spiegel $= (m - \frac{1}{2})\,\varphi + \psi$. So lange noch

das letzte Bild in dem gegenüber befindlichen Spiegel ein neues Bild machen ſoll, muß $(m-\frac{1}{2})\varphi+\psi < 180^\circ-\varphi$ ſeyn, alſo $(m+\frac{1}{2})\varphi < 180^\circ-\psi$, und $2m+1 < \frac{360^\circ-2\psi}{\varphi}$, woraus man m eben ſo findet, wie vorhin n gefunden ward.

45. §.

Ob jemand, der die Spiegel vor ſich hat, alle oder nur einige von dieſen Bildern ſehen könne? das hängt von der Stelle, wo ſich das Auge befindet, und zugleich von der gröſſern oder geringern Ausdehnung der Spiegel nach der Länge der Schenkel AB, AC, ihres Neigungswinkels ab. Wenn der Spiegel AC ſich bis Z erſtreckt, und das Auge innerhalb der Schenkel des Winkels AGZ befindlich iſt; ſo ſieht es das Bild G. Soll es auch H ſehen, ſo muß es zugleich innerhalb der Schenkel des Winkels AHB befindlich ſeyn, wofern B die Gränze des zweyten Spiegels iſt. Wenn es ſich alſo zwiſchen beyden Spiegeln in dem Raum befindet, der den Räumen zwiſchen den Schenkeln jener beyden Winkel gemein iſt, ſo ſiehet es beyde Bilder G und H. Ueberhaupt ſieht es jedes Bild in dem damit zuſammengehörigen Spiegel, wenn es ſich vor dem Spiegel zwiſchen den Schenkeln des Winkels befindet, den ein Paar grade Linien machen, die von dem Bilde durch die beyden Gränzen A und Z, oder A und B des Spiegels laufen. Soll es demnach alle Bilder ſehen können, ſo muß es ſich in dem Theil des Raums zwiſchen den Spiegeln befinden, den die Räume zwiſchen den Schenkeln jener Winkel mit einander gemein haben.

Uni=

Umſtändlicher hat H. H. Käſtner in der Abhandlung: De multiplicatione imaginum ope duorum ſpeculorum, hievon gehandelt, welche man in ſeinen Diſſertationibus Mathematicis et Phyſicis, Altenb. 1771. pag. 8. ſqq. findet. Wie man durch Verbindung zweyer, auch wohl mehrerer ebenen Spiegel mancherley angenehme optiſche Erſcheinungen zuwege bringen könne, darüber kann man *Zahrii* Oculum Artificialem Teledioptricum, Fundam. III. Syntagm. V. Cap. IV. fol. 663. Edit. II. Norimb. 1702. *Traberi* Nervum Opticum Lib. II. Cap. IV. V. auch *Wolffii* Elementa Catoptricae §. 106. ſqq. Elementor. Matheſ. Univerſae T. III. pag. 159 ſqq. zu Rath ziehen.

46. §.

Wenn ein Lichtkegel oder eine Lichtpyramide *BDFM* zuſammen laufender Strahlen, die in einem Punct *M* hinter der Spiegelfläche *XY* zuſammen laufen würden, auf den ebenen Spiegel fällt; ſo haben alle zurückgeworfene Strahlen einen wirklichen phyſiſchen Vereinigungspunct *L* in der graden Linie *MR*, die von der Spitze *M* der auffallenden Lichtpyramide auf den Spiegel ſenkrecht fällt, und beyde Vereinigungspuncte *M*, *L*, der auffallenden und zurückgeworfenen Strahlen ſind von der Spiegelfläche gleichweit entfernt. 54 Fig.

Beweis. Es iſt RCM = GCD der Neigungswinkel des einfallenden Strahls DC gegen die Spiegelfläche, in der Ebene dieſes Winkels liegt der zurückgeworfene Strahl Cδ, und es iſt RCδ = GCD. Wenn alſo MR verlängert den zurückgehenden Strahl in L ſchneidet, ſo haben die rechtwinklichten Dreyecke

RCL,

RCL, RCM, zweene gleiche an der gemeinſchaftlichen Seite RC anliegende Winkel, mithin iſt RL = RM. Jeder andre einfallende Strahl FE, deſſen Einfallswinkel REM = IEF iſt, und der nach Eφ zurück geworfen wird, ſchneidet ebenfalls MR verlängert in demſelben Punct L, weil die rechtwinklichten Dreyecke ERM und ERL an ER gleiche Winkel haben: demnach haben alle zurückgeworfene Strahlen den Vereinigungspunct L.

Der III. Abſchnitt.

Die Geſetze der Zurückwerfung des Lichts von krummen, und vornemlich ſphäriſchen Spiegeln.

47. §.

58 Fig. Es ſey C der Mittelpunct einer Kugel, CA ihr Halbmeſſer, KMANL ein gröſter Kreisbogen auf ihrer Oberfläche, welcher vom Halbmeſſer CA halbirt wird, und deſſen Sehne KL der Halbmeſſer CA ebenfalls ſenkrecht halbirt: ſo ſtellt zugleich die Figur den Schnitt durch die Axe eines Kugelſegments vor, deſſen Axe AC, und deſſen Pol A iſt. Zugleich ſtellt KL den Durchmeſſer der Grundfläche des Segments, als einen zur Axe AC gehörigen Parallelkreis der Kugel vor, und man kann ſich die Vorſtellung machen, der Kugelabſchnitt entſtehe, indem ſich die Figur um die Axe AC drehet. Ein Spiegel heißt überhaupt ein **ſphäriſcher Spiegel**, wenn ſeine polirte

polirte Fläche die Figur der Fläche eines ſolchen Kugelabſchnitts hat, und insbeſondere ein ſphäriſcher Hohlſpiegel, oder ein erhabener ſphäriſcher Spiegel, nachdem die Figur ſeiner polirten Fläche mit der Figur der innern hohlen Seite oder der äuſſern erhabenen Seite der Fläche eines Kugelſegments überein kommt. Die Axe dieſes Kugelſegments nennt man auch **die Axe des Spiegels.**

48. §.

Wenn aus einem Punct *P* in der Axe *AC* des ſphäriſchen Hohlſpiegels ein Lichtſtrahl auf den Punct *M* der Spiegelfläche fällt; ſo liegt der zurückgeworfene Strahl *Mp* mit dem einfallenden Strahl und der Axe des Spiegels in einerley Ebene. 58 Fig.

Beweis. Durch den einfallenden Strahl PM und die Axe AP kann man eine Ebene legen, und in derſelben Ebene liegt der zurückgeworfene Strahl. Denn der Strahl wird von der Stelle M des Spiegels ſo zurück geworfen, wie ihn eine Ebene zurück werfen würde, die den Spiegel in M berührte. Wenn nun MT die Durchſchnittslinie der Berührungsebene mit der Ebene APM vorſtellet, ſo weiß man, daß eine grade Linie, die in M auf der Berührungsebene ſenkrecht iſt, zugleich auf der Kugelfläche ſenkrecht ſey, und durch den Mittelpunct C der Kugel gehe. Demnach iſt MC das Einfallsloth, und der zurückgeworfene Strahl liegt in der Ebene PMC, welches hier die Ebene der Zurückſtrahlung iſt. (34. §.) In dieſer Ebene aber liegt der einfallende Strahl PM und die Axe des Spiegels, weil nicht allein P vermöge der Vorausſetzung, ſondern auch C in der Axe des Spiegels liegt.

Wenn

Wenn alſo der zurück geworfene Strahl nicht vielleicht mit der Axe des Spiegels parallel iſt, ſo muß er ſie in irgend einem Punct ſchneiden.

49. §.

58 Fig. In einer gegebenen Stelle der Axe des ſphäriſchen Hohlſpiegels befindet ſich der ſtrahlende Punct P, und von demſelben fällt auf eine gleichfalls gegebene Stelle M des Spiegels ein Lichtſtrahl PM: man ſoll die Stelle p finden, worin der zurück geworfene Strahl die Axe des Spiegels ſchneidet.

Aufl. Man ſetze den Halbmeſſer der Kugel $CA = CM = r$, den Winkel $ACM = \gamma$, $AP = \delta$ und $Ap = x$; ſo iſt in der Ebene APM die Stelle M durch den Winkel γ, und die Stelle P durch die Entfernung δ gegeben. Man nehme in der Ebene der Zurückſtrahlung den Bogen $AN = AM$, und ziehe die Sehne MN, die von der Axe AP in Q ſenkrecht halbirt wird; ſo iſt $MQ = r\,\text{ſin}\,\gamma$, $CQ = r\,\text{coſ}\,\gamma$, $CP = \delta - r$, $Cp = r - x$, und $x = r - Cp$. Weil nun die Stelle p geſucht wird, ſo kommt die Auflöſung der Aufgabe darauf an, daß man entweder $x = Ap$, oder ſtatt deſſen Cp ſuche, denn aus Cp kann man leicht $x = r - Cp$ finden.

Vermöge des 262 §. Geom. hat man im Dreyeck CpM aus den Seiten $CM = r$, Cp, und dem dazwiſchen liegenden Winkel, $\text{tang}\,CMp = \frac{Cp\,.\,\text{ſin}\,\gamma}{r - Cp\,.\,\text{coſ}\,\gamma}$, und eben ſo im Dreyeck CPM aus den Seiten $CM = r$, CP, und dem dazwiſchen liegenden Winkel $PCM = 180° - \gamma$ auch $\text{tang}\,CMP = \frac{CP\,.\,\text{ſin}\,\gamma}{r + CP\,.\,\text{coſ}\,\gamma}$.

Nach

Nach dem Geſetz der Zurückſtrahlung aber müſſen beyde Winkel, alſo auch ihre Tangenten gleich groß ſeyn, und man erhält $\frac{Cp}{r - Cp . \operatorname{coſ}\gamma} = \frac{CP}{r + CP . \operatorname{coſ}\gamma}$.

Das giebt ferner

$$r . Cp + Cp . CP . \operatorname{coſ}\gamma = r . CP - Cp . CP . \operatorname{coſ}\gamma,$$

alſo $Cp = \frac{CP . r}{r + 2CP . \operatorname{coſ}\gamma} = \frac{CP . \frac{1}{2}r}{\frac{1}{2}r + CP . \operatorname{coſ}\gamma}$.

Man ſetze $\delta - r$ ſtatt CP, und $1 - \operatorname{ſinv}\gamma$ ſtatt $\operatorname{coſ}\gamma$, (232. §. Geom.) ſo findet man

$Cp = \frac{(\delta - r) . \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r - (\delta - r)\operatorname{ſinv}\gamma}$; und wenn $\frac{\delta - r}{\delta - \frac{1}{2}r}$ $= n$ geſetzt wird, ſo iſt $Cp = \frac{n . \frac{1}{2}r}{1 - n\operatorname{ſinv}\gamma}$. Es war aber $x = r - Cp$, alſo wird $x = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}n}{1 - n\operatorname{ſinv}\gamma}\right) . r$.

Ferner iſt auch $\frac{1}{1 - n\operatorname{ſinv}\gamma} = 1 + \frac{n\operatorname{ſinv}\gamma}{1 - n\operatorname{ſinv}\gamma}$, und man findet $x = \left(1 - \frac{1}{2}n - \frac{\frac{1}{2}n^2\operatorname{ſinv}\gamma}{1 - n\operatorname{ſinv}\gamma}\right) . r$, oder $x = \left(2 - n - \frac{n^2\operatorname{ſinv}\gamma}{1 - n\operatorname{ſinv}\gamma}\right) . \frac{1}{2}r$. Weil nun $n = \frac{\delta - r}{\delta - \frac{1}{2}r}$ war, ſo iſt $2 - n = \frac{\delta}{\delta - \frac{1}{2}r}$, mithin $x = \left(\frac{\delta}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{n^2\operatorname{ſinv}\gamma}{1 - n\operatorname{ſinv}\gamma}\right) . \frac{1}{2}r$.

50. §.

Weil ſin v γ mit dem Winkel γ zugleich abnimmt, ſo nimmt auch der Bruch $\frac{n^2 \sin v\gamma}{1 - n \sin v\gamma}$ ab, wenn γ kleiner wird: denn es wird beydes zugleich der Nenner gröſſer und der Zähler kleiner. Demnach wird x gröſſer, oder p rückt nach P zu. Indeſſen kann x oder Ap nie gröſſer werden, als $\frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$, weil dies der Werth von x wäre, wenn auch $\gamma = 0$ würde. Die Zahl $n = \frac{\delta - r}{\delta - \frac{1}{2} r}$ iſt allemahl ein ächter Bruch, wenn $\delta > r$ iſt, und ſin γ nur ſehr klein, ſo lange γ ein Winkel von wenigen Graden bleibt. Demnach bleibt für alle Strahlen, die wie Pm ſehr nahe bey der Axe auf den Spiegel fallen, ſehr nahe $x = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$.

58 Fig. Man nehme A$\pi = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2} r}{\delta - \frac{1}{2} r}$, ſo iſt π ein Vereinigungspunct für alle diejenigen aus P kommenden Strahlen, die auf die nächſten Stellen m, μ, bey der Axe des Spiegels auffallen, und von dort her zurück geworfen werden. Wenn das Auge einer Perſon, die den Spiegel betrachtet, in der Gegend O die aus den Stellen ſehr nahe bey A zurück geworfenen Strahlen auffängt, ſo wird es davon eben ſo gerührt, als wenn der Punct P ſelbſt in π befindlich wäre, und π iſt ein Bild von P. Alle Strahlen, die wie PM in die Ründe um die Axe herum auf Stellen des Spiegels fallen, welche um einerley

Winkel ACM $= \gamma$ von der Axe entfernt ſind, ſchneiden einander nach der Zurückwerfung in p, und man nennt πp die von der Kugelgeſtalt herrührende Abweichung der zurückgeworfenen Strahlen von der Stelle des eigentlichen Bildes π. Alle zwiſchen A und M auffallende Strahlen gehen nach der Zurückwerfung zwiſchen π und p durch, und deſto näher bey p, je näher der Einfallspunct der Stelle M iſt: die Abweichung πp iſt $= A\pi - Ap$, und weil

$$A\pi = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r}, \text{ und } Ap = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{n^2 \sin v\gamma \cdot \frac{1}{2}r}{1 - n \sin v\gamma}$$

war, ſo findet man $\pi p = \frac{n^2 \sin v\gamma \cdot \frac{1}{2}r}{1 - n \sin v\gamma}$.

51. §.

Der Bruch $\frac{\delta}{\delta - \frac{1}{2}r}$ iſt auch $= 1 + \frac{\frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r}$, 58 Fig.
alſo $A\pi = \frac{1}{2}r + \frac{\frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r} \cdot \frac{1}{2}r$ allemahl gröſſer als $\frac{1}{2}r$, wenn $\delta > \frac{1}{2}r$ bleibt. Je weiter P von A wegrückt, je gröſſer alſo δ wird, deſto kleiner wird der Bruch $\frac{\frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r}$, und wenn δ unendlich groß würde, das heißt, wenn alle Strahlen in einer mit der Axe parallelen Lage auf den Spiegel fielen, ſo würde dieſer Bruch verſchwinden, und man hätte $A\pi = \frac{1}{2}r$. Man nehme $AF = \frac{1}{2}r = \frac{1}{2}AC$, ſo iſt F das Bild, welches die zunächſt bey der Axe des Spiegels mit ihr parallel einfallenden Strahlen machen, dergleichen Sm vorſtellet, und dieſer Punct heißt des Spiegels Brennpunct, ſo

wie AF die Brennweite. Iſt die Axe des Spiegels gegen die Sonne gerichtet, ſo fallen die Strahlen der Sonne, welche von dem Punct ihrer Oberfläche kommen, den die Axe des Spiegels trifſt, in einer mit dieſer Axe parallelen Lage auf den Spiegel, die nächſten bey der Axe vereinigen ſich nach der Zurückwerfung in F, und verurſachen daſelbſt eine Hitze, die brennbare Sachen entzünden kann: daher iſt der Nahme Brennpunct entſtanden.

52. §.

Das Bild π eines jeden andern Puncts P in der Axe iſt vom Scheitel A des Spiegels weiter, als der Brennpunct F entfernt, ſo lange die Entfernung AP $= \delta$ gröſſer als die Brennweite AF $= \frac{1}{2}r$ bleibt. Setzt man $\frac{1}{2}r = f$, ſo hat man $A\pi = \dfrac{\delta f}{\delta - f}$ oder $A\pi = f + \dfrac{f}{\delta - f} \cdot f$ für die Entfernung des Bildes vom Scheitel des Spiegels. Je kleiner AP oder δ wird, deſto mehr wächſt $A\pi$, das Bild und der abgebildete Punct rücken einander immer näher, ſo lange, bis $\delta = 2f = r$ wird: alsdenn erhält man $A\pi = 2f = r$, oder π fällt nun mit P im Mittelpunct C des Kugelſpiegels zuſammen. Dabey iſt merkwürdig, daß alsdenn auch die Abweichung der übrigen Strahlen verſchwindet, weil $n = \dfrac{\delta - r}{\delta - \frac{1}{2}r} = 0$ wird, wie der Natur der Sache gemäß iſt; weil ein ſtrahlender Punct in C alle Strahlen auf die innere hohle Kugelfläche ſenkrecht wirft, die in ſich ſelbſt zurück geworfen alle wieder durch C laufen müſſen.

Wird $\delta < r$ angenommen, ſo wird $A\pi > r$. 59 Fig.
Denn es war $A\pi = \frac{1}{2}r + \frac{\frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r} \cdot \frac{1}{2}r$, (51. §.) und es iſt $\delta - \frac{1}{2}r < \frac{1}{2}r$, wenn $\delta < r$ iſt, alſo $\frac{\frac{1}{2}r}{\delta - \frac{1}{2}r} > 1$. Wenn demnach der ſtrahlende Punct dem Scheitel des Spiegels näher rückt, als der Mittelpunct des Spiegels davon entfernt iſt; ſo entfernt ſich das Bild vom Spiegel über den Mittelpunct C hinaus. Dieſe Entfernung $A\pi$ des Bildes wächſt ſchnell, wenn auch die Entfernung δ nur langſam abnimmt.

In dem Fall $\delta = \frac{1}{2}r$, das heißt, wenn der ſtrahlende Punct in den Brennpunct F rückt, findet man $A\pi$ unendlich groß, die zurückgehenden Strahlen haben keinen Vereinigungspunct mehr, ſie ſind nun mit der Axe parallel, und das iſt der im 51. §. betrachtete Fall umgekehrt.

53. §.

Ueberhaupt erhellet es ſchon aus der Natur der Sache, daß wenn die aus P auf den Spiegel fallenden Strahlen ihren Sammlungspunct in π haben, auch hinwiederum umgekehrt das aus π, wenn an dieſer Stelle ein ſtrahlender Punct wäre, auf den Spiegel fallende Licht nach der Zurückwerfung den Sammlungspunct P haben müſſe. Die Rechnung giebt eben daſſelbe. Denn wenn π ein ſtrahlender Punct iſt, ſo hat man für die Entfernung des Bildes vom Scheitel des Spiegels $\frac{A\pi . f}{A\pi - f}$. Man ſetze

 $A\pi =$

$A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f}$; ſo wird $A\pi - f = \frac{ff}{\delta - f}$, und

$A\pi \,.\, f = \frac{\delta ff}{\delta - f}$, alſo die Entfernung des Bildes

vom Scheitel des Spiegels $\frac{A\pi \,.\, f}{A\pi - f} = \delta$.

Wenn jeder Bogen AK vom Scheitel des Spiegels bis an ſeinen äuſſern Umfang gemeſſen nur wenige Grade beträgt, ſo wird beynahe alles das Licht, was eine in ſeinem Brennpunct F befindliche Lichtflamme auf den Spiegel wirft, nach einer mit der Axe parallelen Richtung zurückgeworfen. Zwar iſt eine ſolche Lichtflamme kein Punct, und nur dasjenige Licht ſtrahlt in einer mit der Axe parallelen Lage zurück, was dasjenige Element der Lichtflamme auf den Spiegel wirft, das im Brennpunct ſelbſt befindlich iſt. Weil indeſſen gewöhnlich eine ſolche Lichtflamme nicht ſonderlich groß iſt, ſo weicht das von den übrigen Elementen, die doch allemahl dem eigentlichen Brennpunct ſehr nahe ſind, auf den Spiegel fallende Licht, nach der Zurückwerfung nicht ſehr von der mit der Axe parallelen Lage ab. Daher kann man ſich des Hohlſpiegels mit Vortheil bedienen, vermittelſt des Kerzen- oder Lampenlichts Sachen ſtärker zu erleuchten, als die Flamme für ſich allein ſelbige erleuchten würde.

54. §.

60 Fig. Wenn des ſtrahlenden Puncts P Entfernung vom Scheitel des Spiegels noch kleiner als die Brennweite wird, wenn alſo $\delta < f$, oder $\delta < \frac{1}{2} r$ iſt;

iſt; ſo wird $A\pi = -\frac{\delta f}{f-\delta}$ negativ. Das heißt, $A\pi$ erhält in Anſehung des Scheitels A eine entgegen geſetzte Lage, der Vereinigungspunct, oder das Bild π liegt hinter der hohlen polirten Fläche des Spiegels, die zurückgeworfenen Strahlen laufen in einer ſolchen Lage aus einander, als kämen ſie von einem Punct π hinter dem Spiegel her, auf ähnliche Art, wie ſie vom ebenen Spiegel zurückſtrahlen würden: nur daß hier nicht alle auffallende Strahlen, ſondern allein die zunächſt bey der Axe einfallenden rückwärts hinter den Spiegel verlängert in einerley Punct π zuſammenlaufen würden. In dem eben betrachteten Fall alſo iſt der Punct π kein Sammlungspunct, ſondern ein Zerſtreuungspunct, kein phyſiſcher, ſondern ein geometriſcher Vereinigungspunct der zurückgeworfenen Strahlen. In eben dem Fall iſt $A\pi = -\frac{\delta f}{f-\delta}$ ſehr groß, ſo lange δ nur wenig kleiner als f iſt, aber $A\pi$ wird kleiner, wenn δ kleiner wird, weil alsdenn des Bruchs $\frac{\delta}{f-\delta}$ Nenner wächſt, und der Zähler abnimmt. Der ſtrahlende Punct und ſein Bild rücken alſo gegen einander, und weil $A\pi$ verſchwindet, wenn $\delta = 0$ wird, ſo fällt das Bild mit dem ſtrahlenden Punct im Scheitel des Spiegels zuſammen.

55. §.

Auf den ſphäriſchen Hohlſpiegel fällt ein Lichtſtrahl *VM* in einer ſolchen Lage, daß er hinter den Spiegel verlängert die Axe in *P* ſchnei- 61 Fig.

ſchneiden würde: man ſoll die Stelle p finden, worin der zurückgeworfene Strahl die Axe ſchneidet.

Aufl. Die Auflöſung dieſer Aufgabe iſt als ein beſondrer Fall unter der allgemeinen Auflöſung der Aufgabe im 49. §. enthalten: man muß nur P für den Punct annehmen, worin der einfallende Strahl die Axe des Spiegels ſchneidet, das Licht mag von dem Punct P herkommen, oder in einer ſolchen Richtung auf den Spiegel fallen, daß der Strahl durch P gehen würde, wenn ihn der Spiegel nicht auffienge. Wenn in der allgemeinen Formul

$$Ap \text{ oder } x = \left(\frac{\delta}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{n^2 \operatorname{ſinv}\gamma}{1 - n \operatorname{ſinv}\gamma}\right) \cdot \tfrac{1}{2}r$$

die Entfernung δ negativ angenommen wird, ſo hat man die Auflöſung der jetzigen Aufgabe, weil AP oder δ eine der vorigen entgegen geſetzte Lage haben ſoll. Alsdenn aber iſt $n = \frac{\delta + r}{\delta + \frac{1}{2}r}$, und

$$x = \left(\frac{\delta}{\delta + \frac{1}{2}r} - \frac{n^2 \operatorname{ſinv}\gamma}{1 - n \operatorname{ſinv}\gamma}\right) \cdot \tfrac{1}{2}r.$$

56. §.

Man kann aus dieſer Gleichung ähnliche Folgen ziehen, wie im 50. §. und einigen folgenden §§. für den Fall ſind hergeleitet worden, wenn P ein Zerſtreuungspunct iſt, und vor dem Spiegel liegt. Wenn γ ein ſehr kleiner Winkel iſt, alſo der einfallende Strahl Wm den Spiegel in einer Stelle m ſehr nahe bey der Axe trift, ſo iſt ſehr nahe $x = \frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta + \frac{1}{2}r} = \frac{\delta f}{\delta + f}$,

wenn

wenn $f = \frac{1}{2} r$ wie bisher die Brennweite bezeichnet. Man nehme alſo nun $A\pi = \frac{\delta f}{\delta + f}$, ſo iſt π ein wirklicher Vereinigungspunct aller der ſehr nahe bey der Axe auffallenden Strahlen, die in P ihren Sammlungspunct hätten, wenn der Spiegel ſie nicht zurück ſchickte. Wird in der allgemeinen Formul $A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f}$ (52. §.) für den Abſtand des Bildes δ negativ genommen, ſo hat man ebenfalls $A\pi = \frac{\delta f}{\delta + f} = f - \frac{f}{\delta + f} \cdot f$, und dieſer Abſtand iſt kleiner als die Brennweite. Allemahl aber fällt der Sammlungspunct der zurückgehenden Strahlen in eine Stelle der Axe vor dem Spiegel, wofern nicht δ verſchwindet, welches zugleich der am Ende des 53. §. betrachtete Fall wird.

57. §.

Die Geſetze zu finden, nach welchen ein erhabener Kugelſpiegel das Licht zurück wirft, wenn die auffallenden Strahlen entweder aus einem Punct der Axe, der vor dem Spiegel liegt, als aus einem Zerſtreuungspunct kommen, oder auch in einem Sammlungspunct, der hinter dem Spiegel in ſeiner Axe liegt, ſich vereinigen würden, wenn der Spiegel ſie nicht auffienge.

Aufl. Die im 49. §. gegebene Auflöſung iſt allgemein, und wird auf den erhabenen Spiegel ver-

mittelſt folgender Schlüſſe angewandt. Man nehme
58 Fig. an, in der 58 Figur wachſe der Halbmeſſer $r = AC$ ohne Aufhören, und werde zuletzt unendlich groß, ſo verwandelt ſich im 49. §. die Formul

$$x = \left(\frac{\delta}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{n^2 \sin v\gamma}{1 - n \sin v\gamma}\right) \cdot \tfrac{1}{2}r, \text{ oder}$$

$$x = \frac{\frac{1}{2}r \cdot \delta}{\delta - \frac{1}{2}r} - \frac{\frac{1}{2}n^2 \cdot r \sin v\gamma}{1 - n \sin v\gamma}, \text{ in folgende}$$

$Ap = -\delta$. Es iſt nemlich $n = \dfrac{\delta - r}{\delta - \frac{1}{2}r}$ geſetzt, und dieſe Zahl wird $= 2$ in dem Fall $r = \infty$. In eben dem Fall aber ſind AC und MC immer parallel, wo auch der Strahl in M auffällt, weil die Kugelfläche ſich in eine Ebene, und der Kreisbogen KAL in eine grade Linie verwandelt: mithin bleibt allemahl $\gamma = 0$ und $\sin v\gamma = 0$, die Abweichung verſchwindet, und aus $x = \dfrac{\frac{1}{2}r \cdot \delta}{\delta - \frac{1}{2}r} = \dfrac{\delta}{(\delta : \frac{1}{2}r) - 1}$ wird $-\delta$. Was die Formul in dieſem Fall giebt, das iſt oben für den ebenen Spiegel ſchon bewieſen. Nach dem Geſetz der Stetigkeit kann auch r negativ werden,
62. §. das heißt, der Kugel Mittelpunct C kann auf der andern Seite von A liegen, und ſo verwandelt ſich der Spiegel in einen erhabenen, und der im 49. §. angenommenen Vorausſetzung gemäß liegt P vor der polirten erhabenen Fläche des Spiegels. Dieſe Vorausſetzung giebt $n = \dfrac{\delta + r}{\delta + \frac{1}{2}r}$, und $x =$

$$Ap = \left(\frac{\delta}{\delta + \frac{1}{2}r} - \frac{n^2 \sin v\gamma}{1 - n \sin v\gamma}\right) \times -\tfrac{1}{2}r.$$

Man

Man nehme an, daß γ ſehr klein ſey, alſo ein Strahl wie Pm ſehr nahe bey der Axe auffalle, ſo wird $x = -\frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta + \frac{1}{2}r}$. Weil dieſer Werth negativ iſt, ſo giebt es einen ſolchen Punct hinter dem Spiegel, in welchem die von Stellen ſehr nahe bey der Axe zurück geworfenen Strahlen zuſammen laufen würden, wenn man ſie hinter den Spiegel verlängerte. Nimmt man $A\pi = -\frac{\delta \cdot \frac{1}{2}r}{\delta + \frac{1}{2}r}$, ſo iſt π dieſer Punct, und es iſt hier ein Zerſtreuungspunct der zurückgehenden Strahlen. Derſelbe iſt in einem ähnlichen Sinn ein Bild von P, wie der Hohlſpiegel ein Bild von P machen würde, wenn der Abſtand δ kleiner als die Brennweite wäre.

In dem Fall, wenn der ſehr nahe bey der Axe auffallende Strahl auch mit ihr parallel wäre, hätte man $\delta = \infty$, alſo die Entfernung des Zerſtreuungspuncts $= -\frac{1}{2}r$. Wenn alſo $AF = -\frac{1}{2}r$ iſt, ſo iſt F der Zerſtreuungspunct der ſehr nahe bey der Axe mit ihr parallel einfallenden Strahlen nach der Zurückwerfung. Er heißt des erhabenen Spiegels geometriſcher Brennpunct, und AF ſeine Brennweite, die in der Rechnung negativ wird. Wenn man dieſen einzigen Umſtand bemerkt, ſo kann man alles, was vom ſphäriſchen Hohlſpiegel bewieſen iſt, auf den erhabenen Kugelſpiegel anwenden, wenn man in den Formuln, die für den Hohlſpiegel gelten, r oder $f = \frac{1}{2}r$ negativ annimmt.

Man ſchreibe f ſtatt $\frac{1}{2}r$, ſo iſt $A\pi = -\frac{\delta f}{\delta + f}$, und $A\pi$ iſt allemahl kleiner, als die Brennweite

$f =$

$f = AF$, ſo lange nicht δ unendlich groß wird, oder die ſehr nahe bey der Axe einfallenden Strahlen mit ihr parallel werden. Nimmt man hiernächſt δ negativ an, ſo iſt das der Fall, wenn die auffallenden Strahlen hinter dem Spiegel einen Vereinigungspunct hätten. Alsdenn iſt $A\pi = \frac{\delta f}{f-\delta}$, und das Bild π liegt vor dem Spiegel, ſo lange $\delta < f$ iſt. Wenn aber die Entfernung $\delta > f$ iſt, alſo P weiter als F vom Spiegel entfernt iſt, ſo hat man $A\pi = -\frac{\delta f}{f-\delta}$, und π liegt hinter dem Spiegel.

58. §.

63 Fig. Es ſey wiederum AC die Axe eines ſphäriſchen Hohlſpiegels BAD, und der Bogen AB = AD, welcher die halbe Breite des Spiegels beſtimmt, in Vergleichung mit ſeinem Halbmeſſer ſo klein, daß ACB nur wenige Grade beträgt. Der Punct P in der Axe ſey wenigſtens weiter als um den Halbmeſſer des Spiegels von ſeinem Scheitel entfernt, damit das Bild π dieſes Puncts vor dem Spiegel befindlich ſey, ſo iſt $A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f}$, $AP = \delta$ geſetzt. Mit dem Halbmeſſer CQ ſey der Kreisbogen PQ beſchrieben, ſo fällt von jedem Punct Q dieſes Bogen, wenn derſelbe Licht um ſich her verbreitet, ein Strahlenkegel auf den Spiegel, und einer von den auffallenden Strahlen QE geht durch den Mittelpunct C. Demnach hat jeder Punct Q ſein Bild in k, und es iſt auch $Ek = \frac{\delta f}{\delta - f} = A\pi$, alſo $Ck = C\pi$. So liegt

zwiſchen

zwiſchen π und k eine Reihe von Bildern der Puncte zwiſchen P und Q, dieſe Bilder liegen ebenfalls in einem Kreisbogen, wozu der Halbmeſſer $C\pi = Ck$ gehört, und πk iſt das **Bild** von PQ.

Wenn der Winkel PCQ nur klein iſt, ſo iſt der Bogen PQ von ſeiner Tangente durch P nicht ſehr verſchieden, und er kann als eine grade auf AP ſenkrechte Linie angeſehen werden, wovon alsdenn das Bild πk ebenfalls eine durch π auf AP ſenkrechte grade Linie iſt. Dies Bild hat in Anſehung der Axe AP eine Lage, die der Lage der abgebildeten Linie entgegen geſetzt iſt. Wenn überhaupt PQ ein Gegenſtand iſt, deſſen Abmeſſungen in Vergleichung mit der Entfernung CP nur klein ſind; ſo ſind auch alle von C nach den Puncten Q dieſes Gegenſtandes gezogene grade Linien gleich groß, und das von jedem der Puncte Q auf den Spiegel fallende Licht vereiniget ſich nach der Zurückwerfung in einem Bilde k des Puncts Q, das in der verlängerten Axe QC liegt, beynahe eben ſo weit von C entfernt, als π davon entfernt iſt, und man hat $C\pi = Ck = r - \frac{\delta f}{\delta - f}$.
Alle dieſe Bilder machen ein **Bild des Gegenſtandes**, oder vielmehr ein Bild der dem Spiegel zugekehrten Fläche deſſelben aus, die Puncte r, π, k, liegen in einer zum Halbmeſſer $C\pi$ gehörigen Kugelfläche, wenn R, P, Q, in einer Kugelfläche liegen, die zum Halbmeſſer CP gehört, und dieſe Kugelflächen kommen den ebenen Flächen ſehr nahe, welche ſie in P und π berühren, wenn $PCQ = \pi Ck$ ein kleiner Winkel iſt, ſo wie die Bogen PQ, πk, alsdenn ihren Tangenten ſehr nahe kommen.

59. §.

Iſt die Axe AP des Spiegels gegen die Mitte P, oder ſonſt eine merkwürdige Stelle des Objects gerichtet, ſo ſind PQ, PR, Halbmeſſer deſſelben, wenn es kreisförmig iſt, und πk, πr, damit zuſammen gehörige Halbmeſſer des Bildes, welches alsdenn ebenfalls kreisförmig ſo wie überhaupt allemahl dem Gegenſtande ähnlich iſt. Wenn das Object nicht kreisförmig iſt, ſo ſind die Halbmeſſer PQ veränderlich, und ändern ſich mit der Lage der Ebene CPQ, wenn man ſich vorſtellet, daß ſelbige um die Axe AP gedrehet wird. Bey jeder Lage dieſer Ebene aber iſt allemahl $PQ : \pi k = CP : C\pi$ in einerley Verhältniß.

Der Winkel $PCQ = \pi Ck$ iſt ſowohl des Gegenſtandes als auch des Bildes ſcheinbarer Halbmeſſer in der Ebene APQ genommen, wenn das Auge in C ſeine Stelle hätte. Bild und Gegenſtand würden alſo aus dem Mittelpunct der ſphäriſchen Hohlſpiegelfläche geſehen unter einerley Sehewinkel erſcheinen: auch verhalten ſich die halben oder ganzen Durchmeſſer des Bildes und Gegenſtandes in einerley Ebene genommen, wie ihre Entfernungen vom Mittelpunct der Hohlſpiegelfläche.

60. §.

Bild und Gegenſtand würden auch aus dem Scheitel *A* des ſphäriſchen Hohlſpiegels unter einerley Sehewinkel erſcheinen, und ihre halben oder ganzen Durchmeſſer in einerley Ebene genommen verhalten ſich wie ihre Entfernungen vom Scheitel des Spiegels.

Beweis.

Beweis. Es iſt $C\pi = r - \frac{\delta f}{\delta - f}$ und $r = 2f$, 63 Fig.
alſo $C\pi = \frac{(\delta - 2f)f}{\delta - f}$, $CP = \delta - 2f$, und $CP : C\pi = PQ : \pi k$, (59. §.) alſo $\delta - f : f = PQ : \pi k$. Ferner iſt $A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f}$, oder $\delta - f : f = \delta : A\pi$, alſo auch δ oder $AP : A\pi = PQ : \pi k$. Aus eben dem Grunde iſt $AP : A\pi = PR : \pi r$, alſo $PQ + PR : \pi k + \pi r = AP : A\pi$, oder $QR : kr = AP : A\pi$. Eben die Schlüſſe beweiſen zugleich die Aehnlichkeit der rechtwinklichten Dreyecke APQ, $A\pi k$, und die Gleichheit der Winkel PAQ, $\pi A k$.

Zwiſchen den Gränzen des pyramiden- oder kegelförmigen Raums QCR ſey mit dem Halbmeſſer = 1 eine Kugelfläche beſchrieben, ſo iſt das ſo zuwege gebrachte Kugelſtück das Maaß der ganzen ſcheinbaren Ausdehnung ſowohl des Objects QR, als auch des dazu gehörigen Bildes kr. Setzt man das zum Halbmeſſer CP gehörige Stück einer Kugelfläche zwiſchen den Gränzen deſſelben Raums $QCR = E^2$, und die Fläche des Bildes $= \varepsilon^2$, ſo iſt das erwehnte Maaß $= \frac{E^2}{CP^2} = \frac{\varepsilon^2}{C\pi^2}$, alſo die Fläche des Bildes $\varepsilon^2 = \frac{C\pi^2}{CP^2} . E^2$. Es war aber $CP : C\pi = \delta - f : f = AP : A\pi$, alſo auch $\varepsilon^2 = \frac{A\pi^2}{AP^2} . E^2$.

61. §.

61. §.

63 Fig. Iſt RPQ das Geſicht einer Perſon, die den Spiegel vor ſich hat, in O das Auge, ſo kommt von jedem Punct des Bildes ein Strahlenkegel ins Auge, und daſſelbe wird davon ſo gerührt, wie geſchehen würde, wenn die abgebildeten Puncte in den Stellen der Bilder befindlich wären. Wer alſo den Spiegel vor ſich hat, der ſiehet das Bild ſeines Geſichts vor dem Spiegel aber verkehrt. So lange die Entfernung AP in Vergleichung mit der Brennweite etwas groß iſt, ſo lange iſt das Bild kleiner als das Geſicht der betrachtenden Perſon, weil jeder Halbmeſſer deſſelben, wie πk, im Verhältniß $CP : C\pi = \delta - f : f = AP : A\pi$ kleiner iſt als der damit zuſammen gehörige Halbmeſſer PQ. Wenn aber das Geſicht, oder jeder andre gegen den Spiegel gehaltene Gegenſtand, einander näher gebracht werden, ſo wird das Bild gröſſer, weil $\pi k = \frac{f}{\delta - f} \cdot PQ$ gröſſer wird. Weil nun zugleich $A\pi = \frac{\delta f}{\delta - f} = f + \frac{f^2}{\delta - f}$ wächſt, wenn $AP = \delta$ abnimmt, ſo rücken Bild und abgebildete Sache einander entgegen. In dem Fall $\delta = 2f = r$, fallen Bild und Sache bey C zuſammen, und die betrachtende Perſon kann ihr Bild nicht mehr ſehen. So lange ferner δ zwiſchen den Gränzen $2f$ und f, oder r und $\frac{1}{2}r$ bleibt, ſieht man ſich nicht weder vor noch hinter dem Spiegel, weil das Bild weiter vom Spiegel entfernt iſt, als das Geſicht der betrachtenden Perſon ſelbſt. Jede undurchſichtige Sache hindert ſolchergeſtalt ohnedem,

daß

daß nicht alle von den zurückgehenden Strahlen bis an die Stelle kommen, wo ſie zuſammen ſtoſſen würden. Aber wenn auch das nicht wäre, ſo hätte doch die betrachtende Perſon ihrem Bilde den Rücken zugekehrt, und könnte es um deßwillen nicht ſehen.

62. §.

In dem Fall $\delta < f$, wenn das Geſicht der Per- 64
ſon, die den Spiegel anſiehet, oder jede andre Sache Fig.
dem Spiegel näher, als ſein Brennpunct liegt, wird $A\pi$ negativ; von den Strahlen, die jeder Punct Q auf den Spiegel wirft, geht einer rückwärts verlängert durch C, der den Spiegel in E trift, und alle dieſe von Q auffallenden Strahlen liegen nach der Zurückwerfung ſo, als kämen ſie von k her, $Ek = \frac{EQ \cdot f}{EQ - f}$ genommen. In πk kommt alſo ein Bild des Gegenſtandes PQ zum Vorſchein, welches nicht mehr verkehrt, ſondern aufrecht ſtehet, überdem auch gröſſer als die abgebildete Sache ſelbſt iſt. Es wird nemlich $\pi k = \frac{A\pi}{AP} \cdot PQ = \frac{f}{\delta - f} \cdot PQ = -\frac{f}{f - \delta} \cdot PQ$ negativ und gröſſer als PQ. Eine Perſon alſo in RQ, die den Spiegel betrachtet, ſieht ihr Bild darin aufgerichtet und vergröſſert.

63. §.

Wenn, wie bisher, PQ in dem hier gebräuchlichen und bisher erklärten Verſtande, den Halbmeſ-
ſer eines Gegenſtandes vorſtellet, der ſein Licht auf 65
den erhabenen ſphäriſchen Spiegel EAG wirft; ſo Fig.

verwandelt ſich der von jedem Punct Q auffallende Strahlenkegel in einen entgegen geſetzten, der ſeine Spitze k hinter dem Spiegel in der graden Linie QC hat, und es iſt $Ek = -\frac{EQ.f}{EQ+f}$. Sind die Entfernungen EQ und AP für alle Puncte in der dem Spiegel zugekehrten Fläche des Gegenſtandes beynahe gleich, ſo ſind auch Ek und $A\pi$ beynahe gleich groß. Allemahl entſteht in πk ein Bild von PQ, und es iſt des Bildes Halbmeſſer $\pi k = \frac{A\pi}{AP}$. PQ $= -\frac{f}{\delta+f}$. PQ. Das Bild iſt aufgerichtet, und kleiner, als das abgebildete Object, es mag AP $= \delta$ wachſen oder abnehmen, wie man will: doch wird das Bild gröſſer, und rückt dem Spiegel näher, wenn δ kleiner wird. In dem Fall $\delta = f$ iſt $\pi k = -\frac{1}{2}$PQ, und $A\pi = -\frac{1}{2}f$. Siehet man alſo grade gegen einen erhabenen Spiegel, ſo ſiehet man hinter dem Spiegel ein verkleinertes Bild von ſich ſelbſt, das deſto gröſſer wird, je näher man den Spiegel dem Auge bringt.

64. §.

54 Fig. Im ebenen Spiegel ſiehet man nicht allein ſein eigenes Bild, wenn man denſelben grade vor ſich hat, ſondern auch das Bild M jedes andern ſtrahlenden Puncts L, wenn das Auge ſeitwärts des von L auf den Spiegel fallenden Neigungsloths LR in der Gegend BDF befindlich iſt. Das Bild M des Puncts L hat übrigens einerley Stelle bey einerley Lage des Spiegels, das Auge mag ſonſt ſeine Stelle haben,

haben, wo es wolle, wenn es ſich nur in demjenigen Raum befindet, worin ſich das zurück geworfene Licht ausbreitet, damit es einen Theil dieſes zurück ſtrahlenden Lichts auffangen kann. Mit den ſphäriſchen Spiegeln hat es zwar eine ähnliche Bewandniß, nur hängt die Stelle desjenigen Bildes, welches das Auge wahrnimmt, von der Stelle ab, wo ſich das Auge befindet. Wenn der ſtrahlende Punct P ſein 66 Fig.
Licht auf den ſphäriſchen Hohlſpiegel AMN wirft, ſo macht das zurück gehende Licht unzählig viele verſchiedene Bilder. Eine Reihe dieſer Bilder liegt in der Axe AC, und ſie haben ihren Urſprung von der Krümmung der Kugelfläche, in wiefern ſelbige an jeder Stelle M mit der Krümmung des durch M laufenden zur Axe des Spiegels gehörigen Parallelkreiſes übereinkommt. Eine andre Reihe von Bildern rührt her von derjenigen Krümmung der Kugelfläche in M, welche mit der Krümmung des gröſten Kreiſes durch die Axe AC und die Stelle M übereinkommt. Dieſe zuletzt erwehnten Bilder ſind einerley mit den Puncten Q, worin zwey zunächſt nach einander folgende zurück geworfene Strahlen einander ſchneiden: alle Puncte Q liegen in einer krummen Linie $\pi Q z$, welche die catoptriſche Brennlinie heißt, (cauſtica per reflexionem, auch cata-cauſtica) und der Nahme rührt daher, weil man in den optiſchen Wiſſenſchaften jeden Sammlungs- oder Zerſtreuungspunct des zurück geworfenen oder gebrochenen Lichts einen Brennpunct (focum) nennt. Ein Auge in O ſiehet alſo zwey verſchiedene Bilder des ſtrahlenden Puncts P, das eine in p, das andre in Q, die jedoch in den meiſten Fällen nur wie ein Bild erſcheinen, welches nicht ſo deutlich iſt, wie es ſeyn

R 2 würde,

würde, wenn alle von dem Element $Mm n N$ zurückgeſchickte Strahlen einerley Sammlungspunct hätten.

65. §.

67 Fig. Mit dem erhabenen ſphäriſchen Spiegel hat es eben die Bewandniß. Stehet das Auge in O, wo es die Strahlen auffängt, die das Element $Mm n N$ zurück ſchickt; ſo ſiehet es eine Vermiſchung der beyden Bilder *p* und Q, alſo ein nicht völlig deutliches Bild des Puncts P, und dies Bild ändert ſeine Stelle, wenn das Auge ſeine Stelle ändert. Der Unterſcheid vom ſphäriſchen Hohlſpiegel beſtehet nur darin, daß allemahl das Bild, welches der erhabene Spiegel macht, hinter demſelben liegt, dasjenige aber, welches der Hohlſpiegel macht, vor demſelben liegt, ſo lange $AP > \frac{1}{2}AC$ iſt. Alle Puncte Q, worin die in einerley Ebene eines gröſten Kreiſes durch die Axe auffallenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung rückwärts verlängert einander ſchneiden würden, machen ebenfalls eine Reihe geometriſcher Bilder aus, die in der catoptriſchen Brennlinie liegen, welche hier ebenfals nur geometriſch nicht phyſiſch iſt. Eine andre Reihe von Bildern liegt in der Axe AC, und das ſind die Puncte, worin die auf einerley zur Axe AP gehörigen Parallelkreis fallenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung rückwärts verlängert einander ſchneiden würden.

Der

Der IV. Abſchnitt.

Kurze Erläuterung der Erſcheinungen im coniſchen und cylindriſchen Spiegel.

66. §.

Eine krumme Spiegelfläche, wenn ſie die Figur der Fläche eines ſonſt bekannten geometriſchen Körpers hat, erhält davon ihren Nahmen: alſo kann die Spiegelfläche coniſch oder cylindriſch heiſſen, wenn ſie die Figur einer Kegelfläche oder Cylinderfläche hat. Gewöhnlich wird ein grader Kegel, oder ein grader Cylinder verſtanden, deſſen äuſſere erhabene Fläche polirt iſt, wenn die Rede von Erſcheinungen iſt, die ein coniſcher oder cylindriſcher Spiegel darſtellet: ſonſt kann auch eine polirte Fläche, wenn ſie die Figur der innern hohlen Kegelfläche oder Cylinderfläche hat, einen coniſchen oder cylindriſchen Hohlſpiegel abgeben.

67. §.

Von dem Licht, was ein ſtrahlender Punct auf die polirte Kegelfläche oder Cylinderfläche wirft, haben diejenigen auffallenden Strahlen nach der Zurückwerfung einerley Zerſtreuungspunct hinter der Spiegelfläche, welche die Kegelfläche oder Cylinderfläche in einer graden Linie treffen, die eine Seitenlinie des Kegels oder Cylinders abgiebt. Denn man kann ſich einen ebenen Spiegel vorſtellen, der den Kegel oder Cylinder in der erwehnten graden Linie berührt: alſo

hat das von dieſer in der Kegel- oder Cylinderfläche und zugleich in dem ebenen Spiegel liegenden graden Linie zurückſtrahlende Licht einerley Zerſtreuungspunct mit dem, was der ebene Spiegel zurückwerfen würde. Dieſer Zerſtreuungspunct iſt demnach ein Bild des ſtrahlenden Puncts, nur nicht ſo vollkommen deutlich, als es der ebene Spiegel machen würde.

68. §.

68 Fig. Es ſey ABD ein Schnitt durch die Axe des coniſchen Spiegels, deſſen äuſſere erhabene Fläche polirt iſt, AC ſeine Axe, C der Grundfläche Mittelpunct, und einer von den Halbmeſſern der Grundfläche CB ſey ſoweit man will nach F hinaus verlängert: ſo fällt von jedem Punct E in BF, wofern dieſe grade Linie Licht umher ſtrahlet, auch Licht auf die Seitenlinie AB des Kegels, und das zurückſtrahlende Licht macht hinter AB ein Bild in *e*. Wenn nemlich EH auf der verlängerten AB ſenkrecht geſetzt, und H*e* = HE gemacht wird, ſo iſt *e* das Bild von E. Wenn überdem die grade Linie B*f* von B durch *e* gezogen, oder welches einerley iſt, wenn der Winkel HB*f* = HBF gemacht, und B*f* = BF genommen wird, ſo iſt B*f* ein Bild von BF. Von dieſem Bilde iſt dem Auge wenigſtens ein Theil ſichtbar, wenn es in der Ebene ABD ſeine Stelle irgendwo zwiſchen den Schenkeln des Winkels ABG hat, und BF nach G hin verlängert iſt.

Man ziehe in der Grundfläche des Kegels einen andern Halbmeſſer CP, der mit dem vorigen CB einen ſehr kleinen Winkel BCP einſchließt, und verlängere denſelben nach R hinaus, die Seitenlinie AP des Kegels aber nach S, nehme den Winkel SP*r* = SPR,

SPR, und Pr = PR; ſo iſt Pr das Bild von PR. Beyde Ebenen ACB, ACP, ſchneiden einander in der Axe des Kegels, und wenn das Auge O in dieſer Axe ſeine Stelle hat, ſo ſiehet es von jedem dieſer beyden Bilder dasjenige Stück, was zwiſchen den Schenkeln des Winkels BOC oder POC liegt. Die Bilder BF und Pr laufen in einerley Punct *g* der Axe AC zuſammen, weil die Winkel CB*f*, CP*r*, gleich groß ſind: und wenn BG = B*g*, PV = P*g* gemacht wird, ſo ſind B*g*, P*g*, Bilder von BG, PV.

69. §.

Aus dieſen Schlüſſen ziehet man leicht die Folge, 68
daß das Stück BGVP von der Ebene der Grundfläche Fig.
des Kegels ſich in BP*g* abbilde, ſo daß BP*g* ein Stück einer coniſchen Fläche wird, die ihre Spitze in *g* und mit dem Spiegel einerley Grundfläche hat. Die ganze Kegelfläche, wozu das erwehnte Stück BP*g* gehört, iſt das Bild eines Ringes in der Ebene der Grundfläche des Kegels zwiſchen den beyden Kreiſen, wozu die Halbmeſſer CB und CG gehören. Wenn indeſſen das Auge in O grade gegen den Spiegel ſiehet, und die Geſichtsaxe mit der Axe des Kegels zuſammen fällt, ſo erſcheint das Bild des Ringes, welches an ſich die Figur einer Kegelfläche hat, demſelben ſo, als wenn die Grundfläche des Kegels eine perſpectiviſche Tafel wäre, und das Auge dies Bild durch die perſpectiviſche Tafel betrachtete. Die Durchſchnittspuncte K, L, der Geſichtsſtrahlen O*e*, O*f*, mit der Grundfläche des Kegels ſind die Projectionen der Bilder *e*, *f*, der Puncte E, F, auf der Grundfläche des Kegels, als einer perſpectiviſchen Tafel betrachtet, und man kann jeden ſolchen

Punct wie K, das auf die Grundfläche des Kegels reducirte Bild des Puncts *E* nennen.

70. §.

68 In dem verlängerten Halbmeſſer *CB* der
Fig. Grundfläche des coniſchen Spiegels *ABD* iſt die Stelle *E* des ſtrahlenden Puncts gegeben, und überdem die Stelle *O* des Auges in der Axe des Kegels: man ſoll die Stelle *K* des auf die Grundfläche reducirten Bildes finden.

Aufl. Man ſetze den Neigungswinkel der Seite des Kegels gegen die Grundfläche ABC $= \alpha$, und CB$e = \beta$, ſo iſt auch HBE $=$ HB$e = \alpha$, und $\beta = 180^\circ - 2\alpha$. Ferner ſey der Grundfläche Halbmeſſer CB $= r$, die Höhe des Auges über der Grundfläche CO $= a$, die Entfernung BE $= b$, und BK $= x$: ſo hat man im Dreyeck BKe die Seiten B$e = b$, BK $= x$, und den dazwiſchen liegenden Winkel KBe $= \beta$. Daraus findet man tang BK$e = \dfrac{b \sin\beta}{x - b \cos\beta}$. (262. §. Geom.) Ferner iſt im Dreyeck OCK die Seite CK $= r - x$, alſo tang CKO $= \dfrac{a}{r - x}$, und CKO $=$ BKe: folglich erhält man $\dfrac{a}{r - x} = \dfrac{b \sin\beta}{x - b \cos\beta}$, und dieſe Gleichung giebt $x = \dfrac{b\,(r \sin\beta + a \cos\beta)}{a + b \sin\beta}$. Ueberdem war $\beta = 180^\circ - e\alpha$, alſo iſt $\sin\beta = \sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$, und $\cos\beta = -\cos 2\alpha = \sin\alpha^2 - \cos\alpha^2$. (234. §. Geom.)

Geom.) Wenn dieſe Werthe gebraucht werden, ſo erhält man $x = \frac{b(2r\sin\alpha\cos\alpha + a(\sin\alpha^2 - \cos\alpha^2))}{a + 2b\sin\alpha\cos\alpha}$,

oder $x = \frac{b(2r\,\text{tg.}\,\alpha + a(\text{tg}\alpha^2 - 1))}{a\sec\alpha^2 + 2b\,\text{tang}\alpha}$.

Wenn der Winkel BAD an der Spitze des Kegels ein rechter Winkel iſt, ſo wird $\alpha = 45°$, alſo $\text{tg}.\alpha = 1$, $\sec\alpha = \sqrt{2}$, und man erhält

$x = \frac{br}{a + b}$.

71. §.

Die Stelle K des reducirten Bildes in der Grundfläche des coniſchen Spiegels iſt gegeben, man ſoll die Stelle E des ſtrahlenden Puncts im verlängerten Halbmeſſer CK finden, den K abbildet. 68 Fig.

Aufl. Wenn man in der eben gefundenen Gleichung x als gegeben annimmt, und y ſtatt b ſchreibt; ſo erhält man $ax\sec\alpha^2 + 2xy\,\text{tg}\alpha = y(2r\,\text{tg}\alpha + a(\text{tg}\alpha^2 - 1))$, alſo $y = \frac{ax\sec\alpha^2}{2(r-x)\,\text{tg}\alpha + a(\text{tg}\alpha^2 - 1)}$.

In dem Fall, wenn BAD ein rechter Winkel, alſo $\alpha = 45°$ iſt, hat man $y = \frac{ax}{r - x}$.

Man kann demnach in allen Fällen, der Winkel an der Spitze des Kegels BAD ſey welcher er wolle, aus den Entfernungen BK die Entfernungen BE nicht allein durch Rechnung, ſondern auch, welches hier genüget, durch eine ſehr leichte Conſtruction finden.

Wenn nemlich der Schnitt durch die Axe des Kegels BAD über dem Durchmeſſer ſeiner Grundfläche gezeichnet iſt, ſo verlängert man eine Seite AB des Kegels AB nach I, und macht den Winkel IBZ = DBA. Durch die gegebene Stelle K des reducirten Bildes und die gleichfalls gegebene, oder willkührlich angenommene, Stelle des Auges O zieht man eine grade Linie OK, welche BZ in *e* ſchneidet, und macht BE = B*e*, ſo iſt BE die geſuchte Entfernung.

72. §.

Auf dieſen Gründen beruhet die Kunſt, verzerrte Bilder zu zeichnen, die im coniſchen Spiegel ordentlich erſcheinen, wenn das Auge ſeine Stelle in der Axe des Kegels hat. Wären um den Spiegel herum in dem Ringe zwiſchen den Kreiſen, wozu die Halbmeſſer CB, CG, gehören, reguläre Bilder gezeichnet, ſo würden ſie im Spiegel aus O geſehen verzerrt erſcheinen. Was in der Nähe des äuſſerſten Umfanges GV des Ringes liegt, erſcheint in der Nähe des Mittelpuncts C der Grundfläche am engſten zuſammen gezogen: das übrige erſcheint innerhalb des Spiegels deſto näher beym Umfang ſeiner Grundfläche, und zugleich deſto weniger verkleinert, je näher es im Ringe eben dieſem Umfange der Grundfläche als der innern Gränze des Ringes liegt. Wie alſo im Ringe um den Spiegel verzerrte Bilder gemahlt werden können, die aus O im Spiegel geſehen wie reguläre Bilder erſcheinen, läßt ſich ſo überſehen.

73. §.

Im Kreiſe innerhalb des Ringes zeichne man die Figur des Bildes ſo, wie ſie im Spiegel erſcheinen

ſoll.

ſoll. Die Fläche des Kreiſes theile man durch concentriſche Kreiſe in gleich breite Ringe, und zugleich durch ſoviele Halbmeſſer, als man nöthig findet, in gleich groſſe Ausſchnitte: ſo iſt die ganze Kreisfläche wie ein Netz eingetheilt, und jeder Sector ſo wie es die 69ſte Figur vorſtellet. Für die Puncte α, β, γ, 69
als reducirte Bilder betrachtet, ſuche man dem 71 §. Fig.
gemäß die dazu gehörigen Puncte a, b, c, die aus O im Spiegel betrachtet in α, β, γ, erſcheinen müſſen; ſo kann man auch die Fläche des Ringes um den Spiegel durch concentriſche Kreiſe eintheilen, die durch a, b, c, laufen, und alle Halbmeſſer bis an den äuſſern Umfang des Ringes verlängern. Auf ſolche Art wird die Fläche des Ringes ebenfalls wie ein Netz eingetheilt. Was nun vom Bilde im Viereck Bα liegt, muß im Ringe das Viereck Ba füllen, und in demſelben die umgekehrte Lage erhalten. Eben ſo muß das, was vom Bilde die Vierecke $\delta\beta$, $\beta\varepsilon$, und zuletzt den Raum des kleinen Sectors C$\varepsilon\gamma$ einnimmt, im Bilde die Räume der Vierecke db, be, und GecV in umgekehrter Lage einnehmen.

74. §.

In der Ebene der Grundfläche AMaQ eines cy- 70
lindriſchen Spiegels ABba ſey die grade Linie DE ge- Fig.
zogen, welche mit dem Umkreiſe der Grundfläche in D zuſammen ſtößt, und DG ſey die Seitenlinie des Cylinders, welche durch D gehet: ſo wirft jeder in DE liegende ſtrahlende Punct auch Licht auf DG. Wenn alsdenn DH in der Ebene der Grundfläche ihren Umkreis berührt, ſo berührt die Ebene GDH die Cylinderfläche, und von DG ſtrahlt das Licht ſo zurück, wie es von GDH, wenn dieſe Ebene ein

Spie-

Spiegel wäre, zurück ſtrahlen würde. Dieſer ebene Spiegel iſt auf der Ebene der Grundfläche des Cylinders ſenkrecht, weil DG darauf ſenkrecht iſt, (286 §. Geom.) alſo iſt HDE der graden Linie DE Neigungswinkel gegen den ebenen Spiegel GDH. (292. §. Geom.) In der Ebene dieſes Neigungswinkels HDE liegt das Bild D*e* von DE, deſſen Lage und Gröſſe gefunden iſt, wenn man den Winkel HD*e* = HDE, und D*e* = DE macht. (40. §.) Alle von DG zurückgehende Strahlen, die ihre Zerſtreuungspuncte in D*e* haben, liegen in der Ebene GD*e*, alſo muß auch das Auge O ſeine Stelle in dieſer Ebene haben, wenn es das Bild D*e* ſehen ſoll.

75. §.

70 Fig. Es ſey alſo die Stelle O des Auges in der Ebene GD*e* befindlich, und OR ſey auf der Ebene der Grundfläche ſenkrecht, ſo liegt auch OR in der Ebene GD*e*, (288. §. Geom.) und OR iſt mit des Cylinders Axe CK und mit DG parallel. (279. §. Geom.) Die Ebenen ORCK, ORDG ſind auf der Grundfläche ſenkrecht, (286. §. Geom.) und CRD iſt ihr Neigungswinkel gegen einander. Wenn dieſer Winkel wächſt, alſo R*e* in die Lage R*p* kommt, und R*p* den Umkreis der Grundfläche in M ſchneidet; ſo rückt die Tangente DH in die Lage MN, und M*p* iſt ein Bild von MP, wenn man NMP = NM*p*, und MP = M*p* nimmt. Das Stück von der Ebene der Grundfläche, was zwiſchen AF, MP, und dem Bogen AM liegt, bildet ſich ſolchergeſtalt hinter der Spiegelfläche zwiſchen A*f* und M*p* ab: und wenn das Auge in der graden Linie RO, die auf der Ebene der Grundfläche ſenkrecht iſt, ſeine Stelle behält, ſo kommt es auf die

die Höhe deſſelben über der Ebene der Grundfläche an, wieviel es von dem Bilde hinter dem Spiegel überſiehet.

Wenn man ſich den auf Af oder RC ſenkrechten Schnitt QSTX des Cylinders als eine perſpectiviſche Tafel vorſtellet, welche die vom Auge O nach den Bildern f, e, p, gezogenen Geſichtsſtrahlen in φ, ε, π, ſchneidet, und deren Grundlinie QX von Rf, Re, Rp, in α, β, γ, geſchnitten wird, ſo ſind $\alpha\varphi$, $\beta\varepsilon$, $\gamma\pi$, die Projectionen von αf, βe, γp, auf der Tafel, und dem Auge in O erſcheinen dieſe Projectionen eben ſo, wie die Bilder ſelbſt. Wenn der Cylinder vertical ſteht, ſo iſt dieſe Tafel QSTX ebenfalls vertical, und man kann φ, ε, π, die auf die Tafel reducirten Bilder von F, E, P, nennen. Nimmt man $Ag = A\alpha$, $Dh = D\beta$, $Mk = M\gamma$, ſo ſind $A\alpha$, $D\beta$, $M\gamma$ Bilder von Ag, Dh, Mk, und αf, βe, γp Bilder von gF, hE, kP, alſo $\alpha\varphi$, $\beta\varepsilon$, $\gamma\pi$ die auf die Tafel QSTX reducirten Bilder von gF, hE, kP.

Bilder, die innerhalb des Raums FAMP ſo gezeichnet wären, wie die abgebildeten Sachen natürlich ausſehen, müſſen im cylindriſchen Spiegel aus der Stelle O geſehen enger zuſammen gezogen und verzerrt erſcheinen: alſo muß es möglich ſeyn, innerhalb des Raums FAMP verzerrte Bilder zu zeichnen, die aus der Stelle O im Spiegel geſehen die abgebildeten Sachen in ihrer natürlichen Geſtalt darſtellen.

76. §.

Weil der Vorausſetzung gemäß die Tafel QSTX 70
auf RC in α ſenkrecht iſt, ſo iſt $\alpha\varphi$ die Verticallinie Fig.
des Auges, und α der Fußpunct des Auges auf der

Tafel:

Tafel: (5. §. Perſp.) auch iſt $R\alpha = D$ die Entfernung des Auges von der Tafel. Für jedes andre auf die Tafel reducirte Bild $\beta\varepsilon$, das von der Verticalfläche des Auges um den Abſtand $\alpha\beta = \Delta$ entfernt iſt, hat man $R\beta = \sqrt{(D^2 + \Delta^2)}$. Nimmt man βe für eine im Horizont liegende Vertiefung, die gegen die Tafel unter dem Winkel $Q\beta e = \eta$ geneigt iſt, ſo iſt $\beta\varepsilon$ die dazu gehörige perſpectiviſche Vertiefung, und man könnte die Aufgabe aus dem 29. §. der Perſpectiv anwenden, um $\beta\varepsilon$ aus βe, oder umgekehrt βe aus $\beta\varepsilon$ zu finden. Zeichnet man hier auf der Tafel den Augenpunct, durch denſelben die Horizontallinie des Auges, und verlängert $\beta\varepsilon$ bis an dieſe Horizontallinie, ſo wird das die Linie, welche im 29. §. AP war, und ſelbige wird hier $= RO = a$. Was dort $D \operatorname{coſec} \eta$ war, iſt hier $R\beta$, alſo erhält man

$$\beta\varepsilon = \frac{a \cdot \beta e}{R\beta + \beta e},$$

und in dieſem beſondern Fall ergiebt ſich auch die Proportion $R\beta + \beta e : a = \beta e : \beta\varepsilon$, oder $R\beta + \beta e : \beta e = a : \beta\varepsilon$, von ſelbſt aus Betrachtung der Figur: mithin iſt auch $R\beta : \beta e = a - \beta\varepsilon : \beta\varepsilon$. (164. §. Geom.) Wäre auf der Tafel das reducirte Bild $\beta\varepsilon = x$ gegeben, ſo hätte man die Länge des in der wagrechten Grundfläche liegenden Bildes βe vermittelſt der Proportion $a - x : x = R\beta : \beta e$.

77. §.

70 Fig. Ein Rechteck wie $\alpha\beta\varepsilon\varphi$ auf der Tafel QSTX iſt die Projection eines Trapezii $\alpha\beta e f$, wovon die in der Grundlinie der Tafel liegende Seite $\alpha\beta$ mit der gegenüberſtehenden parallel iſt, die beyden übrigen αf, βe, aber in R zuſammen laufen. Eben ſo iſt das

Recht-

Rechteck *βγπε* die Projection des Trapezii *βγpe*. Umgekehrt aber können auch Figuren in der horizontalen Grundfläche als Projectionen ihrer in der Tafel liegenden Bilder, mithin das Trapezium *βγpe* als die Projection des Rechteckes *βγπε* angeſehen werden. Wäre in O ein leuchtender Punct, und *βγπε* ein undurchſichtiges verticalſtehendes Rechteck; ſo wäre *βγpe* der auf den Horizont projicirte Schatten deſſelben. Jedes Rechteck auf der Tafel, wenn es zwey horizontale, alſo auch zwey verticale Seiten hat, projicirt ſich in ein horizontales Trapezium, das zwo mit der Tafel parallele und zwo in R zuſammen laufende Seiten hat. Iſt die Tafel ſelbſt ein vertical ſtehendes Rechteck, ſo zeichnet man leicht ihre horizontale Projection; und wenn ſie überdem durch horizontale und verticale Linien in ſoviele kleinere Rechtecke, als man will, wie ein Netz getheilt iſt, wovon *βδηγ*, *δζϑη*, *ζεπϑ*, drey über einander ſtehende vorſtellen; ſo zeichnet man eben ſo leicht in der horizontalen Grundfläche die Projectionen aller dieſer Rechtecke, ſo wie hier *βdcγ*, *cdmn*, *mepn*, die Projectionen der eben erwehnten Rechtecke vorſtellen.

Wenn nun auf der Tafel QSTX ein Bild einer Sache in ihrer natürlichen Geſtalt gezeichnet iſt, ſo müſte was vom Bilde die Räume der Rechtecke *γβδη*, *δζϑη*, *ζεπϑ*, füllet, auf der horizontalen Grundfläche in den Räumen der Trapezien *γβdc*, *cdmn*, *mepn* verbreitet ſeyn, wenn es ohne Spiegel dem Auge in O ſo wie das Bild auf der lothrecht ſtehenden Tafel erſcheinen ſollte. Nimmt man alsdenn ferner D*h*, *hr*, *ru*, *u*E, nach der Ordnung ſo groß, als D*β*, *βd*, *dm*, *me*, und M*k*, *ks*, *st*, *t*P, nach der Ordnung ſo groß, als M*γ*, *γc*, *cn*, *np*; ſo ſind *rhks*, *urst*,

urst, E*ut*P, die Figuren, welche im Spiegel wie die Trapezien $c\gamma\beta d$, *cdmn*, *mepn*, erſcheinen. Demnach müſſen die Theile des regulären Bildes, welche auf der Tafel die Rechtecke $\beta\delta\eta\gamma$, $\delta\zeta\vartheta\eta$, $\zeta\epsilon\pi\vartheta$, einnehmen, in der horizontalen Grundfläche durch die Räume *rhks*, *urst*, E*ut*P vertheilt werden. Wird eben ſo mit dem ganzen regulären Bilde verfahren, ſo ergiebt ſich vor dem Spiegel in der horizontalen Grundfläche ein verzerrtes Bild, das im Spiegel aus O geſehen in der natürlichen Geſtalt erſcheint.

Der V. Abſchnitt.

Von den Geſetzen der Brechung des Lichts in ebenen Flächen, als den Gründen der Dioptrik.

78. §.

71 Fig. Ein Gefäß, das die Geſtalt eines rechtwinklichten Parallelepipedi hat, wie ABCD, ſey dem Sonnenlicht ſo ausgeſetzt, daß eine von den Seitenflächen AHGD, wenn die Grundfläche AB wagrecht ſtehet, der Sonne grade zugekehrt ſey, damit ihr Schatten AEKH ganz innerhalb des Gefäſſes falle: ſo kann man die Länge AE = HK des Schattens meſſen, und alsdenn aus den bekannten Seiten AE, AD des bey A rechtwinklichten Dreyecks die beyden ſpitzen Winkel finden. Wenn man hiernächſt das Gefäß mit Waſſer füllet, ſo hat ſolches den Erfolg, daß der Schatten, wenn die Sonne durchs Waſſer, nachdem es

im Gefäß ruhig geworden iſt, hinein ſcheint, um ein anſehnliches kürzer als zuvor ausfällt, und nur bis an FL reicht. Eine ähnliche Erſcheinung nimmt man wahr, wenn ABCD ein aus reinem hellen Glaſe verfertigtes Parallelepipedum iſt, und auswärts an der Seitenfläche AG ein undurchſichtiges aus Holz oder Metall verfertigtes mit der Seitenfläche AG gleich hohes Rechteck lothrecht über AH geſtellet wird. Der Schatten von dieſem Rechteck, wenn es über AH lothrecht ſteht, und das gläſerne Parallelepipedum weggenommen iſt, wird kürzer, wenn daſſelbe über AB wieder ſo hingeſtellet wird, daß eine Seitenfläche deſſelben an das undurchſichtige Rechteck anſchließt. Aus dieſer Erfahrung läßt ſich die Folge ziehen, daß die von der Sonne kommenden und in paralleler Lage auffallenden Strahlen SD, SG, da wo ſie die Fläche des Waſſers oder des Glaſes in D und G treffen, gebrochen werden, und im Waſſer oder Glaſe die Richtung DF, GL, annehmen.

79. §.

Weil die Ebenen AB, CD, wagrecht angenommen werden, und AD alsdenn lothrecht ſteht; ſo iſt AD nach P verlängert, für den einfallenden Strahl SD das Einfallsloth, wie bey der Zurückwerfung, (34. §.) CD heißt in Rückſicht auf dieſen Erfolg die **brechende Fläche**, und PDS = ADE der **Neigungswinkel**. In der Ebene dieſes Neigungswinkels liegt auch der gebrochene Strahl DF, wie man am deutlichſten wahrnimmt, wenn das Parallelepipedum aus Glaſe beſteht, und die Ebene ADGH dunkel iſt. Alsdenn iſt AE der Schatten von AD, wenn der Strahl ungebrochen durch die Luft gehet, 71 Fig.

AF aber der Schatten, wenn der Strahl gebrochen durchs Glas gehet, und die drey Puncte A, F, E, liegen in grader Linie, mithin DA, DF, DE, in einerley Ebene. Der Winkel ADF des gebrochenen Strahls mit dem Einfallsloth heißt der **gebrochene Winkel**, der Winkel des gebrochenen Strahls mit dem einfallenden aber der **Brechungswinkel**, und beyde liegen mit dem Neigungswinkel PDS = ADE in einerley **Brechungsebene**.

80. §.

Wenn die brechende Fläche krumm iſt, ſo muß man ſich eine Ebene vorſtellen, welche dieſe brechende Fläche da, wo der Strahl auffällt, berührt: auf dieſer iſt alsdenn das Einfallsloth ſenkrecht, weil ein Element der krummen Fläche an dieſer Stelle zugleich als ein Element der berührenden Ebene zu betrachten iſt. Eben deßwegen muß der Strahl, wenn er auf das Element fällt, wo die ebene Fläche und die krumme brechende Fläche einander berühren, eben die Brechung leiden, die er litte, wenn es ein Element der ebenen Fläche wäre. Die Brechung ſowohl, als die Zurückwerfung richtet ſich blos nach dieſer Stelle, und würde ungeändert bleiben, wenn ſich gleich die übrige Geſtalt der brechenden oder zurückwerfenden Fläche änderte.

81. §.

71 Fig. Bey verſchiedenen Sonnenhöhen iſt zwar der Neigungswinkel PDS = ADE als die Ergänzung der Höhe der Sonne zu 90° ebenfalls verſchieden: man kann aber AD, AE, AF, meſſen, und daraus in jedem beſondern Fall den Neigungswinkel ADE

mit

mit dem dazu gehörigen gebrochenen Winkel ADF finden. Mehrmahls wiederhohlte Verſuche haben gelehret, daß die Sinus dieſer **Winkel, wenn die brechende Maſſe dieſelbe bleibt, in einerley Verhältniß bleiben**, wie ſich auch die Höhe der Sonne, und mit ihr der Neigungswinkel ADE ändert. Beym Glaſe findet man allemahl ſin ADE : ſin ADF = 3 : 2, oder noch genauer = 31 : 20, und beym Waſſer ſin ADE : ſin ADF = 4 : 3, oder genauer = 529 : 396 = 1000 : 748. Man nennt dies Verhältniß vom Sinus des Neigungswinkels zum Sinus des gebrochenen Winkels **das Verhältniß der Refraction**. Daſſelbe iſt bey einerley brechenden Maſſe einerley, bey verſchiedenen brechenden Maſſen aber verſchieden. Je kleiner indeſſen der Neigungswinkel iſt, deſto kleiner iſt allemahl der gebrochene Winkel, und mit jenem verſchwindet auch dieſer. **In jeder brechenden Maſſe geht alſo der ſenkrecht auffallende Strahl ungebrochen durch.**

82. §.

Ueberhaupt behält ein Lichtſtrahl nur ſo lange ſeine gradlinichte Richtung, als er ſich in einerley durchſichtigen Maſſe von einerley gleichförmigen Dichtigkeit befindet: er wird auch alsdenn gebrochen, wenn er aus der dichtern Maſſe in eine dünnere übergeht, und die Fläche, worin beyde Maſſen an einander gränzen, iſt alsdenn wiederum die brechende Fläche. Wenn man einen Sonnenſtrahl SD durch eine kleine Oeſnung in ein finſteres Zimmer fallen läßt, worin man das gläſerne Parallelepipedum AC dem einfallenden Sonnenlicht ausgeſetzt und ſo befeſtiget hat, daß die horizontal liegende Grundfläche AB, wenig- 71 Fig.

ſtens in der Gegend F, nicht auf einem undurchſichtigen Boden liegt; ſo geht der Strahl DF bey F aus dem Glaſe wieder in die Luft, allein nicht nach der Richtung FM mit DF in grader Linie, ſondern nach einer ſolchen Richtung FN, die mit dem einfallenden Strahl SD parallel iſt. Weil man im finſtern Zimmer nicht allein die Stellen D und F, ſondern auch die Wege der Strahlen SD und FN ganz deutlich wahrnehmen kann, ſo giebt es mehr als ein Mittel, ſich von der parallelen Lage der Strahlen SD und FN zu verſichern. Nun ſey FQ für den einfallenden Strahl DF das Einfallsloth, ſo iſt vermöge der Beobachtung QFN = ADE, ſo wie QFM = ADF wäre. Hat man alsdenn $\sin ADE = \frac{m}{n} \sin ADF$ befunden, ſo iſt auch $\sin QFN = \frac{m}{n} \sin QFM$: demnach iſt wenigſtens beym Glaſe, wenn der Strahl aus Glas in Luft gehet, **das Verhältniß der Refraction in umgekehrter Ordnung daſſelbe, was man findet, wenn der Strahl aus der Luft ins Glas fällt.**

Verſuche mit andern brechenden Maſſen haben gelehrt, daß es damit eine ähnliche Bewandniß habe. **Beym Uebergang des Lichts aus der dünnern Maſſe** in die **dichtere** iſt allemahl der gebrochene Winkel kleiner, als der Neigungswinkel, und umgekehrt: beym **Uebergange des Lichts aus der dichtern Maſſe** in die **dünnere** iſt der gebrochene Winkel gröſſer, als der Neigungswinkel. Wenn in beyden Fällen die Maſſen einerley ſind; ſo iſt das Verhältniß der Refraction im letzten Fall in umgekehrter Ordnung einerley mit dem Verhältniß der Refraction für den erſten Fall.

Das

Das optiſche Geſetz von der gradlinichten Ausbreitung des Lichts war zwar den alten griechiſchen Geometern bekannt, allein das Geſetz der Strahlenbrechung iſt allererſt in der erſten Hälfte des vorigen Jahrhunderts vom **Willebrordus Snellius** entdeckt, nachher vom **Carteſius** weiter bekannt gemacht, und bequemer durch das Verhältniß der Sinus ausgedrückt worden, wovon man Hrn. **Prieſtleys** Geſchichte der Optik vom Hrn. **Klügel** überſetzt, die 1 Periode, 6 und 7 S. nachſehen kann.

83. §.

Aus P fällt ein Lichtſtrahl PM auf die brechende Ebene BC, und PA iſt auf BC lothrecht: das Verhältniß der Refraction iſt gegeben, man ſoll den Punct Π finden, worin der gebrochene Strahl MN das Neigungsloth PA ſchneidet. 72 Fig.

Aufl. Man ziehe das Einfallsloth DE durch M auf BC ſenkrecht, ſo iſt die Ebene der Parallellinien AP, DE, die Brechungsebene, und AM ihre Durchſchnittslinie mit der brechenden Fläche BC. Wird nun der Strahl PM aus der Lage MF in die Lage MN gebrochen, ſo liegen MF und MN in der Brechungsebene AMDP. Das Verhältniß der Refraction ſey $= \mu : 1$, und die Winkel EMF = DMP = APM $= \alpha$, EMN = DMΠ = AΠM $= \beta$, ſo iſt $\sin\alpha : \sin\beta = \mu : 1$. Ferner ſey AP $= \delta$, AM $= z$; ſo iſt PM $= \sqrt{(\delta^2 + z^2)}$, und im Dreyeck PMΠ hat man $\Pi M = \frac{PM \sin\alpha}{\sin\beta}$, alſo $\Pi M = \mu \sqrt{(\delta^2 + z^2)}$. Im rechtwinklichten Dreyeck AΠM

iſt alsdenn die Hypothenuſe ΠM gefunden und die Seite AM = z gegeben: alſo findet man AΠ = $\sqrt{(\mu^2(\delta^2+z^2)-z^2)} = \sqrt{(\mu^2\delta^2+(\mu^2-1)z^2)}$, oder AΠ = $\mu\delta\sqrt{\left(1+\frac{\mu^2-1}{\mu^2}\cdot\frac{z^2}{\delta^2}\right)}$.

Alle dieſe Schlüſſe können auch auf den Fall angewandt werden, welchen die 73ſte Figur vorſtellet, wobey angenommen iſt, daß der Strahl aus einer dichtern Maſſe in eine dünnere übergehe, da dann EMF < EMN mithin $\mu < 1$ iſt. Die gefundene Formul läßt ſich alsdenn auch ſo ausdrücken AΠ = $\mu\delta\sqrt{\left(1-\frac{1-\mu^2}{\mu^2}\cdot\frac{z^2}{\delta^2}\right)}$.

84. §.

72 Fig. Man betrachte alſo zuerſt den Fall, wenn der Strahl aus der dünnern Maſſe in eine dichtere fällt, da dann $\mu > 1$ iſt: alsdenn hat man allemahl AΠ $> \mu\delta$. Wenn aber z abnimmt, ſo nähert ſich AΠ dem Werth $\mu\delta = \frac{\delta \sin\alpha}{\sin\beta}$, und für ſolche Werthe von z, wie Am, die in Vergleichung mit AP ſehr klein ſind, iſt beynahe unverändert AΠ = $\mu\delta$. Man nehme Ap = $\mu\delta$, ſo haben die auf Am ſehr nahe bey PA auffallenden Strahlen nach der Brechung eine ſolche Lage, als kämen ſie von p her, und p iſt ein Bild von P. Dem Auge O, welches in der Nähe der Axe PA ſeine Stelle hätte, würde der Punct P in p zu ſtehen ſcheinen, und die Refraction verurſachet, daß P von der brechenden Fläche weiter als um den Abſtand AP entfernt zu ſeyn ſcheint.

In dem andern Fall, wenn der Strahl aus der dichtern Maſſe in eine dünnere hinüber geht, iſt 73 Fig.

$\mu < 1$, und $A\Pi = \mu\delta \sqrt{\left(1 - \frac{1-\mu^2}{\mu^2} \cdot \frac{z^2}{\delta^2}\right)}$ iſt

kleiner als $\mu\delta$; jedoch wiederum ſehr nahe $A\Pi = \mu\delta$, wenn ſtatt z ſolche Werthe Am angenommen werden, die in Vergleichung mit AP ſehr klein ſind. Wenn alſo wiederum $Ap = \mu\delta$ genommen wird, ſo iſt wie vorhin p ein Bild von P, aber die Refraction verurſachet nun, daß P von der brechenden Fläche nicht ſo weit, als um den wirklichen Abſtand AP entfernt zu ſeyn ſcheint, wenn das Auge O in der Nähe der Axe AP ſeine Stelle hat.

Von jedem Punct einer ſichtbaren Sache, die ſich in der Gegend P befindet, gilt das, was von einem in P befindlichen Punct, und deſſen Bilde p bewieſen iſt. Alle Bilder p zuſammen machen das Bild der ganzen ſichtbaren Sache aus, das die Refraction von der brechenden Fläche entfernt, oder derſelben näher rückt, als die Sache ſelbſt davon entfernt iſt, nachdem das Auge ſich im dichtern oder dünnern Mittel befindet.

85. §.

In beyden Fällen wächſt $A\Pi$, wenn δ wächſt, 72
und die Vorausſetzung $\delta = \infty$ giebt auch $A\Pi$ unend- 73
lich groß, wie der Natur der Sache gemäß iſt, weil Fig.
nun alle aus P kommende Strahlen mit PA parallel alſo ſenkrecht auf BC fallen, mithin ungebrochen durchgehen, und auch nach der Brechung die Axe AP nicht ſchneiden. Für einen Strahl, der wie QM in einer ſolchen Lage auf die brechende Ebene BC fällt,

daß derſelbe verlängert hinter der brechenden Ebene die Axe AP in P′ ſchneidet, iſt AP′ was vorhin AP = δ war, nur mit entgegen geſetzter Lage. Wenn alsdenn der gebrochene Strahl die Axe in Π′ ſchneidet, ſo wird AΠ′ gefunden, wenn man in der allgemeinen Formul des 83. §. die Entfernung δ negativ annimmt, und man erhält

$$A\Pi' = -\mu\delta\sqrt{\left(1 + \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} \cdot \frac{z^2}{\delta^2}\right)}.$$

Für alle Strahlen, die ſehr nahe bey der Axe in der Lage auffallen, daß ſie, ohne eine Brechung erlitten zu haben, in einem Punct P′ der Axe hinter der brechenden Ebene BC zuſammen laufen würden, giebt es demnach einen Sammlungspunct in p', wenn man $Ap' = -\mu\delta$ annimmt. Derſelbe liegt weiter entfernt von der brechenden Ebene, oder ihr näher als P′, nachdem der Strahl aus der dünnern Maſſe in eine dichtere, oder aus der dichtern in eine dünnere übergeht.

86. §.

74 Fig. Wenn aus P ein Paar Strahlen PM, PN, auf die brechende Ebene AB fallen, und die gebrochenen Strahlen Mμ, Mν, gehörig verlängert einander in Q ſchneiden, MN aber ſehr klein iſt; ſo laufen die in derſelben Brechungsebene MPN zwiſchen M und N auffallenden Strahlen nach ihrer Brechung ebenfalls ſehr nahe in Q zuſammen, und machen daſelbſt ein Bild von P. Für gröſſere oder kleinere Entfernungen AM von dem Neigungsloth AP aber hat das Bild Q eine andre Stelle. Es giebt hier eine Reihe ſolcher Bilder Q auf ähnliche Art, wie ſie das vom

ſphä-

ſphäriſchen Spiegel zurück geworfene Licht verurſachte, und die Linie, worin alle dieſe Bilder liegen, heißt hier die dioptriſche Brennlinie (cauſtica per refractionem auch diacauſtica).

In der brechenden Ebene ſtelle man ſich ein Paar mit den Halbmeſſern AM, AN, aus A beſchriebene Kreiſe vor, wovon M*m*, N*n*, ein Paar ſehr kleine Bogen ſind: ſo erhellet, daß die auf das kleine Stück M*mn*N der brechenden Ebene fallenden Strahlen nach der Brechung nicht einerley Zerſtreuungspunct haben. Zu den auf den Bogen M*m* fallenden Strahlen gehört der Zerſtreuungspunct Π, und zu den auf das ſehr kleine Stück MN des Halbmeſſers fallenden Strahlen aber der Zerſtreuungspunct Q. Daher kommt es, daß ein Auge in der Gegend O auf ähnliche Art, wie beym erhabenen ſphäriſchen Spiegel, zwey verſchiedene Bilder von P ſiehet, das eine in Π, das andre in Q. In den meiſten Fällen vermiſcht ſich das Licht von beyden Bildern, und das Auge ſieht nur ein einziges wiewohl etwas undeutliches Bild.

Mit Strahlen, die ſo auffallen, daß ſie hinter der brechenden Ebene in einerley Punct zuſammen laufen würden, hat es eine ähnliche Bewandniß nach der Brechung. Diejenigen, welche in einerley Brechungsebene auffallen, machen ebenfalls eine Reihe von Bildern, welche nun Sammlungspuncte ſind, und die Linie, worin alle dieſe Puncte liegen, iſt eine wirkliche phyſiſche Brennlinie. In jenem Fall, wenn die auffallenden Strahlen aus einem Zerſtreuungspunct kommen, ſind die Bilder ebenfalls Zerſtreuungspuncte, und die Brennlinie iſt nur geometriſch, nicht phyſiſch.

87. §.

Beym Uebergang aus einer dünnern Maſſe in eine dichtere wird jeder Lichtſtrahl, der in ſchiefer Lage auffällt, gebrochen, und die Brechung würde am ſtärkſten ausfallen, wenn ſein Neigungswinkel gegen die brechende Fläche = o, und ſein Winkel mit dem Einfallsloth ein rechter Winkel würde. Wenn überhaupt das Verhältniß der Refraction $= \mu : 1$, und der Neigungswinkel $= \alpha$, der gebrochene Winkel $= \beta$ angenommen wird; ſo iſt $\sin \beta = \frac{1}{\mu} \sin \alpha$. Beym Uebergang des Strahls aus der dünnern Maſſe in die dichtere iſt $\mu > 1$, alſo $\frac{1}{\mu} \sin \alpha$ allemahl ein möglicher Sinus, der nie gröſſer als $\frac{1}{\mu}$ wird, auch wenn α ein rechter Winkel würde. Weil jedoch in dem Fall $\alpha = 90°$ der Strahl gar nicht in die Maſſe eindringt, ſo erfolgt alsdenn keine Brechung mehr. Dagegen iſt beym Uebergange des Strahls aus der dichtern Maſſe in die dünnere allemahl $\mu < 1$, mithin wird die Brechung unmöglich, wenn $\frac{1}{\mu} \sin \alpha > 1$, alſo $\sin \alpha > \mu$ wird: die Brechung verwandelt ſich alsdenn in eine Zurückſtrahlung.

Für Glas und Luft iſt $\mu = \frac{20}{31}$, alſo kann der Strahl nur ſo lange aus dem Glaſe in die Luft fallen, bis $\sin \alpha = \frac{20}{31}$ wird, oder $\sin \alpha = 0{,}6451613$. Demnach muß der Winkel des einfallenden Strahls mit dem Einfallsloth nicht über $40° \, 10\frac{2}{3}'$, und ſeine Neigung gegen die brechende Fläche nicht unter

49°

$49° 49\frac{1}{3}$ betragen, wenn der Strahl noch aus dem Glaſe in die Luft gehen, und nicht ſtatt der Brechung eine Zurückwerfung erfolgen ſoll.

88. §.

Wenn ein Lichtſtrahl nach und nach durch mehrere an Dichtigkeit verſchiedene durchſichtige Maſſen geht, die insgeſammt durch ebene und parallele Flächen von einander abgeſondert ſind, zuletzt aber in eine Maſſe kommt, die mit derjenigen von einerley Art iſt, aus welcher er auf die erſte brechende Ebene fiel; ſo iſt vermöge der Erfahrung der zum letztenmahl gebrochene Strahl mit dem auf die erſte brechende Ebene einfallenden parallel.

Zwiſchen dreyen ebenen und parallelen Flächen 75
RS, TV, XY, befinde ſich in dem Raum β Waſſer, Fig.
in dem Raum γ Glas, oben und unten in α aber Luft; auf RS falle ein Strahl AB, der im Waſſer aus der Lage BM in BC, im Glaſe aus CN in CD gebrochen wird, und in der Luft wieder von D nach E gehet: ſo iſt DE mit AB parallel, und der letzte gebrochene Winkel KDE dem erſten Neigungswinkel PBA gleich. Wenn der Boden des Gefäſſes ABCD 71
eine ebene Glastafel mit zwoen oben und unten ein- Fig.
ander genau parallelen Seitenflächen iſt; wenn ferner der Boden wagrecht, und in das Gefäß Waſſer gegoſſen iſt, deſſen obere Fläche, ſobald es ruhig geworden, gleichfalls eine ebene wagrechte Fläche abgiebt: ſo kann man im finſtern Zimmer einen Sonnenſtrahl von oben herab durchfallen laſſen. Auch kann man den ins Zimmer fallenden Strahl mit einem ebenen Spiegel auffangen, und den zurückgeworfenen Strahl von unten hinauf durch den gläſer-

nen

nen Boden, und ſoweiter durch Waſſer gehen laſſen. Man findet alsdenn allemahl den nach der dritten Brechung wieder in die Luft gehenden mit dem aus der Luft zuerſt einfallenden Strahl parallel.

Die allgemeine Richtigkeit des Satzes beſtätiget ſich übrigens dadurch, daß die Folgen, welche richtig daraus geſchloſſen werden, insgeſammt mit dem, was die Erfahrung lehrt, übereinſtimmen.

89. §.

In eben dem Fall, wenn ein Lichtſtrahl nach und nach durch mehrere, zwiſchen ebenen und parallelen Flächen liegende, an Dichtigkeit unterſchiedene durchſichtige Maſſen geht, iſt das Verhältniß der Refraction für die erſte und letzte Maſſe, wenn nemlich der Strahl unmittelbar aus der erſten in die letzte fiele, zuſammen geſetzt aus den Verhältniſſen der Refraction für jedes Paar dieſer Maſſen, wie ſie in der Ordnung von der erſten bis zur letzten folgen.

76 Fig. Beweis. Wenn α, β, γ, δ, dergleichen Maſſen, und für jedes Paar, wie ſie nach der Ordnung folgen, $m:n$, $p:q$, $r:s$, die Verhältniſſe der Refraction ſind; wenn ferner der aus α in β fallende Strahl AB in BC, der bey C in γ gehende Strahl in CD, der bey D wieder in δ fallende Strahl in DE gebrochen wird, und PQ, pq, Πr, an dieſen Stellen die Einfallslothe ſind; ſo hat man $\sin QBC = \frac{n}{m} \sin PBA$ $= \sin pCB$; $\sin qCD = \frac{q}{p} . \sin pCB = \frac{q}{p} . \frac{n}{m}$

. ſin

. ſin PBA = ſin ΠDC; ſin rDE = $\frac{s}{r}$. ſin ΠDC $= \frac{s}{r} \cdot \frac{q}{p} \cdot \frac{n}{m}$ ſin PBA = ſin πED. Wenn nun unter δ die Maſſe α wieder befindlich iſt, und in derſelben der Strahl nach der letzten Brechung bey E die Lage EF erhält; ſo iſt EF mit AB parallel, (88. §.) und sEF = PBA. Das Verhältniß der Refraction für die Maſſen α und δ, wenn nemlich der Strahl unmittelbar aus α in δ fiele, ſey M : N; ſo iſt ſin $s\mathrm{EF} = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}}$. ſin $\pi\mathrm{ED} = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}} \cdot \frac{s}{r} \cdot \frac{q}{p} \cdot \frac{n}{m}$ ſin PBA.

Weil ferner sEF = PBA wird, ſo erhält man $\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}} = \frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q} \cdot \frac{r}{s}$, oder $\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}} \cdot \frac{s}{r} \cdot \frac{q}{p} \cdot \frac{n}{m} = 1$, alſo M : N = $m \cdot p \cdot r : n \cdot q \cdot s$. Dieſemnach iſt das Verhältniß M : N aus den Verhältniſſen $m : n$, $p : q$, $r : s$ zuſammen geſetzt. Wäre unter δ noch eine von α verſchiedene Maſſe ε befindlich, durch die der Strahl fallen müſte, bevor er wieder in die Maſſe α käme, ſo würde zu jenen Verhältniſſen der Refraction, aus welchen M : N zuſammen geſetzt iſt, noch das Verhältniß der Refraction für die Maſſen δ und ε, auch eben ſo für jede neue Maſſe noch ein ſolches Verhältniß der Refraction hinzukommen.

Dieſemnach kommt der zum letztenmahl gebrochene Strahl in einerley Lage, er mag aus der erſten Maſſe in die letzte durch mehrere dazwiſchen liegende Maſſen kommen, oder aus der erſten Maſſe unmittelbar

telbar in die letzte fallen. Auch kann das Verhältniß der Refraction für zwey Maſſen gefunden werden, wenn das Verhältniß der Refraction für jede dieſer Maſſen und eine und eben dieſelbe dritte bekannt iſt. Hat man das Verhältniß der Refraction für Waſſer und Luft = 3 : 4, für Luft und Glas wie 3 : 2, ſo iſt es für Waſſer und Glas = 9 : 8.

Der VI. Abſchnitt.

Die Strahlenbrechung, wenn das Licht durch ein Priſma fällt.

90. §.

77 Fig. Zwiſchen zwoen Ebenen *EF* und *EG*, die einander in *EH* ſchneiden, befindet ſich eine dichtere durchſichtige Maſſe, als auſſerhalb derſelben, woſelbſt ich hier Luft annehmen will, und auf eine dieſer Ebenen fällt ein Lichtſtrahl *AB*, der in der Ebene des Neigungswinkels beyder Ebenen *EF* und *EG* liegt: man ſucht die Lage des zum zweytenmahl gebrochenen wieder in die Luft gehenden Strahls.

Aufl. Eine Ebene durch B auf EH ſenkrecht iſt der Ebenen EF und EG Neigungsebene, darin der Vorausſetzung gemäß AB liegt, und in derſelben liegt zugleich das Neigungsloth PQ mit dem gebrochenen Strahl BC, der die Ebene EG in C trift, woſelbſt die zweyte Brechung ſo erfolgt, daß auch das Neigungsloth *pq*, und der zum zweytenmahl gebrochene

Strahl CD in derſelben Neigungsebene RES liegt. Nun ſey der Neigungswinkel PBA = α, der gebrochene Winkel QBC = β, das Verhältniß der Refraction $\sin\alpha : \sin\beta = \mu : 1$, alſo $\sin\beta = \frac{1}{\mu}\sin\alpha$. Ferner ſey beyder Ebenen Neigungswinkel BEC = ε, der zweyte Neigungswinkel pCB = γ, der zweyte gebrochene Winkel qCD = δ, ſo iſt bey C, wenn der Strahl aus der Maſſe zwiſchen beyden Ebenen wieder in die Luft geht, das Verhältniß der Refraction $\sin\gamma : \sin\delta = 1 : \mu$, und $\sin\delta = \mu \sin\gamma$. Im Viereck BMCE ſind bey B und C rechte Winkel; alſo iſt BMC = $180° - \varepsilon$, ferner pMB = ε, und $\gamma = \varepsilon - \beta$. Demnach findet man $\sin\delta = \mu \sin(\varepsilon - \beta) = \mu (\sin\varepsilon \cos\beta - \cos\varepsilon \sin\beta)$, oder $\sin\delta = \mu (\sin\varepsilon \sqrt{(1 - \sin\beta^2)} - \cos\varepsilon \sin\beta)$, und wenn $\frac{1}{\mu}\sin\alpha$ ſtatt $\sin\beta$ geſetzt wird, $\sin\delta = \mu \sin\varepsilon \sqrt{(1 - \frac{1}{\mu^2}\sin\alpha^2)} - \cos\varepsilon \sin\alpha$, oder auch $\sin\delta = \sin\varepsilon \sqrt{(\mu^2 - \sin\alpha^2)} - \cos\varepsilon \sin\alpha$.

Beyde der einfallende Strahl AB und der zum zweytenmahl gebrochene CD ſchneiden einander in N unter dem Winkel KND = NBC + NCB, und man hat NBC = $\alpha - \beta$, NCB = $\delta - \gamma$, alſo KND = $\alpha + \delta - (\beta + \gamma)$, oder KND = $\alpha + \delta - \varepsilon$, weil $\beta + \gamma = \varepsilon$ gefunden iſt. Aus der bekannten Lage des einfallenden Strahls AB iſt demnach die Lage des zum zweytenmahl gebrochenen vermittelſt des Winkels KND gegeben.

91. §.

Wenn man beyde Ebenen EF und EG mit einer dritten RFGS ſo ſchneidet, daß ſie mit der Durch- 77 Fig.

ſchnitts-

ſchnittslinie EH der beyden vorigen parallel liegt, ſo ſchlieſſen alle drey zuſammen einen dreyſeitigen priſmatiſchen Raum ein, die Ebene der Brechung KES iſt auf den Seitenlinien und Seitenflächen des Priſma ſenkrecht, und der Winkel ε zwiſchen den beyden brechenden Seitenflächen heißt alsdenn der **brechende Winkel** des Priſma. Wenn AB ein Sonnenſtrahl iſt, den man in ein finſteres Zimmer fallen läßt, ſo kann man ihn mit dem Priſma, wenn es aus Glas oder einer andern durchſichtigen Maſſe verfertiget iſt, in der Lage auffangen, daß die Seitenlinien des Priſma wagrecht und zugleich auf der Verticalfläche durch den Sonnenſtrahl ſenkrecht ſind; alsdenn iſt dieſe Verticalfläche die Ebene der Brechung. An beyden Enden, da wo das Priſma ſeine Grundflächen hätte, wird es mit cylindriſchen Zapfen verſehen, deren gemeinſchaftliche Axe mit den Seitenlinien des Priſma parallel iſt, damit man dieſe unterſtützen, und ſo das ganze Priſma um ſeine horizontale Axe umdrehen könne.

Wird der Strahl AB mit der Seitenfläche EF ſenkrecht aufgefangen, ſo iſt α und $\beta = 0$, alſo $\gamma = \varepsilon$ und $\sin\delta = \mu \sin\varepsilon$. Weil nun $\sin\delta$ nicht gröſſer als 1 werden kann, ſo wird erfodert, daß $\sin\varepsilon < \frac{1}{\mu}$ ſey, wenn der auf EF ſenkrecht fallende Strahl, der alſo durch EF ungebrochen durchgehet, in der Ebene EG gebrochen werden ſoll. Beym gläſernen Priſma muß alſo $\sin\varepsilon$ die Zahl $\frac{20}{31}$ nicht übertreffen, und der brechende Winkel ε nicht mehr als $40° \; 10\frac{2}{3}'$ faſſen: widrigenfalls wird das ſenkrecht auf EF fallende Licht nicht durchs Priſma hindurch wieder

wieder in die Luft gehen, ſondern von der Ebene EF nach dem innern des Priſma zurück geworfen werden.

92. §.

Weil β mit α wächſt, und $\sin\delta = \mu \sin(\varepsilon - \beta)$ gefunden iſt, ſo nimmt δ beſtändig ab, wenn α wächſt. Man ſetze KND $= \zeta$, ſo iſt $\zeta = \alpha + \delta - \varepsilon$, und die Aenderungen des Winkels ζ hängen von den Aenderungen beyder Winkel α und δ zugleich ab. So lange der Winkel α ſehr klein iſt, hat man beynahe $\sqrt{\left(1 - \frac{\sin\alpha^2}{\mu^2}\right)} = 1$, alſo beynahe $\sin\delta = \mu \sin\varepsilon - \cos\varepsilon \sin\alpha$. Ferner iſt bey eben der Vorausſetzung beynahe $\sin(\alpha + \delta) = \sin\alpha \cos\delta + \sin\delta$, weil ſehr nahe $\cos\alpha = 1$ bleibt, mithin $\sin(\alpha + \delta) = \mu \sin\varepsilon - \cos\varepsilon \sin\alpha + \cos\delta \sin\alpha$, oder $\sin(\alpha + \delta) = \mu \sin\varepsilon - (\cos\varepsilon - \cos\delta) \sin\alpha$. Weil nun $\sin\delta$ ſehr wenig von $\mu \sin\varepsilon$ verſchieden iſt, ſo lange α ſehr klein bleibt, ſo iſt $\delta > \varepsilon$, und $\cos\delta < \cos\varepsilon$, folglich $\sin(\alpha + \delta) < \mu \sin\varepsilon$, ſo lange α noch ein kleiner Winkel bleibt.

Daraus erhellet, daß $\alpha + \delta$, mithin auch $\alpha + \delta - \varepsilon = \zeta$ anfangs abnehme, wenn α von der Gränze 0 an wächſt. Allein dieſer Winkel ζ nimmt nur ab, bis $\beta = \frac{1}{2}\varepsilon$, alſo $\sin\alpha = \mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon$ wird, und in eben dem Fall wird $\sin\delta = \mu \sin(\varepsilon - \beta) = \mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon$, alſo $\alpha = \delta$: das heißt, der einfallende und zum zweytenmahl gebrochene Strahl machen alsdenn mit ihrem Neigungsloth einerley Winkel. Wenn ſtatt β ein Winkel, der etwas gröſſer, oder etwas kleiner iſt als $\frac{1}{2}\varepsilon$, angenommen wird, ſo findet man $\zeta = \alpha + \delta - \varepsilon$ jedesmahl gröſſer, als bey der Vorausſetzung

$\beta = \frac{1}{2}\varepsilon$, da dann $\zeta = 2\alpha - \varepsilon$ wird, wenn man $\sin\alpha = \mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon$ annimmt.

Man nennt das Priſma gleichſchenklicht, wenn beyde brechende Seitenflächen EF, EG, einander gleich und ähnlich ſind, mithin ER = ES iſt: alsdenn hat man ERS $= 90° - \frac{1}{2}\varepsilon$, und EBC $= 90° - \beta$, folglich bey der angenommenen Lage des Priſma EBC $= 90° - \frac{1}{2}\varepsilon$, und ERS = EBC. Demnach iſt alsdenn derjenige Theil BC des gebrochenen Strahls, welcher im Priſma liegt, mit RS parallel.

Bey eben dieſer Lage des Priſma iſt alſo $\mu = \frac{\sin\alpha}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}$; und wenn die hier vorkommenden Winkel ſo klein ſind, daß ſie ſich nahe genug, wie ihre Sinus verhalten, ſo iſt beynahe $\mu = \frac{\alpha}{\frac{1}{2}\varepsilon}$, alſo $2\alpha = \mu\varepsilon$. Ferner iſt auch $2\alpha = \zeta + \varepsilon$, alſo $\zeta + \varepsilon = \mu\varepsilon$, und das giebt bey der angenommenen Vorausſetzung $\zeta = (\mu - 1)\,\varepsilon$.

93. §.

77 Fig. Wenn das Priſma im finſtern Zimmer, wie es im 91. §. beſchrieben iſt, auf ſeinem Fußgeſtelle anfangs ſo liegt, daß der einfallende Sonnenſtrahl AB die Seitenfläche EF ſenkrecht trift, und wenn daſſelbe hiernächſt ſo gedrehet wird, daß der Winkel RBA abnimmt; ſo wird auch KND kleiner. Weil dabey aber, wenigſtens auf kurze Zeit, der Strahl AB einerley Lage behält, ſo ſenkt ſich der ausfahrende Strahl CD nach D zu gegen den Horizont herab, und dies ſo lange, bis ABP ein Winkel wird, dem ein

ein Sinus $= \mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon$ zugehört. Trift alſo der Strahl eine gegen überſtehende Wand, ſo ſinkt das darauf fallende Sonnenlicht beym Umdrehen des Priſma herab, bis es in die zuletzt erwehnte Lage gekommen iſt, ſteigt aber wieder in die Höhe, wenn man das Priſma noch weiter auf eben die Art umdrehet. Demnach läßt ſich durch Verſuche mittelſt allmähliger Umdrehung des Priſma die Lage deſſelben finden, die es haben muß, damit der Winkel KND $= \zeta$ am kleinſten, alſo zugleich $\delta = \alpha$, und $\sin \alpha = \mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon$ werde.

Den brechenden Winkel ε des Priſma kann man meſſen. Wenn alſo für den Zeitpunct der Beobachtung zugleich der Winkel PBA $= \alpha$ gemeſſen werden kann; ſo läßt ſich vermittelſt eines ſolchen Verſuchs das Verhältniß der Refraction $\mu : 1 = \sin \alpha : \sin \frac{1}{2}\varepsilon$ finden, und die Zahl $\mu = \frac{\sin \alpha}{\sin \frac{1}{2}\varepsilon}$. Weil überdem in eben dieſem Fall $\zeta = 2\alpha - \varepsilon$ iſt, ſo wird $\alpha = \frac{1}{2}(\varepsilon + \zeta)$. Um alſo α und daraus ferner μ zu finden, bedarf es deſſen nur, daß man den Winkel KND $= \zeta$ meſſen könne, unter welchem der einfallende und ausfahrende Strahl einander ſchneiden.

94. §.

In der Brechungsebene RES ſey NO, und eben ſo BV und CW horizontal, und VBA $= \eta$, WCD $= \vartheta$; ſo iſt ONK $=$ VBA $= \eta$ die Höhe der Sonne, und OND $=$ WCD $= \vartheta$ die Neigung des ausfahrenden Strahls gegen den Horizont. Ueberdem iſt KND $=$ ONK $+$ OND, alſo $\zeta = \eta + \vartheta$, und man findet auf folgende Art die Winkel η und ϑ.

Der einfallende Strahl AB treffe verlängert die gegenüberſtehende lothrechte Wand in k, vielleicht auch ſchon den Fußboden des Zimmers in Y, und NX ſey lothrecht herab gelaſſen: ſo kann man NO $=$ XZ, NX $=$ OZ, auch wenn es nöthig iſt, XY meſſen, und eben ſo Ok, wofern k noch oberhalb des Fußbodens liegt. Im entgegen geſetzten Fall findet man Ok mittelſt der Proportion XY : NX $=$ NO : Ok. Der ausfahrende Strahl CD treffe die gegenüberſtehende Wand in d, ſo kann auch noch Od gemeſſen werden, und man findet tg. $\eta = \frac{Ok}{NO}$, tg. $\vartheta = \frac{Od}{NO}$, mithin aus η und ϑ ferner $\zeta = \eta + \vartheta$, und hiernächſt dem 93. §. gemäß $\alpha = \frac{1}{2}\varepsilon + \frac{1}{2}\zeta$.

Weil man auch die Neigungswinkel RBV, SCW, der Seitenflächen des Priſma gegen den Horizont meſſen kann; ſo dienen dieſe ebenfalls, den Winkel α zu finden, wenn etwa die Höhe der Sonne für die Zeit der Beobachtung ſonſt bekannt iſt. Man ſetze RBV $= \lambda$, ſo hat man $\lambda = 90° - \alpha + \eta$, und $\alpha = 90° + \eta - \lambda$. Am leichteſten kann man die Neigung der Seitenfläche RS gegen den Horizont meſſen: wenn dieſe $= \omega$ geſetzt wird, ſo iſt $\lambda = \omega + 90° - \frac{1}{2}\varepsilon$.

Die Vorausſetzung $\alpha = \delta$ erfodert, daß $\beta =$ QBC $= \frac{1}{2}\varepsilon$ ſey. Wenn alſo in eben dieſem Fall der zum erſtenmahl gebrochene Strahl BC horizontal iſt, ſo hat man zugleich VBP $= \frac{1}{2}\varepsilon$, weil der Vorausſetzung gemäß BC mit BV in grader Linie liegt. Es iſt aber VBP $+ \eta = \alpha$, WCq $+ \vartheta = \delta$, mithin VBP $+$ WCq $+ \eta + \vartheta = \alpha + \delta$. Bey der angenommenen Lage des Priſma iſt $\alpha + \delta = 2\alpha$, und

$\eta +$

$\eta + \vartheta = \zeta = 2\alpha - \varepsilon$, alſo VBP + WC$q = \varepsilon$. Weil nun VBP $= \frac{1}{2}\varepsilon$ war, ſo iſt auch WC$q = \frac{1}{2}\varepsilon$, ſo wie $\alpha = \eta + \frac{1}{2}\varepsilon$, und $\delta = \vartheta + \frac{1}{2}\varepsilon$. Ueberdem iſt $\alpha = \delta$, alſo $\eta = \vartheta$, oder VBA = WCD, und ONK = ONd. Demnach iſt es in dieſem beſondern Fall nur nöthig, daß man die Höhe der Sonne meſſe, um α zu finden.

Hätte man umgekehrt $\eta = \vartheta$ gefunden, ſo gäbe dies $\alpha = \eta + \frac{1}{2}\varepsilon = \eta +$ VBP, alſo VBP $= \frac{1}{2}\varepsilon =$ CBQ, mithin müſte BC mit BV in grader Linie liegen, oder BC wäre horizontal. Weil übrigens allemahl $\alpha =$ Ang. ſin μ ſin β iſt, ſo hat man in dem jetzt betrachteten beſondern Fall $\alpha =$ Ang. ſin μ ſin $\frac{1}{2}\varepsilon$, und $\eta =$ Ang. ſin μ ſin $\frac{1}{2}\varepsilon - \frac{1}{2}\varepsilon$. So groß muß die Sonnenhöhe ſeyn, wenn der zum erſtenmahl gebrochene Strahl horizontal liegen ſoll.

95. §.

Wenn der auf das Priſma in der bisher betrachteten Lage fallende Lichtſtrahl aus mehrern einfachen parallelen Strahlen zuſammen geſetzt iſt, ſo ſind auch die ausfahrenden Strahlen insgeſammt parallel, wofern man vorausſetzen kann, daß alle Strahlen nach einerley Geſetz gebrochen werden: denn unter dieſer Bedingung iſt der Winkel ζ für alle einerley. Wofern aber mehrere Strahlen auf das Priſma in einer ſolchen Lage auffallen, als kämen ſie von einerley Punct A her; ſo haben auch die zum zweytenmahl 78
gebrochenen Strahlen CD, cd, eine ſolche Lage gegen Fig.
einander, als kämen ſie von einerley Punct a her. Für den Strahl AB ſey PQ, für Ab aber $\Pi\Lambda$ das Einfallsloth, und PBA $= \alpha$, BA$b = \varphi$; ſo iſt EbA = EBA + BAb, alſo EbA − 90° = EBA − 90°

$+$ BAb, oder ΠbA $=$ PBA $+$ BA$b = \alpha + \varphi$. Bey der zweyten Brechung ſey pq für den Strahl ABC, und $\pi\lambda$ für Abc das Einfallsloth, ſo iſt qCD $= \delta$, und die Gleichung $\sin\delta = \mu \sin(\varepsilon - \beta)$ (90. §.) ergiebt, daß δ abnehme, wenn α wächſt. Man nehme an, daß δ um den Winkel ψ abnehme, wenn α um φ wächſt, ſo iſt $\lambda cd = \delta - \psi$, und $\lambda cd < q$CD, alſo Eca $>$ ECa, mithin müſſen CD, cd, nach a verlängert zuſammen ſtoſſen. Alsdenn iſt pCa $=$ πCa $+$ Cac, oder qCD $= \lambda cd +$ Cac, und qCD $= \delta$, $\lambda cd = \delta - \psi$, alſo C$ac = \psi$. Setzt man demnach $\delta + \psi$ ſtatt δ, und $\alpha + \varphi$ ſtatt α in der Gleichung $\sin\delta = \mu \sin\varepsilon \sqrt{\left(1 - \frac{\sin\alpha^2}{\mu^2}\right)} - \cos\varepsilon \sin\alpha$ (90. §.) ſo kann vermittelſt der trigonometriſchen Tafeln $\delta + \psi$ und δ, mithin auch ψ gefunden werden. In dem beſondern Fall, wenn das Priſma ſo liegt, daß $\alpha = \delta$ wird, findet man ſehr nahe $\psi = \varphi$, wenn man φ ſehr klein annimmt.

96. §.

79 Fig. Es ſey xy eine kleine kreisförmige Oefnung in der Wand VW eines verfinſterten Zimmers, der Strahl xB komme vom untern, und yb vom obern Rande der Sonne, ſo breitet ſich das ins Zimmer fallende Licht durch den kegelförmigen Raum BAb aus. Wofern nun alles Licht nach einerley Geſetz gebrochen wird, ſo muß der Strahlenkegel BAb, wenn man ihn durchs Priſma RES gehen läßt, in die Lage Cac gebrochen werden, und wenn man das ſo gebrochene Licht mit einer weiſſen Tafel ſenkrecht auffängt, ſo muß die auf derſelben erleuchtete Stelle kreis-

kreisförmig erſcheinen. Allein der Verſuch fällt ganz anders aus. Der Raum, welchen das ſenkrecht auf eine weiſſe Tafel fallende Licht darauf einnimmt, iſt in der Länge von oben nach unten viel mehr, als in der wagrechten Breite ausgedehnt: jedoch iſt es nicht eyförmig, ſondern mit zwoen graden parallelen Seiten von oben nach unten begränzt, am obern und untern Ende aber von zweenen Halbkreiſen. An den graden Seiten iſt es deutlich abgeſchnitten, an den kreisförmigen Enden aber undeutlich: das Licht nimmt daſelbſt nach und nach ab, und verliert ſich unmerklich. Ueberdem iſt das Bild gefärbt, und die kenntlichſten Farben liegen in folgender Ordnung von unten nach oben: **roth, dunkelgelb, hellgelb, grün, hellblau, dunkelblau, violet**, mit allen ihren dazwiſchen fallenden Schattirungen in einer beſtändigen Folge. Die Strahlen gehen jedoch in graden Linien vom Priſma nach das gefärbte Sonnenbild, und haben nach dem Durchgang durchs Priſma ſchon die Neigung gegen einander, auf welche die Länge des Bildes ankommt.

97. §.

Aus dieſem und mehrern andern hieher gehörigen Verſuchen, hat zuerſt Herr Newton ganz neue für die optiſchen Wiſſenſchaften ſehr wichtige Entdeckungen hergeleitet, und der Erfolg läßt ſich am beſten erklären, wenn man mit ihm annimmt: **das Sonnenlicht beſtehe aus einer Vermiſchung verſchiedener in Abſicht auf die Brechbarkeit ungleichartiger Strahlen, von denen bey einerley Neigungswinkel einige mehr als andre gebrochen werden, die alſo brechbarer heiſſen**

können. Das Licht, deſſen Strahlen alle gleichviel gebrochen werden, kann füglich **einfaches**, auch **gleichartiges** Licht heiſſen, dasjenige aber, welches aus Strahlen beſtehet, davon einige mehr, andre weniger gebrochen werden, **zuſammengeſetztes, ungleichartiges** Licht. Denn die Strahlen, welche gleichviel gebrochen werden, ſind wenigſtens in allen den Umſtänden, welche in den optiſchen Wiſſenſchaften betrachtet werden, einander ähnlich. Strahlen, die zu einerley Art des einfachen Lichts gehören, ſcheinen den Sachen, die davon erleuchtet werden, einerley Farbe zu geben: alſo kann man **rothes, gelbes, grünes, blaues, violettes Licht** unterſcheiden, nicht eben als wenn man vorausſetzte, die Strahlen ſelbſt hätten dieſe Farben, ſondern weil ſie den Sachen, die ſie erleuchten, dieſe Farbe zu geben ſcheinen. M. ſ. Traité d'Optique ſur les reflexions refractions inflexions et couleurs de la lumiere par M. le Chev. Newton, trad. de l'Anglois par M. Coſte. Tom. I. Liv. I. Part. II. Definit. I. pag. 161. auch Iſ. Newtoni Lectiones Opticas. Lond. 1729. Part. II. pag. 145. ſqq.

98. §.

80 Fig. Man nehme alſo an, daß BA*b* ein Lichtſtrahl ſey, der aus zwoen verſchiedentlich brechbaren Lichtarten beſtehe, ſo werden beyde Lichtarten ſchon bey der erſten Brechung in ER, und noch mehr bey der zweyten Brechung in ES, von einander getrennt werden. Das weniger brechbare Licht wird im Priſma den Weg B*bc*C, und auſſer demſelben den Weg C*cd*D nehmen: was aber ſtärker brechbar iſt, nimmt nach der erſten Brechung den Weg B*bf*F, nach der

zwey-

zweyten den Weg F*fg*G. Fängt man nun die beyden ausfahrenden Strahlenkegel mit einer weiſſen Ebene XY ſenkrecht auf, ſo muß ſich jeder davon in einen Kreis D*d*, G*g*, projiciren, und es wird auf die Gröſſe der Winkel CBF, *cbf*, als die Differenz der gebrochenen Winkel, ankommen, wie weit XY vom Priſma entfernt ſeyn müſſe, damit die beyden Kreiſe D*d*, G*g*, einander nicht mehr ſchneiden, ſondern völlig von einander geſondert erſcheinen. Jeder von den Kreiſen würde, wenn das letzte erfolgte, ſeine eigene Grundfarbe haben, im Gegentheil aber müſte wohl die Farbe des Bildes in der Stelle, die zu beyden Kreiſen gehört, gemiſcht und von jeder der beyden Grundfarben verſchieden ſeyn. Solchergeſtalt wird es begreiflich, wie das lange priſmatiſche 79
Sonnenbild KL entſtehen könnte, wenn man an- Fig.
nimmt, das Sonnenlicht beſtehe aus ſiebenerley Arten von einfachen oder gleichartigen Licht, wovon jedes ſeine eigene von den übrigen verſchiedene Brechbarkeit und Grundfarbe hat. Das Sonnenbild würde nemlich aus ſieben Kreiſen beſtehen, deren Mittelpuncte in grader Linie liegen, jeder davon würde ſeine eigene Grundfarbe haben, und zwar von unten nach oben, die rothe, dunkelgelbe, hellgelbe, grüne, hellblaue, dunkelblaue und violette Farbe. Wenn nun jeder von dieſen Kreiſen den nachfolgenden ſchneidet, ſo könnten wohl daher in den Stellen *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, wo die Kreiſe einander ſchneiden, die vermiſchten Farben und Schattirungen entſtehen, und nur vornemlich zunächſt bey den Mittelpuncten würden die Grundfarben erſcheinen.

99. §.

Wäre dieſe Vorſtellung der Natur völlig gemäß, ſo müſte das priſmatiſche Sonnenbild nicht allein an den graden Seitenlinien, ſondern auch an den beyden
79 äuſſerſten mit Kreisbogen begränzten Enden bey K
Fig. und L völlig deutlich und ſcharf abgeſchnitten erſcheinen, welches jedoch der im 96. §. erzählten Erfahrung nicht ſo gemäß iſt. Wenn alſo gleich die ſchon einigemahl erwehnten ſieben Farben hauptſächlich für unſre Empfindung unterſchieden ſind; ſo ſind doch nicht alle Lichtſtrahlen, die uns einerley Grundfarbe zu haben ſcheinen, völlig gleichartig und im gleichen Grade brechbar. Selbſt das rothe Licht beſtehet aus ungleichartigem rothen, das blaue aus ungleichartigen blauen Licht, und alle dieſe Arten gränzen in unmerklich verſchiedenen Graden der Röthe, der blauen Farbe, u. ſ. f. aneinander. Dieſemnach muß man ſich im priſmatiſchen Sonnenbilde von K bis L unzählig viele nach einander folgende Lichtkreiſe für unzählig viele nach einander folgende Farben vorſtellen, wovon jede folgende ſich von der vorhergehenden durch unmerkliche Stuffen unterſcheidet. Oberhalb und unterhalb α muß man ſich noch Mittelpuncte von Kreiſen vorſtellen, die alle roth ſind, nach β zu verliert ſich die Röthe ins dunkelgelbe, von β nach γ ins hellgelbe, und ſo immer weiter: daraus wird zugleich völlig begreiflich, woher es kommt, daß die kreisförmigen Enden des Bildes nicht allein verwirrt und undeutlich erſcheinen, ſondern auch das Licht ſich daſelbſt unmerklich verliert.

100. §.

Mit dieſer Vorſtellung von der Sache ſtimmen ſehr viele andre hieher gehörige Verſuche überein,

die

die theils H. Newton ſelbſt angeſtellet hat, theils andre nach ihm wiederhohlt haben. Im Mittel eines ſchwarzen Papiers machte H. Newton ein rundes Loch, etwa $\frac{1}{7}$ oder $\frac{1}{6}$ Zoll im Durchmeſſer, und ließ das priſmatiſche Sonnenbild ſo darauf fallen, daß etwas von dem gefärbten Licht durch das Loch durchgieng; den durchgelaſſenen Theil des Lichts brach er mit einem andern Priſma, und ließ das ſo gebrochene Licht ebenfalls ſenkrecht auf ein weiſſes Papier fallen: nun war die Erſcheinung auf dem Papier nicht länglicht, ſondern rund, auch ward die Farbe des Lichts durch die neue Brechung nicht geändert. Er wiederhohlte ähnliche Verſuche mehrmahls mit veränderten Einrichtungen, und fand beſtändig, daß bey einerley Neigung das violette Licht ſtärker als das blaue, das blaue ſtärker als das grüne, gebrochen werde, auch ſo nach der Ordnung weiter. Uebrigens ward die Farbe nie durch die zweyte Brechung verändert, und eben ſo wenig durch die Zurückwerfung. Alle Sachen, was ſie für Farben haben mogten, als Papier, Aſche, Auripigment, Indigo, Gold, Silber, Kupfer, Gras, Veilchen, farbichte Waſſerblaſen, Pfauenfedern, Tinctur von Nierenholz, u. ſ. w. ſahen im rothen Licht gänzlich roth, im blauen blau aus, u. ſ. f. Alle hatten im einfachen Licht von einerley Art einerley Farbe, nur warfen einige dieſes Licht ſtärker, andre ſchwächer zurück.

101. §.

Vermöge aller dieſer Erfahrungen hat man Grund anzunehmen, jede einfache Art der Lichtſtrahlen werde nach einer gewiſſen beſtändigen Regel gebrochen, oder: für jeden Farbenſtrahl gehöre

ein

ein beſtimmtes beſtändiges Verhältniß der Refraction, wenn die brechende Maſſe einerley iſt. Ueberdem leiten alle übrige angeführte Erſcheinungen natürlich auf die Schlußfolge, daß nur eine Farbe in der Welt ſeyn würde, wenn das Sonnenlicht nur aus einerley Art Strahlen beſtünde. Die Verſchiedenheit der Farben, welche die körperlichen Dinge in der Natur unſern Augen darſtellen, rührt daher, weil jeder Körper, der ſeine eigene Farbe hat, nur diejenige Art des darauf fallenden Lichts, welches von eben der Farbe iſt, vornemlich zurück wirft, und nach allen Seiten wieder umher ſtrahlet. Das übrige Licht dringt zum Theil in die Maſſe des Körpers hinein, oder wird ſonſt zerſtreuet. Solchergeſtalt ſchickt Zinnober vornemlich das rothe Licht, Gras und Laub von Bäumen das grüne Licht vornemlich zurück: und wenn ein Körper mehr als eine Art des Lichts zurück wirft, ſo entſtehen die vermiſchten oder zuſammen geſetzten Farben nach dem verſchiedenen Verhältniſſe der Menge des von jeder einfachen Art zurückgeworfenen Lichts. Die weiſſe Farbe iſt eine Vermiſchung aller Grundfarben im gehörigen Verhältniß, weil das aus allen einfachen Arten vermiſchte Sonnenlicht die weiſſe Farbe hat.

102. §.

Man nehme an, für die violetten am meiſten brechbaren Strahlen ſey das Verhältniß der Refraction $M : 1$, für die rothen am wenigſten brechbaren Strahlen ſey es $N : 1$, ſo kann man diejenigen, für welche das Verhältniß der Refraction $\frac{1}{2}(M + N) : 1$ iſt, als Strahlen von mittlerer Brechbarkeit betrachten. Setzt man alsdenn $\frac{1}{2}(M + N) = m$,

und

und $\frac{1}{2}(M - N) = \mu$; ſo iſt $M = m + \mu$, $N = m - \mu$, und man hat für das Licht von mittlerer Brechbarkeit das Verhältniß der Refraction $= m : 1$, für das Licht von der gröſten und kleinſten Brechbarkeit aber die Verhältniſſe $m + \mu : 1$ und $m - \mu : 1$.

103. §.

Auf das Priſma *RES* fällt ein Lichtſtrahl *AB* in der Lage, welche erfodert wird, damit der einfallende und ausfahrende Strahl mit den Seitenflächen des Priſma gleiche Winkel machen; die Verhältniſſe der Refraction für das Licht von der gröſten und kleinſten Brechbarkeit ſind gegeben: man ſoll den Winkel finden, unter welchem die am meiſten und am wenigſten brechbaren Strahlen nach der zweyten Brechung einander ſchneiden. 81 Fig.

Aufl. Das Licht von mittlerer Brechbarkeit komme nach der zweyten Brechung in die Lage CD, und man ſetze $PBA = \alpha$, $RES = \varepsilon$, $qCD = \delta$, ſo iſt der Vorausſetzung gemäß $\alpha = \delta$, und $CBQ = BCp = qCH = \frac{1}{2}\varepsilon$, alſo $\sin\alpha = m \sin\frac{1}{2}\varepsilon$. (92. 93. §.) Ferner ſey BF ein Strahl des am wenigſten brechbaren Lichts, und $CBF = \varphi$, ſo iſt auch $\sin\alpha = (m - \mu)\sin(\frac{1}{2}\varepsilon + \varphi)$, mithin $m \sin\frac{1}{2}\varepsilon = (m - \mu)\sin(\frac{1}{2}\varepsilon + \varphi)$. Wofern man ferner vorausſetzen kann, daß φ ein ſehr kleiner Winkel ſey, ſo iſt $\sin(\frac{1}{2}\varepsilon + \varphi) = \sin\frac{1}{2}\varepsilon + \cos\frac{1}{2}\varepsilon \sin\varphi$, auch kann beynahe $\sin\varphi = \varphi$ genommen werden. Weil nun bey eben der Vorausſetzung μ in Vergleichung mit m eine ſehr kleine Zahl iſt, ſo hat man beynahe $(m - \mu)\sin(\frac{1}{2}\varepsilon + \varphi) = m \sin\frac{1}{2}\varepsilon + m \cdot \varphi \cdot \cos\frac{1}{2}\varepsilon - \mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon$, und man findet $m\varphi \cos\frac{1}{2}\varepsilon = \mu \sin\frac{1}{2}\varepsilon$.

Weiter

Weiter hat man BFE $=$ BCE $+ \phi$, alſo 90° $-$ BFE $= 90^\circ -$ BCE $- \phi$, oder πFB $= p$CB $-$ $\phi = \frac{1}{2}\varepsilon - \phi$. Es ſey λFG $= \delta^\gamma$, ſo iſt $\sin \delta^\gamma =$ $(m - \mu) \sin (\frac{1}{2} (\varepsilon - \phi))$, und man findet wie vorhin beynahe $\sin (\frac{1}{2}\varepsilon - \phi) = \sin \frac{1}{2}\varepsilon - \phi \cos \frac{1}{2}\varepsilon$, alſo $\sin \delta^\gamma = m \sin \frac{1}{2}\varepsilon - m\phi \cos \frac{1}{2}\varepsilon - \mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon$. Setzt man ferner den Werth $m\phi \cos \frac{1}{2}\varepsilon = \mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon$, ſo erhält man $\sin \delta^\gamma = m \sin \frac{1}{2}\varepsilon - 2\mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon$, oder $\sin \delta^\gamma =$ $\sin \alpha - 2\mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon = \sin \delta - 2\mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon$. Wenn alsdenn CD und FG einander in a ſchneiden, ſo iſt EFa $=$ ECa $+$ CaF, oder GFS $=$ DCS $+$ CaF, und $90^\circ -$ GFS $= 90^\circ -$ DCS $-$ CaF, alſo $\delta^\gamma = \delta -$ CaF, und CaF $= \delta - \delta^\gamma$. Man ſetze CaF $= \psi$, ſo iſt CaF nur klein, und man hat $\delta^\gamma = \delta - \psi$, alſo $\sin \delta^\gamma = \sin \delta - \psi \cos \delta$. Dieſer Werth dem vorhin gefundenen $\sin \delta^\gamma = \sin \delta - 2\mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon$ gleich geſetzt, giebt $\psi \cos \delta = 2\mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon$, alſo $\psi = \dfrac{2\mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon}{\cos \delta}$.

Die Strahlen, welche am meiſten brechbar ſind, weichen auf der andern Seite ebenfalls um einen Winkel $= \psi$ von CD ab: mithin iſt der geſuchte Winkel, unter welchem die am meiſten und am wenigſten brechbaren Strahlen einander ſchneiden, $= 2\psi = \dfrac{4\mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon}{\cos \delta}$, und man hat vermöge der Vorausſetzung $\delta = \alpha$, auch iſt μ als gegeben angenommen.

104. §.

Vermittelſt eines Verſuchs mit dem gläſernen Priſma ſowohl das mittlere als auch das gröſte und kleinſte Verhältniß der Refraction für Luft und Glas zu finden.

Aufl.

Aufl. Die Breite des farbigten Sonnenbildes auf der weiſſen Tafel, womit man das durchs Priſma fallende Sonnenlicht ſenkrecht auffängt, iſt dem Durchmeſſer eines jeden von den Kreiſen gleich, welche das Bild ausmachen. Wenn alſo die Breite deſſelben von ſeiner ganzen Länge abgezogen wird, ſo hat man den Abſtand $\alpha\eta$ der Mittelpuncte der beyden 79
äuſſerſten Kreiſe. Eben dieſe Länge $\alpha\eta$ iſt die Seh- Fig.
ne desjenigen Winkels, unter welchem die am meiſten gebrochenen Strahlen, die am wenigſten gebrochenen ſchneiden, und deſſen Hälfte im 103. §. ψ hieß. Es ſey alſo die ganze Länge des Bildes $= L$, die Breite $= l$, der ſenkrechte Abſtand deſſelben vom Priſma $= D$, ſo iſt $\tang \psi = \frac{\frac{1}{2}(L - l)}{D}$.

Man nimmt hiebey an, daß Fa und Ca in Verglei- 81
chung mit der Entfernung D ſehr klein ſind, weil Fig.
CF ſehr klein iſt. Hat man auf dieſe Art ψ gefunden, ſo giebt die Gleichung $\psi = \frac{2\mu \sin \frac{1}{2}\varepsilon}{\cos \delta}$ (103. §.) auch $\mu = \frac{\frac{1}{2}\psi \cos \delta}{\sin \frac{1}{2}\varepsilon}$, wenn für die Strahlen, welche auf die Mitte des Bildes zugehen, der Winkel $\delta = \alpha$ ſo geſucht wird, wie im 94. §. die Anleitung dazu gegeben iſt: da dann auch $m = \frac{\sin \delta}{\sin \frac{1}{2}\varepsilon}$ gefunden wird.

Aus m und μ findet man alsdenn $m + \mu = \frac{\sin \delta + \frac{1}{2}\psi \cos \delta}{\sin \frac{1}{2}\varepsilon}$, und $m - \mu = \frac{\sin \delta - \frac{1}{2}\psi \cos \delta}{\sin \frac{1}{2}\varepsilon}$.

Weil nun ψ ſehr klein iſt, ſo hat man beynahe $\sin(\delta \pm \frac{1}{2}\psi) = \sin\delta \pm \frac{1}{2}\psi \cos\delta$, und das giebt

$$m + \mu = \frac{\sin(\delta + \frac{1}{2}\psi)}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}, \text{ ſo wie } m - \mu = \frac{\sin(\delta - \frac{1}{2}\psi)}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon}.$$

105. §.

Im 94. §. war η die Höhe der Sonne über dem Horizont, und was dorten ϑ war, iſt hier die Neigung derjenigen Strahlen gegen den Horizont, welche auf die Mitte des Bildes fallen. Bey einem Verſuch, welchen Herr **Newton** (a. a. O. Liv. I. Pars I. Prop. VII. Theor. 6.) mit einem gläſernen Priſma anſtellte, war $\eta + \vartheta = 44° \; 10'$, der brechende Winkel $\varepsilon = 62° \; 30'$, alſo $\alpha = \delta = \frac{1}{2}(\eta + \vartheta + \varepsilon) = 53° \; 35'$, und $\frac{1}{2}\varepsilon = 31° \; 15'$. Daraus findet man $m = \frac{\sin\delta}{\sin\frac{1}{2}\varepsilon} = \frac{8047211}{5187733} = 1{,}5512$ beynahe $= \frac{31}{20}$. Weiter war $L = 9\frac{7}{8}$ Zoll, $l = 2\frac{1}{8}$ Zoll, alſo $L - l = 7\frac{3}{4}$ Zoll, und $D = 18\frac{1}{2}$ Fuß $= 222$ Zoll, mithin $\tan\psi = \frac{7\frac{3}{4}}{444} = \frac{31}{1776} = 0{,}017455$, und $\psi = 1°$. (H. **Newton** findet $1° \; 3\frac{1}{2}''$). Dieſemnach erhält man $\delta + \frac{1}{2}\psi = 54° \; 5'$, $\delta - \frac{1}{2}\psi = 53° \; 5'$, und das giebt $m + \mu = \frac{\sin 54° \; 5'}{\sin 31° \; 15'} = \frac{8098710}{5187733} = 1{,}56113$, $m - \mu = \frac{\sin 53° \; 5'}{\sin 31° \; 15'} = \frac{7995100}{5187733} = 1{,}54115$, alſo die letzte Zahl von der erſten abgezogen $2\mu = 0{,}01998$, und $\mu = 0{,}00999$, oder ſehr nahe $\mu = \frac{1}{100}$. Dieſemnach iſt beynahe

$$m : 1 = 155 : 100 = 77\tfrac{1}{2} : 50$$
$$m + \mu : 1 = 156 : 100 = 78 : 50$$
$$m - \mu : 1 = 154 : 100 = 77 : 50$$

106. §.

Ein hohles aus dreyen ebenen Glastafeln ſo zuſammengeſetztes Priſma, daß man es mit Waſſer füllen und alsdenn verſchlieſſen kann, dient auf ähnliche Art das Verhältniß der Refraction für Luft und Waſſer zu finden. Der ausfahrende Strahl hat bey dieſer Einrichtung gegen den einfallenden eben die Lage, die er hätte, wenn auch das Waſſer zwiſchen den Glastafeln nicht eingeſchloſſen wäre. Es ſey *res* das Waſſerpriſma, RE, *re*, und *es*, ES, 82 die parallelen Seitenflächen der Glastafeln. Der Fig. einfallende Strahl nehme den Weg AB*bc*CD: ſo hat der zum zweytenmahl gebrochene Strahl *bc* im Waſſer eben die Lage, die er hätte, wenn der Strahl in der Lage *ab* mit AB parallel unmittelbar in *b* auf das Waſſerpriſma fiele. Auch hat der wieder in die Luft gehende zum viertenmahl gebrochene Strahl CD eben die Lage, die der Strahl *cd* hätte, wenn *bc* bey *c* aus dem Waſſer unmittelbar in die Luft gienge. (89. §.) Mithin hat CD gegen AB eben die Lage, die *cd* gegen *ab* hätte.

Der VII. Abſchnitt.

Die Brechung des gleichartigen Lichts in einer Kugelfläche.

107. §.

83 Fig. Der ſtrahlende Punct *P* wirft einen Lichtſtrahl *PM* auf die brechende Kugelfläche *KMANL*; durch *P* und der Kugel Mittelpunct *C* iſt *PA* als eine Axe der Kugelfläche gezogen, und es iſt auſſer dem Verhältniß der Refraction $\mu : 1$ auch die Lage des einfallenden Strahls *PM* gegen die Axe *AP* gegeben: man ſoll die Lage des gebrochenen Strahls *MW* finden.

Aufl. Wenn man den Halbmeſſer CM ziehet, ſo iſt die Ebene ACM, worin der einfallende Strahl PM liegt, ein Schnitt durch der Kugelfläche Mittelpunct, KMANL iſt ein gröſter Kreisbogen in dieſer Ebene, welche zugleich die Brechungsebene iſt, worin der gebrochene Strahl MW liegt, und der Halbmeſſer CM nach R verlängert iſt das Einfallsloth. Der Strahl MW gehörig verlängert, ſchneide die Axe AP in Π, ſo kommt die Auflöſung der Aufgabe darauf an, daß man CΠ oder AΠ ſuche. Man ſetze den Halbmeſſer CM $= r$, den Neigungswinkel RMP $=$ CMV $= \alpha$, den gebrochenen Winkel CMW $= \beta$, mithin $\sin \alpha = \mu \sin \beta$. Ferner ſey ACM $= \gamma$, ſo iſt CΠM $= \gamma - \beta$, und $\frac{C\Pi}{\sin \beta} = \frac{CM}{\sin(\gamma - \beta)}$,

(258. §. Geom.) folglich $C\Pi = \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma-\beta)}$, mithin auch $C\Pi = \frac{r \sin\beta \sin(\gamma+\beta)}{\sin(\gamma-\beta)\sin(\gamma+\beta)}$. Ferner iſt $\sin\gamma + \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\gamma+\beta)\cos\frac{1}{2}(\gamma-\beta)$, und $\sin\gamma - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\gamma+\beta)\sin\frac{1}{2}(\gamma-\beta)$, (236. §. Geom.) alſo wird $\sin\gamma^2 - \sin\beta^2 = \sin(\gamma+\beta)\sin(\gamma-\beta)$, (234. §. Geom.) und $C\Pi = \frac{r\sin\beta\sin(\gamma+\beta)}{\sin\gamma^2 - \sin\beta^2}$. Man ſetze $\frac{PM}{CP} = \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{\sin\gamma}{\mu\sin\beta} = \lambda$, alſo $\sin\gamma = \mu\lambda\sin\beta$, ſo erhält man $C\Pi = \frac{r\sin(\gamma+\beta)}{\sin\beta(\mu^2\lambda^2-1)}$. Ueberdem iſt $\frac{\sin(\gamma+\beta)}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma\cos\beta}{\sin\beta} + \cos\gamma$, (233. §. Geom.) $= \mu\lambda\cos\beta + \cos\gamma$, und $\cos\beta = \sqrt{(1-\sin\beta^2)} = \sqrt{\left(1 - \frac{\sin\gamma^2}{\mu^2\lambda^2}\right)} = \frac{\sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)}}{\mu\lambda}$; alſo $\frac{\sin(\gamma+\beta)}{\sin\beta} = \cos\gamma + \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)}$, und man findet $C\Pi = \frac{r(\cos\gamma + \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)})}{\mu^2\lambda^2 - 1}$.

Dabey iſt zu bemerken, daß $\lambda = \frac{PM}{CP}$ angenommen ward. Wenn alſo $AP = \delta$ geſetzt wird, ſo hat man $CP = \delta + r$, $PM = \sqrt{((\delta+r)^2 - 2r(\delta+r)\cos\gamma + r^2)} = \sqrt{(\delta^2 + 2r(\delta+r)\sin v\gamma)}$,

und $\lambda = \surd\left(\frac{\delta^2}{(\delta+r)^2} + \frac{2r\,\mathrm{ſinv}\,\gamma}{\delta+r}\right)$. Wird demnach ferner $\frac{\delta}{\delta+r} = \zeta$ geſetzt, ſo iſt $\lambda = \surd\left(\zeta^2 + \frac{2r\,\mathrm{ſinv}\,\gamma}{\delta+r}\right)$.

108. §.

Je kleiner der Winkel γ angenommen wird, deſto mehr nähert ſich dieſer Werth von λ der Gränze ζ, und zugleich der gefundene Werth von CΠ der Gränze $\frac{r(\mu\zeta+1)}{\mu^2\zeta^2-1} = \frac{r}{\mu\zeta-1}$, die eigentlich gefunden wird, wenn man $\gamma = 0$ ſetzt. Man ſetze noch $\frac{r}{\delta+r} = \varepsilon$, ſo iſt $\lambda = \surd(\zeta^2 + 2\varepsilon\,\mathrm{ſinv}\,\gamma)$, alſo $\varepsilon + \zeta = 1$, und man erhält $\mu^2\lambda^2 - 1 = \mu^2\zeta^2 - 1 + 2\mu^2\varepsilon\,\mathrm{ſinv}\,\gamma = (\mu\zeta - 1)\left(\mu\zeta + 1 + \frac{2\mu^2\varepsilon\,\mathrm{ſinv}\,\gamma}{\mu\zeta - 1}\right)$. Ferner ſey $\mu\zeta + \frac{2\mu^2\varepsilon\,\mathrm{ſinv}\,\gamma}{\mu\zeta-1} = M$, ſo iſt $\mu^2\lambda^2 - 1 = (\mu\zeta - 1)(1 + M)$. Im 107. §. aber ward $\frac{C\Pi}{r} = \frac{\mathrm{coſ}\,\gamma + \surd(\mu^2\lambda^2 - \mathrm{ſin}\,\gamma^2)}{\mu^2\lambda^2 - 1}$ gefunden, und man kann $1 - \mathrm{ſinv}\,\gamma$ ſtatt $\mathrm{coſ}\,\gamma$, ſo wie $(\mu\zeta - 1)(1 + M)$ ſtatt $\mu^2\lambda^2 - 1$ ſetzen: das giebt $\frac{C\Pi}{r}$

=

$$= \frac{1}{(\mu\zeta - 1)(1 + M)} + \frac{\sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)} - \sin v\gamma}{\mu^2\lambda^2 - 1}.$$

Ferner iſt $\frac{1}{1+M} = 1 - \frac{M}{M+1} = 1 - \frac{(\mu\zeta - 1) M}{\mu^2\lambda^2 - 1}$, alſo findet man auch $\frac{C\Pi}{r} = \frac{1}{\mu\zeta - 1} - \frac{M}{\mu^2\lambda^2 - 1} + \frac{\sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)} - \sin v\gamma}{\mu^2\lambda^2 - 1}$, und $C\Pi = \frac{r}{\mu\zeta - 1} - \frac{M + \sin v\gamma - \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)}}{\mu^2\lambda^2 - 1} \cdot r$. In dem Fall $\gamma = 0$ iſt alsdenn $M = \mu\zeta$; und wenn in eben dieſem Fall der Durchſchnittspunct des gebrochenen Strahls mit der Axe in π fällt, ſo iſt $C\pi = \frac{r}{\mu\zeta - 1}$ wie erfodert wird.

Aus $C\Pi$ wird zugleich die Entfernung $A\Pi = r + C\Pi$ der Stelle Π von der brechenden Kugelfläche gefunden: man erhält nemlich $A\Pi = \frac{\mu\zeta r}{\mu\zeta - 1} - \frac{M + \sin v\gamma - \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)}}{\mu^2\lambda^2 - 1} r$. Die Lage des gebrochenen Strahls $M\Pi$ iſt alsdenn durch $A\Pi$ und den Winkel $ACM = \gamma$ gegeben, weil dadurch die Puncte Π und M gegeben ſind. Statt des Winkels $ACM = \gamma$ dient auch $A\Pi M$, und wenn $A\Pi M = \psi$ geſetzt wird, ſo iſt $\psi = \gamma - \beta$.

109. §.

83 Fig. Man nehme nun $A\pi = \frac{\mu\zeta r}{\mu\zeta - 1}$, ſo iſt $\pi\Pi$

$$= A\pi - A\Pi = \frac{M + \sin v\gamma - \surd(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)}{\mu^2\lambda^2 - 1},$$

und Π liegt näher bey A als π, ſo lange $M + \sin v\gamma > \surd(\mu^2\lambda^2 - \sin\gamma^2)$ bleibt. Für ſehr kleine Winkel γ, wenn M ſehr nahe bey A liegt, fällt $\pi\Pi$ ſehr klein aus, und die zunächſt bey der Axe auf die Kugelfläche fallenden Strahlen, laufen nach ihrer Brechung wenigſtens ſehr nahe wieder durch einerley Punct π, der in dem Fall, welchen die Figur vorſtellet, ein Sammlungspunct, ein **wirkliches Bild** von P iſt, weil ein Auge, das in der Gegend O befindlich iſt, die gebrochenen Strahlen ſo empfängt, als kämen ſie von π her. Für ſolche Strahlen, die ſo weit weg von der Axe auf die Kugelfläche fallen, daß ſie nach der Brechung nicht mehr durch π, ſondern durch einen andern merklich davon entfernten Punct Π der Axe laufen, heißt $\pi\Pi$ die **von der Kugelgeſtalt herrührende Abweichung des gebrochenen Strahls von dem Bilde π in der Axe.**

110. §.

Weil $\zeta = \frac{\delta}{\delta + r}$ geſetzt iſt, ſo hat man $\mu\zeta - 1 = \frac{(\mu - 1)\delta - r}{\delta + r}$, alſo $C\pi = \frac{r(\delta + r)}{(\mu - 1)\delta - r}$, und $A\pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\delta - r}$. Eben dieſe Formuln können durch einen kürzern Weg gefunden werden, wenn

wenn man gleich anfangs vorausſetzt, daß der Winkel APM, mithin auch ACM, PMR, CMπ, CπM, ſehr klein bleiben, und nur von einem ſolchen Strahl die Rede ſeyn ſoll, der ſehr nahe bey der Axe auffällt.

Sehr kleine Winkel verhalten ſich deſto näher wie ihre Sinus, je kleiner ſie ſind, und ſo lange dieſe Vorausſetzung beſtehen kann, iſt der im 107. §. gefundene Werth $C\Pi = \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma-\beta)}$ ſehr nahe $= \frac{r \cdot \beta}{\gamma - \beta}$. Man kann auch alsdenn ſtatt der Winkel die mit dem Halbmeſſer = 1 zwiſchen ihren Schenkeln beſchriebene Bogen verſtehen, die ſehr nahe ſo groß, als ihre zum Halbmeſſer = 1 gehörigen Sinus ſind. Man ſetze APM = φ, ſo hat man CM : CP = $\sin\varphi : \sin\alpha$, mithin der jetzigen Vorausſetzung gemäß $\alpha = \frac{CP}{CM} \cdot \varphi = \frac{\delta + r}{r} \cdot \varphi$, und $\beta = \frac{1}{\mu}\alpha$, alſo $\beta = \frac{\delta + r}{\mu r} \cdot \varphi$. Ferner wird $\gamma = \alpha - \varphi$, alſo $\gamma = \frac{\delta}{r}\varphi$, und $\gamma - \beta = \frac{\mu\delta - \delta - r}{\mu r} \cdot \varphi$, mithin $\frac{\beta}{\gamma-\beta} = \frac{\delta + r}{(\mu-1)\delta - r}$, und $C = \frac{r(\delta + r)}{(\mu - 1)\delta - r}$, woraus zugleich $A\pi = C\pi + r = \frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\delta - r}$ gefunden wird.

Die Lage des gebrochenen Strahls $m\pi$ iſt nun durch $A\pi$ und den Winkel $ACm = \gamma$, oder auch ſtatt des letztern durch $A\pi m = \psi$ gegeben. So lange dieſe Winkel ihren Sinus beynahe proportional bleiben, hat man $\gamma = \frac{\delta}{r}\varphi$, und $\psi = \gamma - \beta$, wenn $APm = \varphi$ angenommen wird. Ueberdem war $\beta = \frac{\delta + r}{\mu r}\varphi$, alſo findet man $\psi = \frac{(\mu - 1)\delta - r}{\mu r}\varphi$. Vorhin aber ward $A\pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\delta - r}$ gefunden: alſo iſt $\frac{(\mu - 1)\delta - r}{\mu r} = \frac{\delta}{A\pi}$, und man erhält $\psi = \frac{\delta}{A\pi}\varphi$.

111. §.

Unter der bisher umſtändlich erläuterten allgemeinen Aufgabe des 107. §. iſt eine ziemliche Anzahl beſondrer Fälle enthalten, die man nach der Reihe eben ſo entwickeln kann, wie die Sache in dem ähnlichen Fall bey der Zurückwerfung des Lichts vom Kugelſpiegel im 52 und den folgenden §§. umſtändlich iſt erwogen worden. Die vornehmſten hier zu betrachtende Fälle ſind folgende:

83 Fig. 1.) Ob $A\pi$ poſitiv oder negativ ausfalle, ob mithin π jenſeits oder diſſeits der brechenden Kugelfläche auf der Seite liege, wo P ſeine Stelle hat, das hängt, wenn alles übrige einerley iſt, von der Zahl μ als dem Exponenten des Verhältniſſes der Refraction ab.

Wenn die brechende Maſſe dichter iſt, als diejenige, wo der Strahl herkommt ſo iſt $\mu > 1$, alſo $A\pi$ ſo lange poſitiv, als $(\mu-1)\,\delta > r$ bleibt, und $A\pi = \frac{\mu r}{\mu - 1 - r : \delta}$ wächſt, wenn δ kleiner wird. Für einerley r werden die gebrochenen Strahlen mit der Axe parallel, wenn $\delta = \frac{r}{\mu - 1}$ wird. Für kleinere δ wird $A\pi$ negativ, π fällt alsdenn vor der brechenden Kugelfläche, und iſt ein Zerſtreuungspunct, ſo daß die Strahlen hinter der brechenden Fläche aus einander gehen. Zugleich wird alsdenn $\psi = \frac{\delta}{A\pi} \cdot \varphi$ (110. §.) negativ, weil die Oefnung des Winkels $A\pi M = \psi$ die umgekehrte Lage erhält.

2.) Wenn δ negativ iſt, das heißt, wenn die Strahlen in der Lage auffallen, daß ſie hinter der brechenden Kugelfläche die Axe in P ſchneiden würden, wie QM, ſo iſt $A\pi = \frac{\mu \delta r}{(\mu - 1)\,\delta + r}$ allemahl poſitiv, und nicht allein P ſondern auch π liegt hinter der brechenden Fläche. Für $\delta = r$ wird $A\pi = r$, wie die Natur der Sache erfodert, und $A\pi = \frac{\mu r}{\mu - 1 + r : \delta}$ wächſt mit δ. 84 Fig.

3.) Wenn alles übrige einerley bleibt, und der Halbmeſſer r gröſſer wird, ſo wird $A\pi = \frac{\mu \delta}{(\mu - 1)\,\delta : r - 1}$ kleiner, und in dem Fall $r = \infty$ hätte man $A\pi = -\mu\delta$. Das hieſſe, die Kugel-

 fläche

fläche hätte ſich in eine ebene Fläche verwandelt, und die Formul giebt die im 84. §. ſchon gegebene Auflöſung für dieſen beſondern Fall. Hier ſind übrigens diejenigen Entfernungen $A\pi$ poſitiv genommen, die von A aus hinter der brechenden Fläche fortlaufen: daher giebt das Zeichen (—) an, es müſſe π vor der brechenden Fläche geſucht werden, wie dem 84. §. gemäß iſt.

85 Fig. 4.) In dem Fall, wenn die brechende Fläche ihre hohle Seite dem ſtrahlenden Punct P zukehrte, muß man r negativ nehmen, und das giebt $A\pi = -\frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta+r}$ allemahl negativ, ſo lange δ poſitiv bleibt, und π iſt ein Zerſtreuungspunct vor der brechenden Fläche. In dem Fall $\delta = r$, wird $A\pi = -r$, wie erfodert wird. Wächſt δ ſo wird auch

$$A\pi = -\frac{\mu r}{(\mu-1)+r:\delta}$$ gröſſer, und umgekehrt.

Für negative δ iſt $A\pi = \frac{\mu\delta r}{r-(\mu-1)\delta}$ poſitiv,

ſo lange $\delta < \frac{r}{\mu-1}$ bleibt, und wird für gröſſere δ wieder negativ, ſo daß man alsdenn $A\pi$

$$= -\frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta-r}$$ erhält.

112. §.

86 Fig. Iſt die brechende Maaſſe von geringerer Dichtigkeit, als diejenige, wovon der Strahl herkommt, ſo iſt $\mu < 1$, und es wird $A\pi = -\frac{\mu\delta r}{(1-\mu)\delta+r}$.

1.) Dem=

1.) Demnach liegt π allemahl ſo lange vor der brechenden Kugelfläche, als δ und r beyde poſitiv bleiben, auch wächſt $A\pi = - \frac{\mu r}{1 - \mu + r : \delta}$, wenn δ wächſt, und wird mit δ zugleich kleiner.

2.) Wenn δ negativ iſt, alſo die auffallenden Strahlen wie VM hinter der brechenden Fläche in P zuſammen laufen würden, ſo iſt $A\pi = \frac{\mu \delta r}{r - (1 - \mu)\delta}$ ſo lange poſitiv, als $\delta < \frac{r}{1 - \mu}$ bleibt, und wird für gröſſere δ wieder negativ, nemlich $A\pi = - \frac{\mu \delta r}{(1 - \mu)\delta - r}$. 87 Fig.

3.) Iſt die hohle Seite der brechenden Fläche dem ſtrahlenden Punct zugekehrt, und δ poſitiv, alſo r allein negativ; ſo wird $A\pi = \frac{\mu \delta r}{(1 - \mu)\delta - r}$, und bleibt poſitiv, ſo lange $\delta > \frac{r}{1 - \mu}$ iſt. 88 Fig.

4.) Wenn endlich nicht allein r, ſondern auch δ negativ iſt, alſo die auf die hohle Seite der brechenden Fläche fallenden Strahlen hinter derſelben zuſammen laufen würden; ſo iſt $A\pi = \frac{\mu \delta r}{(1 - \mu)\delta + r}$ allemahl poſitiv, und π ein Vereinigungspunct, ein wirkliches Bild. Auch bleibt der Winkel $\psi = \frac{\delta}{A\pi}\varphi$ poſitiv, weil $\frac{\delta}{A\pi}$ poſitiv bleibt.

113. §.

113. §.

89 Fig. Ein Paar Strahlen, wie PM, PN, die gegen einander unter einem ſehr kleinen Winkel MPN geneigt ſind, ſchneiden einander nach der Brechung in einem Punct Q, der nicht mehr in der Axe AP liegt, wenn APM ein ſo groſſer Winkel iſt, daß die im 110. §. angenommene Vorausſetzung nicht mehr beſtehen kann. Indeſſen laufen wiederum alle zwiſchen M und N auffallende Strahlen ſehr nahe durch Q, und Q iſt ein Bild von P, deſſen Stelle von der Gröſſe des Winkels APM abhängt, wenn alles übrige einerley iſt. Demnach giebt es wiederum, wie im 86. §. eine Linie worin alle Bilder liegen, und das iſt die **dioptriſche Brennlinie** des **Kreiſes**, die entweder **phyſiſch**, oder nur **geometriſch** iſt, nachdem dieſe Bilder Sammlungspuncte, oder Zerſtreuungspuncte werden. Die erſten allgemeinen analytiſchen Unterſuchungen darüber hat H. **Jacob Bernoulli** angeſtellet. (Operum Tom. I. pag. 549. ſqq.)

Der VIII. Abſchnitt.

Die Brechung des gleichartigen Lichts in linſenförmigen Gläſern.

114. §.

Ein Körper heißt eigentlich linſenförmig, wenn er aus zween Kugelabſchnitten von gleichen Grundflächen ſo zuſammen geſetzt iſt, daß beyde mit

ihrer

ihrer gemeinſchaftlichen kreisförmigen Grundfläche an einander ſchlieſſen, da dann die grade Linie, welche im Mittelpunct der gemeinſchaftlichen Grundfläche auf derſelben ſenkrecht iſt, durch die Mittelpuncte beyder Kugelflächen geht, (361. §. Geom.) und die Axe der Linſe abgiebt. Ein Stück Glas, dem man durchs Abſchleifen eine ſolche linſenförmige Geſtalt gegeben, auch durch nachherige Politur ſeine Durchſichtigkeit wieder hergeſtellet hat, heißt eine **Glaslinſe**, und dieſer Nahme iſt hier in einer etwas allgemeinen Bedeutung gewöhnlich. Zuweilen iſt das Glas an einer Seite eben, und ſtellet nur einen Kugelabſchnitt vor, deſſen Axe zugleich die Axe des Glaſes iſt. Ferner kann auch die hohle Seite entweder nur einer von beyden, oder aller beyder Kugelflächen, die des Glaſes Seitenflächen abgeben, auswärts gekehret ſeyn: beyder Grundflächen können alsdenn zwar nicht in einerley Ebene zuſammen fallen, jedoch müſſen ſie in allen Fällen einander ſo parallel ſeyn, daß die grade Linie zwiſchen ihren Mittelpuncten auf beyden ſenkrecht ſey, und durch beyder Kugelflächen Mittelpunct gehe. Auch in dem Fall, wenn eine Seite hohl, und die andre eben iſt, muß die ebene Seitenfläche mit der Grundfläche der andern hohlen Seitenfläche als ein Kugelſegment betrachtet parallel ſeyn, damit ein für allemahl die grade Linie, welche die Axe des Kugelſegments an der einen Seite abgiebt, auch auf der andern ebenen Seiten ſenkrecht ſey, und die Axe des Glaſes abgebe.

115. §.

Ein Punct *P* **in der Axe der auf beyden Seiten erhabenen Glaslinſe** *ADGB* **wirft ſein** 90 Fig.

ſein Licht auf ihre Vorderfläche BAD: man ſucht die Stelle des Bildes p in der Axe, welches die zunächſt bey der Axe auffallenden Strahlen nach ihrer zweymahligen Brechung verurſachen.

Aufl. Man ſetze $AP = \delta$, der Vorderfläche Halbmeſſer $CA = r$, das Verhältniß der Refraction für Luft und Glas $= n : 1$; ſo iſt im 110. §. $\mu = n$, und man hat $A\pi = \frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\delta - r}$ für die Stelle des Bildes π, welches die in der Vorderfläche BAD zum erſten mahl gebrochenen Strahlen machen würden. Wenn nun der Strahl $M\pi$ die hintere Fläche BGD, wozu der Halbmeſſer $EG = \varrho$ gehört, in N trift, und daſelbſt in die Lage Np gebrochen wird; ſo wird Gp aus der im 112. §. n. 4. ſchon gegebenen Formul gefunden, wenn daſelbſt $\delta = G\pi$, $r = \varrho$, und $\mu = \frac{1}{n}$ geſetzt wird, weil bey N der Strahl aus dem Glaſe in die Luft geht. Demnach iſt $Gp = \frac{(1:n)\, G\pi \cdot \varrho}{(1-(1:n))\delta + \varrho}$, oder $Gp = \frac{G\pi \cdot \varrho}{(n-1)\, G\pi + n\varrho}$. Man ſetze die Dicke des Glaſes $AG = c$, und die Entfernung $A\pi$ des Bildes π der zum erſtenmahl gebrochenen Strahlen von der Vorderfläche $= h$; ſo iſt $G\pi = h - c$. Wird alſo ferner $Gp = \alpha$ geſetzt, ſo findet man $\alpha = \frac{(h-c)\varrho}{(n-1)(h-c) + n\varrho}$, und es iſt $h = \frac{n\delta r}{(n-1)\delta - r}$. Dieſen Werth muß man ſtatt h ſetzen, um h aus der Gleichung für α wegzuſchaffen.

Um dieſe Rechnung möglichſt abzukürzen, ſetze man $\frac{n}{n-1} = \mu$, $\frac{1}{n-1} = \nu$, ſo iſt $h = \frac{\mu\delta r}{\delta - \nu r}$, und $h - c = \frac{(\mu r - c)\,\delta + \nu r c}{\delta - \nu r}$. Ferner iſt $\alpha = \frac{\nu(h-c)\varrho}{h - c + \mu\varrho}$, und $h - c + \mu\varrho = \frac{(\mu r - c)\,\delta + \nu r c + \mu\varrho\delta - \mu\nu r\varrho}{\delta - \nu\varrho}$; mithin findet man

$$\alpha = \frac{\nu\varrho\,((\mu r - c)\,\delta + \nu r c)}{(\mu(r+\varrho) - c)\,\delta + \nu r c - \mu\nu r\varrho},$$ oder $$\alpha = \frac{\mu\nu\delta r\varrho - (\nu\varrho\delta - \nu^2 r\varrho)\,c}{\mu\delta(r+\varrho) - \mu\nu r\varrho - (\delta - \nu r)\,c}.$$

Man dividire im Zähler und Nenner mit $\mu\delta\,(r+\varrho) - \mu\nu r\varrho$, ſo wird der Zähler $= \frac{\nu\delta r\varrho}{\delta\,(r+\varrho) - \nu r\varrho} - \frac{(\nu\varrho\delta - \nu^2 r\varrho)\,c}{\mu\,(\nu+\varrho)\,\delta - \mu\nu r\varrho}$, der Nenner $= 1 - \frac{(\delta - \nu r)\,c}{\mu(r+\varrho)\,\delta - \mu\nu r\varrho}$. Ueberdem ſey $\frac{\nu\delta r\varrho}{\delta(r+\varrho) - \nu r\varrho} = A$, ſo findet man $\frac{A}{h} = \frac{\nu\varrho\,(\delta - \nu r)}{\mu\delta\,(r+\varrho) - \mu\nu r\varrho}$. Ferner iſt $n\nu = \mu$, alſo findet man $1 - \frac{nA}{h} = 1 - \frac{\mu\varrho\,(\delta - \nu r)}{\mu\delta\,(r+\varrho) - \mu\nu r\varrho}$ =

$= \frac{\delta r}{\delta(r+\varrho)-\nu r\varrho}$, und $\left(1-\frac{nA}{h}\right):h$ oder $\frac{h-nA}{hh} = \frac{\delta-\nu r}{\mu(\delta(r+\varrho)-\nu r\varrho)}$. Werden dieſe Werthe gebraucht, ſo erhält man $\alpha = \left(A-\frac{A.c}{h}\right):\left(1-\frac{(h-nA)\,c}{hh}\right)$, oder

$\alpha = \frac{Ahh-Ahc}{hh+(nA-h)\,c}$, oder auch $\alpha = A - \frac{nA^2c}{hh+(nA-h)\,c}$.

Wenn man $\frac{c}{h} = z$ ſetzt, und $\frac{nA-h}{h} = m$, ſo iſt $\alpha = A - \frac{nA^2z}{h}\cdot\frac{1}{1+mz}$, und man findet vermittelſt der Diviſion $\frac{1}{1+mz} = 1-mz+m^2z^2-m^3z^3\ldots.$ So lange demnach $\frac{c}{h} = z$ ein ſo kleiner Bruch iſt, daß man die höhern Potenzen weglaſſen kann, ſo lange iſt ſehr nahe $\alpha = A - \frac{nA^2c}{hh}$.

116. §.

90 Fig. Die Entfernung Gp des Bildes p von der hintern Fläche der Linſe kann hinführo der Sammlungs-Abſtand der auf das Glas fallenden Strahlen

Strahlen heiſſen, wenn p ein Sammlungspunct, oder ein wirkliches Bild iſt. In andern Fällen, wenn p vor dem Glaſe liegt, und ein Zerſtreuungspunct, oder ein geometriſches Bild von P iſt, kann Gp der Zerſtreuungs-Abſtand heiſſen.

Dem 110. §. gemäß iſt $A\pi M = \frac{\delta}{A\pi} \cdot APM$, und eben ſo wird GpN aus $A\pi M$ gefunden, wenn man $G\pi$ ſtatt δ, Gp ſtatt $A\pi$, und $A\pi M$ ſtatt APM ſetzt. Demnach iſt $GpN = \frac{h-c}{\alpha} \cdot \frac{\delta}{h} \cdot APM$, oder

$$GpN = \frac{h-c}{h} \cdot \frac{\delta}{\alpha} \cdot \varphi.$$

Gewöhnlich iſt die Dicke $AG = c$ des Glaſes in Vergleichung mit den Entfernungen δ, h, und den Halbmeſſern r, ϱ, ſehr klein; alsdenn hat man aus dem 115. §. den Sammlungsabſtand $Gp = \alpha =$

$$A = \frac{v\delta r\varrho}{\delta(r+\varrho)-vr\varrho}, \text{ oder } \alpha = \frac{\delta r\varrho}{(n-1)\,\delta(r+\varrho)-r\varrho}.$$

Auch findet man bey eben der Vorausſetzung den Winkel $GpN = \frac{\delta}{\alpha}\varphi$. (116. §.)

117. §.

Der Vereinigungspunct ſolcher Strahlen, nach ihrer zweymahligen Brechung in der Glaslinſe, die ſehr nahe bey der Axe mit ihr parallel auffallen, heißt der **Brennpunct** des Glaſes, und ſeine Entfernung vom Glaſe die **Brennweite** deſſelben. Der Brennpunct iſt **phyſiſch** oder **geometriſch**, nachdem es ein Sammlungs- oder ein Zerſtreuungspunct iſt.

$= \frac{\delta r}{\delta(r+\varrho) - \nu r\varrho}$, und $\left(1 - \frac{nA}{h}\right) : h$ oder $\frac{h - nA}{hh} = \frac{\delta - \nu r}{\mu(\delta(r+\varrho) - \nu r\varrho)}$. Werden dieſe Werthe gebraucht, ſo erhält man $\alpha = \left(A - \frac{A \cdot c}{h}\right) : \left(1 - \frac{(h - nA)\,c}{hh}\right)$, oder $\alpha = \frac{Ahh - Ahc}{hh + (nA - h)\,c}$, oder auch $\alpha = A - \frac{nA^2 c}{hh + (nA - h)\,c}$.

Wenn man $\frac{c}{h} = z$ ſetzt, und $\frac{nA - h}{h} = m$, ſo iſt $\alpha = A - \frac{nA^2 z}{h} \cdot \frac{1}{1 + mz}$, und man findet vermittelſt der Diviſion $\frac{1}{1 + mz} = 1 - mz + m^2 z^2 - m^3 z^3 \ldots$ So lange demnach $\frac{c}{h} = z$ ein ſo kleiner Bruch iſt, daß man die höhern Potenzen weglaſſen kann, ſo lange iſt ſehr nahe $\alpha = A - \frac{nA^2 c}{hh}$.

116. §.

90 Fig. Die Entfernung Gp des Bildes p von der hintern Fläche der Linſe kann hinführo der Sammlungs-Abſtand der auf das Glas fallenden Strahlen

Strahlen heiſſen, wenn p ein Sammlungspunct, oder ein wirkliches Bild iſt. In andern Fällen, wenn p vor dem Glaſe liegt, und ein Zerſtreuungspunct, oder ein geometriſches Bild von P iſt, kann Gp der Zerſtreuungs-Abſtand heiſſen.

Dem 110. §. gemäß iſt $A\pi M = \frac{\delta}{A\pi} \cdot APM$, und eben ſo wird GpN aus $A\pi M$ gefunden, wenn man $G\pi$ ſtatt δ, Gp ſtatt $A\pi$, und $A\pi M$ ſtatt APM ſetzt. Demnach iſt $GpN = \frac{h-c}{\alpha} \cdot \frac{\delta}{h} \cdot APM$, oder

$$GpN = \frac{h-c}{h} \cdot \frac{\delta}{\alpha} \cdot \varphi.$$

Gewöhnlich iſt die Dicke $AG = c$ des Glaſes in Vergleichung mit den Entfernungen δ, h, und den Halbmeſſern r, ϱ, ſehr klein; alsdenn hat man aus dem 115. §. den Sammlungsabſtand $Gp = \alpha = A = \frac{v\delta r\varrho}{\delta(r+\varrho)-vr\varrho}$, oder $\alpha = \frac{\delta r\varrho}{(n-1)\delta(r+\varrho)-r\varrho}$. Auch findet man bey eben der Vorausſetzung den Winkel $GpN = \frac{\delta}{\alpha}\varphi$. (116. §.)

117. §.

Der Vereinigungspunct ſolcher Strahlen, nach ihrer zweymahligen Brechung in der Glaslinſe, die ſehr nahe bey der Axe mit ihr parallel auffallen, heißt der Brennpunct des Glaſes, und ſeine Entfernung vom Glaſe die Brennweite deſſelben. Der Brennpunct iſt phyſiſch oder geometriſch, nachdem es ein Sammlungs- oder ein Zerſtreuungspunct iſt.

Er iſt das Bild eines vom Glaſe unendlich weit entfernten Puncts.

118. §.

Die Halbmeſſer der beyden brechenden Flächen, und die Dicke des Glaſes ſind gegeben: man ſoll die Brennweite finden, und daraus ferner die Sammlungsweite für jede gegebene Entfernung des ſtrahlenden Puncts vom Glaſe.

Aufl. 1.) Im 115. §. war $\alpha = \frac{\nu\varrho((\mu r - c)\delta + \nu r c)}{(\mu(r+\varrho) - c)\delta + \nu r c - \mu\nu r\varrho}$. Wenn alſo $\delta = \infty$ geſetzt wird, ſo erhält man $\alpha = \frac{\nu\varrho(\mu r - c)}{\mu(r+\varrho) - c}$. Weil dies nun ein beſondrer Werth von α iſt für den Fall $\delta = \infty$, ſo ſetze man $\frac{\nu\varrho(\mu r - c)}{\mu(r+\varrho) - c} = f$, und ſtelle die Werthe $\mu = \frac{n}{n-1}$, $\nu = \frac{1}{n-1}$ wieder her, ſo erhält man $\frac{\mu}{\nu} = n$, und $\frac{1}{\nu} = n - 1$, alſo $f = \frac{\varrho((n:n-1)r - c)}{n(r+\varrho) - (n-1)c}$, oder $f = \frac{(nr - (n-1)c)\varrho}{(n-1)((n(r+\varrho)) - (n-1)c)}$.

2.) Aus der Gleichung $f = \frac{\nu\varrho(\mu r - c)}{\mu(r+\varrho) - c}$ folgt $\mu(r+\varrho) - c = \frac{\nu\varrho(\mu r - c)}{f}$, und wenn man in der

Gleichung $\alpha = \frac{\nu\varrho((\mu r - c)\delta + \nu r c)}{(\mu(r+\varrho) - c)\delta + \nu r c - \mu\nu r\varrho}$ (115. §.) den letzten Ausdruck ſtatt des erſten ſetzet, ſo erhält man $\alpha = \frac{\varrho((\mu r - c)\delta + \nu r c) f}{\varrho(\mu r - c)\delta + r(c - \mu\varrho) f}$, oder auch $\alpha = \left(\delta + \frac{\nu r c}{\mu r - c}\right) f :$ $\left(\delta - \frac{r(\mu\varrho - c)}{\varrho(\mu r - c)} f\right)$.

119. §.

In dem Fall, wenn die Dicke c des Glaſes in Vergleichung mit den Halbmeſſern r und ϱ ſehr klein iſt, hat man $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$, und der Sammlungsabſtand läßt ſich allein durch die Entfernung δ und die Brennweite f ausdrücken. Es wird nemlich $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$, wie beym ſphäriſchen Spiegel. (52. §.)

Wenn umgekehrt die Vereinigungsweite α gegeben iſt, ſo findet man aus eben der Gleichung den Abſtand δ, um welchen der ſtrahlende Punct vom Glaſe entfernt ſeyn muß, damit die Strahlen nach der Brechung ſich in der Entfernung α vereinigen. Man erhält nemlich $\delta\alpha - \alpha f = \delta f$, alſo $(\alpha - f)\delta = \alpha f$, und $\delta = \frac{\alpha f}{\alpha - f}$.

Auch findet man vermittelſt der Gleichung $\frac{\delta f}{\delta - f} = \alpha$ die Brennweite $f = \frac{\alpha\delta}{\alpha + \delta}$, wenn die mit einer

einer bekannten Entfernung δ zuſammen gehörige Entfernung des Bildes gemeſſen iſt.

Die Zurückwerfung des Lichts kann man als eine Brechung betrachten, wobey der gebrochene Winkel dem Einfallswinkel gleich und entgegen geſetzt iſt, und auf ſolche Art aus den allgemeinen Formuln für die Brechung des Lichts in der Kugelfläche die Formuln für die Zurückwerfung des Lichts von der Kugelfläche herleiten. Im 111. §. n. 4. war $A\pi = -\frac{\mu\delta r}{(\mu-1)\delta+r}$, wenn der dortigen Vorausſetzung gemäß die hohle Seite dem leuchtenden Punct zugekehret iſt. Setzt man $\mu = -1$, ſo giebt dieſe Formul $A\pi = \frac{-\delta r}{-2\delta+r} = \frac{\delta.\frac{1}{2}r}{\delta-\frac{1}{2}r}$, wie für den ſphäriſchen Hohlſpiegel. Für den letztern iſt $f = \frac{1}{2}r$, wenn für die Linſe $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$ genommen werden muß. Nimmt man in der letzten Formul ϱ unendlich groß, $n = -1$, und r negativ an; ſo giebt ſie auch $f = \frac{1}{2}r$.

120. §.

Die Gleichung $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ läßt ſich auch ſo ausdrücken $\alpha = \frac{f}{1 - f:\delta}$, und man leitet daraus leicht für die Glaslinſe ähnliche Folgen mit denjenigen her, die im 52ſten und den folgenden §§. für den ſphäriſchen Spiegel ſind bewieſen worden.

1.) Wenn δ wächſt, ſo nimmt α ab, und in dem Fall $\delta = 2f$ hat man auch $\alpha = 2f$: alſo hat ein Punct,

Punct, der um die doppelte Brennweite vom Glaſe entfernt iſt, ſein Bild eben ſo weit hinter dem Glaſe.

2.) Der Brennpunct iſt hinter dem Glaſe der nächſte Vereinigungspunct, ſo lange die auffallenden Strahlen von einem Punct in der Axe herkommen, der vor der Linſe liegt. Je näher der ſtrahlende Punct dem Brennpunct kommt, deſto weiter entfernt ſich das Bild vom Glaſe, und wenn des ſtrahlenden Puncts Entfernung vom Glaſe kleiner als die Brennweite iſt, ſo verwandelt ſich der Sammlungspunct in einen Zerſtreuungspunct, und die Strahlen fahren hinter dem Glaſe nun auseinander, als kämen ſie von einem Punct in der Axe her, der vor dem Glaſe ſeine Stelle hätte.

3.) Für Strahlen, die ſo auf die Glaslinſe fallen, daß ſie verlängert hinter derſelben in einem Punct der Axe zuſammen laufen würden, muß δ negativ genommen werden, und man hat alsdenn

$$\alpha = \frac{\delta f}{\delta + f}.$$

121. §.

Die Dicke der Glaslinſe c und die Entfernungen h, α, der Bilder π und p von der vordern und hintern Fläche der Linſe mit der Entfernung δ des ſtrahlenden Puncts ſind gegeben; man ſoll die Halbmeſſer der brechenden Flächen finden.

Aufl. Es iſt $h = \text{A}\pi = \frac{n\delta r}{(n-1)\delta - r}$, alſo $(n-1).h\delta - hr = n\delta r$, und man erhält r

 =

$= \frac{(n-1)\,h\delta}{n\delta + h}$. Ferner iſt $\alpha = \frac{(h-c)\,\varrho}{(n-1)(h-c)+n\varrho}$, alſo $(n-1)(h-c)\,\alpha + n\varrho\alpha = (h-c)\,\varrho$, und das giebt $\varrho = \frac{(n-1)(h-c)\,\alpha}{h-c-n\alpha}$.

Hieraus flieſſen einige um des folgenden willen merkwürdige Sätze.

1.) Es iſt $\frac{n-1}{r} = \frac{h+n\delta}{h\delta} = \frac{1}{\delta} + \frac{n}{h}$,

und $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{h-c-n\alpha}{(h-c)\,\alpha} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{h-c}$;

alſo ferner $\frac{n}{h} = \frac{n-1}{r} - \frac{1}{\delta} = \frac{(n-1)\,\delta - r}{\delta r}$,

und $\frac{n}{h-c} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n-1}{\varrho} = \frac{\varrho-(n-1)\,\alpha}{\alpha\varrho}$;

mithin $\frac{h-c}{h} = \frac{((n-1)\,\delta - r)\,\alpha\varrho}{(\varrho-(n-1)\,\alpha)\,\delta r}$.

2.) Wenn c gegen h ſehr klein iſt, ſo iſt $\frac{n-1}{r} + \frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$, oder $\frac{(n-1)(r+\varrho)}{r\varrho} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$. In eben dieſem Fall hat man $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$ (119. §.) alſo $\frac{1}{f} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$.

3.) Wenn

3.) Wenn bey eben der Vorausſetzung, daß c ſehr klein ſey, auch $r = \varrho$ wäre, ſo hätte man $\frac{1}{\delta} + \frac{n}{h} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{h}$, alſo $\frac{2n}{h} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}$, und $h = \frac{2n\alpha\delta}{\delta - \alpha}$.

4.) Bey einerley Brennweite f können die Halbmeſſer r und ϱ gar ſehr verſchieden ſeyn. Wenn der eine willkührlich gewählt iſt, ſo wird der andre durch die Gleichung $(n-1)(r+\varrho)f = r\varrho$ beſtimmt.

5.) In dem Fall, wenn beyde Halbmeſſer gleich groß ſind, iſt $r = \varrho = 2(n-1)f$.

122. §.

Beyde Kugelabſchnitte, woraus die Glaslinſe zuſammen geſetzt iſt, können ein Paar Halbkugeln ſeyn, und alsdenn verwandelt ſich die Glaslinſe in eine ganze Kugel. Zugleich hat man $r = \varrho$, und $c = 2r$; alſo findet man für die Kugel die Brennweite $f = \frac{(2-n)r}{2(n-1)}$, und daraus den Sammlungsabſtand $\alpha = \frac{(\delta + 2\nu r : (\mu - 2))f}{\delta - f}$. Aus $\mu = \frac{n}{n-1}$, und $\nu = \frac{1}{n-1}$, hat man ferner $\mu - 2 = \frac{2-n}{n-1}$, und $\frac{2\nu}{\mu-2} = \frac{2}{2-n} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}n}$: alſo erhält man $\alpha = \frac{(1-\frac{1}{2}n)\delta + r}{(1-\frac{1}{2}n)\delta - f}$.

Bey der ganzen Kugel können übrigens nie alle Strahlen, die aus einerley Punct der Axe kommen, oder auch mit der Axe parallel auffallen, einen gemeinſchaftlichen Vereinigungspunct haben, obgleich eine Linſe, wenn beyde dazu gehörige ſphäriſche Segmente in Vergleichung mit der ganzen Kugelfläche, wozu jedes derſelben gehört, ſehr klein ſind, die Strahlen nach der Brechung ſehr nahe in einerley Punct vereiniget.

123. §.

90 Fig. Die Lage des zum zweytenmahl gebrochenen Strahls Np, welche im 115. und 116. §. durch Gp und den Winkel GpN beſtimmt ward, iſt auch beſtimmt, wenn auſſer Gp der Winkel CEN, alſo die Stelle N gefunden iſt, worin derſelbe die hintere Fläche der Linſe ſchneidet. Man ſetze CEN $= \varepsilon$, den Neigungswinkel ENM $=$ KN$\pi = \eta$, den gebrochenen Winkel KN$p = \vartheta$; ſo ſind ε, η, ϑ, für den zum erſtenmahl ſchon gebrochenen Strahl MN an der hintern Fläche der Linſe, was γ, α, β, für den einfallenden Strahl an der vordern Fläche waren. Wenn nun beyde Halbmeſſer CM, EN einander in S ſchneiden, ſo ergiebt die Betrachtung der Dreyecke ECS und MNS, daß ECM + CEN = CMN + MNE ſey, oder $\gamma + \varepsilon = \beta + \eta$, alſo $\varepsilon = \beta + \eta - \gamma$. Beyde Halbmeſſer ſchneiden einander unter dem Winkel ESM = CSN $= \gamma + \varepsilon$, und wenn in der Brechungsebene durch M und N für die Kreisbogen BAD, BGD, ein Paar Tangenten gezogen werden, die ein ander in T ſchneiden, ſo iſt auch MTN = ESM $= \gamma + \varepsilon$.

Wenn nun die Stelle M, wo der Strahl auffällt, einerley bleibt, und AP wächſt, ſo wird der Einfallswinkel LMP $= \alpha =$ CMH, mithin auch $\beta =$ CMN kleiner, MP drehet ſich um M nach ML zu, und zugleich rückt π der Linſe näher. In dem Fall, wenn der Strahl in paralleler Lage mit der Axe einfällt, wird AP $= \infty$, und $\alpha = \gamma$. Nimmt der Neigungswinkel α gegen ML noch weiter ab, wie erfolgt, wenn der einfallende Strahl in die Lage Mμ kommt; ſo wird δ negativ, P liegt nun hinter der Vorderfläche des Glaſes, in P′, und rückt dem Glaſe immer näher, jemehr LMμ abnimmt. Fällt endlich Mμ mit ML zuſammen, ſo verſchwinden α und β, alſo iſt nun $\varepsilon = \eta - \gamma$, und P′ iſt nach C gerückt. Kommt ferner der einfallende 91
Strahl in die Lage MQ, ſo werden α und β negativ, alſo nun $\varepsilon = \eta - \beta - \gamma$, und ε verſchwindet, Fig.
wenn $\eta - \beta = \gamma$ wird: alsdenn fällt N in G, aus ESM = MTN wird nun ein Winkel $= \gamma$. Wächſt LMQ $= - \alpha$ noch weiter, ſo rückt N über G hinaus nach B zu, ε wird negativ, und man hat MTN $= \gamma - \varepsilon$, bis endlich, wenn CEN′ $= \gamma$ wird, MTN verſchwindet, und beyde Tangenten 91
durch M und N in die parallele Lage kommen. Zugleich kommt auch der zum zweytenmahl gebrochene Fig.
Strahl N′p in eine mit dem einfallenden QM parallele Lage. Stellt man ſich nemlich ein Paar Ebenen vor, welche die Glaslinſe in M und N′ berühren; ſo iſt es für dieſen beſondern Fall einerley, ob der ganze Raum zwiſchen den parallelen Ebenen mit Glaſe angefüllet iſt, oder nur der linſenförmige Raum.

124. §.

91 Fig. Die Lage des in der gegebenen Stelle M einfallenden Strahls zu finden, welche erfodert wird, damit der zum zweytenmahl gebrochene Strahl mit dem einfallenden parallel ſey.

91 Fig. Aufl. Vermöge der allgemeinen Formuln im 107. §. iſt $C\pi - \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma - \beta)}$, und wenn man, wie im 115. §. $A\pi = C\pi + r = h$, $AG = c$ ſeßt, $G\pi = h - c = C\pi + r - c$. Im Dreyeck $E\pi N$ hat man $\varrho : \sin(\gamma - \beta) = G\pi + \varrho : \sin\eta$, alſo $\varrho \sin\eta = (G\pi + \varrho)\sin(\gamma - \beta)$, und man erhält $\varrho \sin\eta = \left(\frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma - \beta)} + r + \varrho - c\right)$ $\sin(\gamma - \beta)$ oder $\varrho \sin\eta = r \sin\beta + (r + \varrho - c)$ $\sin(\gamma - \beta)$. Wenn aber der zum zweytenmahl gebrochene Strahl mit dem einfallenden parallel ſeyn ſoll, muß $MTN = \gamma + \varepsilon = 0$, oder $\varepsilon = -\gamma$ ſeyn; und weil allemahl $\varepsilon = \beta + \eta - \gamma$ bleibt, ſo giebt das $\beta = -\eta$. Dieſer Werth ſtatt β in die gefundene Gleichung geſeßt giebt $(r + \varrho)\sin\eta =$ $(r + \varrho - c)\sin(\eta + \gamma)$, alſo $\frac{\sin\eta}{\sin(\eta + \gamma)} =$ $\frac{r + \varrho - c}{r + \varrho}$, mithin auch $\frac{\tan\eta}{\cos\gamma \tan\eta + \sin\gamma} =$ $\frac{r + \varrho - c}{r + \varrho}$, oder $\cos\gamma + \sin\gamma \cot\eta = \frac{r + \varrho}{r + \varrho - c}$.

Daraus findet man $\cot\eta = \frac{r + \varrho - (r + \varrho - c)\cos\gamma}{(r + \varrho - c)\sin\gamma}$,

oder

oder $\tang \eta = \frac{(r+\varrho-c)\sin\gamma}{r+\varrho-(r+\varrho-c)\cos\gamma}$, und eben ſo groß iſt nun $\tang \beta$, woraus $\sin \beta$ und ferner $\sin \alpha = \mu \sin \beta$ gefunden werden kann.

125. §.

Auf jeden Punct der Glaslinſe kann ein Strahl ſo fallen, daß er nach der zweyten Brechung wieder in die mit der vorigen parallele Lage kommt: und alle ſo auf die Linſe fallende Strahlen wie es dieſe Bedingung erfodert, laufen nach der erſten Brechung durch einerley Punct π der Axe des Glaſes.

Beweis. Der erſte Satz folgt daraus, weil die Auflöſung der Aufgabe des vor. §. für jeden Winkel γ für β mithin auch für α einen möglichen Werth giebt. Setzt man alsdenn in der Gleichung $C\pi = \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma-\beta)}$ ebenfalls $\beta = -\eta$, ſo wird $C\pi = -\frac{r\sin\eta}{\sin(\eta+\gamma)}$, alſo $C\pi + r = A\pi = r\left(1 - \frac{\sin\eta}{\sin(\eta+\gamma)}\right)$, und man erhält $A\pi = r\left(1 - \frac{r+\varrho-c}{r+\varrho}\right) = \frac{r.c}{r+\varrho}$. Weil dieſer Werth von γ nicht abhängt, ſo iſt $A\pi$, mithin auch π, für alle der angenommenen Bedingung gemäß auffallende Strahlen einerley.

Wäre ſtatt der Linſe eine völlige Kugel gegeben, 94
ſo hätte man $r = \varrho$, $c = 2r$, mithin $\tang \beta = 0$, Fig.
$\beta = 0$, $\alpha = 0$, und $A\pi = r$, wie der Natur

der

der Kugel gemäß iſt, weil jeder Strahl der ſo auffällt, daß ſeine Richtung durch den Mittelpunct geht, ungebrochen durchgeht.

91 Fig. Der einfallende Strahl QM ſchneide die Axe in P′, ſo iſt $CP' = \frac{r \sin \alpha}{\sin (\alpha + \gamma)}$, und $AP' = r \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha + \gamma)}\right)$. Wenn in dieſer Gleichung $\sin \alpha = \mu \sin \beta$, und β der Auflöſung der Aufgabe im vor. §. gemäß angenommen wird; ſo hat man die Stelle der Axe P′ worin ſie der einfallende Strahl ſchneiden muß, damit er mit dem einfallenden nach der zweyten Brechung wieder parallel ſey.

126. §.

92 Fig. **Unter allen Lichtſtrahlen, die ein ſeitwärts der Axe befindlicher Punct Q auf die Glaslinſe *BADG* wirft, giebt es in der Ebene durch Q und die Axe der Linſe einen ſolchen, der nach der zweyten Brechung in eine Lage kommt, die mit derjenigen parallel iſt, worin er auffiel.**

Beweis. Wenn man CQ ziehet, ſo kann auf jede Stelle M des zwiſchen CP und CQ liegenden Bogens AL ein Strahl ſo fallen, wie es die Bedingung des Satzes erfodert. Es ſey QP auf der Axe CE des Glaſes ſenkrecht, und π die Stelle der Axe, worin ſie von dem zum erſtenmahl gebrochenen Strahl geſchnitten werden muß; alſo CMπ der gebrochene Winkel, CMO der Neigungswinkel: ſo erhellet, daß CMπ, CMO verſchwinden müſſen, wenn M in A fällt, mithin alsdenn OM verlängert

durch

durch P laufe. Wenn alſo M von A nach L rückt, und allemahl ſin CMO = n ſin CMπ bleibt, ſo muß OM verlängert anfangs PQ zwiſchen P und Q ſchneiden, allein der Durchſchnittspunct mit PQ wird bald über Q hinaus rücken, weil er offenbar ſchon jenſeits Q liegt, wenn M in L fällt: alſo muß es zwiſchen A und L eine Stelle geben, woſelbſt ein in der Lage QM auffallender Strahl nach der zweyten Brechung in N wieder mit QM parallel wird.

127. §.

Wenn der ſtrahlende Punct Q ſo nahe bey der 92 Fig.
Axe CP der Linſe befindlich iſt, daß ſeine ſcheinbare Entfernung PAQ von dieſer Axe aus dem Pol A der Vorderfläche des Glaſes geſehen wenige Grade beträgt, ſo iſt auch PCQ, mithin um ſo mehr ACM = γ ſehr klein. Ueberdem iſt AOM = $\alpha + \gamma <$ PAQ, mithin iſt α ebenfalls, und eben darum auch β ein ſehr kleiner Winkel. Demnach wird der Strahl QMNq bey M und N ſo wenig gebrochen, daß er beynahe in grader Linie durchgehet. Er kann künftig unter den aus Q auf das Glas fallenden Strahlen der mittlere heiſſen.

128. §.

Die Stelle *O* der Axe zu finden, worin der mittlere aus *Q* auffallende Strahl die Axe des Glaſes ſchneidet, wenn der Winkel *PAQ* nur klein iſt. 92 Fig.

Aufl. Wenn im 111. §. AO ſtatt δ und n ſtatt μ geſchrieben wird, ſo giebt die Gleichung Aπ =

n.

$\frac{n \cdot AO \cdot r}{(n-1)\,AO + r}$ umgekehrt $(n-1)\,AO \cdot A\pi + r \cdot A\pi = nAO \cdot r$, alſo $AO = \frac{r \cdot A\pi}{(n-1)\,A\pi - nr}$.

Ueberdem iſt $A\pi = \frac{rc}{r+\varrho}$, (125. §.) alſo $(n-1)\,A\pi - nr = \frac{(n-1)\,rc - nr^2 - nr\varrho}{r+\varrho}$, und

$AO = \frac{rc}{(n-1)\,c - n\,(r+\varrho)}$, oder $AO = -\frac{rc}{n\,(r+\varrho) - (n-1)\,c}$. Der Ausdruck iſt negativ, ſo lange O mit π auf einer Seite von A hinter der brechenden Fläche BAD liegt, weil die von A nach P zu liegenden Entfernungen δ im 111. §. poſitiv angenommen ſind. Hier kann man das Zeichen (—) weglaſſen, ſo iſt AO poſitiv, wenn O hinter der Vorderfläche des Glaſes liegt, wie es die Figur vorſtellet.

Der zum zweytenmahl gebrochene Strahl Nq ſchneide die Axe in ω, ſo ſind die Dreyecke CMO, ENω einander ähnlich, alſo CM : CO = EN : Eω, und CM : CM — CO = EN : EN — Eω, folglich $r : AO = \varrho : G\omega$, und man erhält $G\omega = \frac{\varrho}{r} \cdot AO$,

alſo $G\omega = \frac{\varrho c}{n\,(r+\varrho) - (n-1)\,c}$.

129. §.

129. §.

Wenn PQ eine grade auf CP ſenkrechte Linie und der Winkel PAQ nur klein iſt, ſo laufen alle Strahlen, die aus Q nahe bey der Axe QC der Vorderfläche BAD auf die Glaslinſe fallen, nach der zweyten Brechung beynahe in einerley Vereinigungspunct q zuſammen, der im mittlern Strahl $QMNq$ beynahe ſoweit hinter der Linſe liegt, als das Bild p des in der Axe der Linſe liegenden Puncts P.

Beweis. Alle Strahlen, die von Q auf die Vorderfläche BAD fallen, laufen nach der erſten Brechung in einerley Vereinigungspunct K zuſammen, der in der Axe QC liegt. Wenn überdem die aus P auffallenden Strahlen nach der erſten Brechung in Π zuſammen laufen; ſo iſt $A\Pi = \frac{n \cdot AP \cdot r}{(n-1)\,AP - r}$, und $LK = \frac{n \cdot LQ \cdot r}{(n-1)\,LQ - r}$ (110. §.) Wenn aber PAQ und PCQ ſehr klein ſind, ſo iſt ſehr nahe $CQ = CP$, alſo $LQ = AP$, mithin beynahe $LK = A\Pi$, und $CK\ C\Pi$. Man ziehe KE, ſo ſind CEK, CKE, ſehr kleine Winkel, und es iſt beynahe $EC + CK$ oder $E\Pi = EK$, alſo auch $G\Pi = HK$. Weil nun alle aus Q kommende Strahlen nach der erſten Brechung gegen K laufen, und K in der Axe EK der hintern Fläche der Linſe liegt, ſo haben ſie nach der zweyten Brechung wiederum einen Vereinigungspunct q in eben dieſer Axe EK, ſo wie die aus P kommenden Strahlen nach der zweyten Brechung in p zuſammen laufen.

Ver-

Vermöge des 112. §. n. 4. iſt alsdenn $Gp = \frac{n \cdot G\Pi \cdot \varrho}{(1-n)\,G\Pi + \varrho}$, und $Hq = \frac{n \cdot HK \cdot \varrho}{(1-n)\,HK + \varrho}$, alſo beynahe $Gp = Hq$ und $Ep = Eq$. Noch war vermöge der Vorausſetzung qNK ein kleiner Winkel, alſo ſind es auch NEq und EqN, und es iſt beynahe $EN + Nq = Eq = EH + Hq$, folglich beynahe $Nq = Hq = Gp$.

94 Fig. Wenn das Glas eine ganze Kugel iſt, wie es die 94. Figur vorſtellet, ſo haben beyde Abſchnitte woraus das Glas beſtehet, einerley Mittelpunct; von den aus Q kommenden Strahlen geht der mittlere durch dieſen Mittelpunct, wie auch die Gleichung $AO = \frac{rc}{n(r+\varrho) - (n-1)c}$ angiebt, die ſich in $AO = r$ verwandelt, wenn man $r = \varrho$ und $c = 2r$ ſetzt. Dieſer mittlere Strahl wird gar nicht gebrochen, weil er ſenkrecht auffällt, und man hat auch $A\pi = r$ bey eben den Vorausſetzungen. So lange alsdenn CQ nicht ſehr merklich gröſſer als CP iſt, haben die aus Q nahe bey der Axe QC auffallenden Strahlen in derſelben hinter der Kugel einen Vereinigungspunct q, und es iſt Cq beynahe $= Cp$, alſo auch Hq beynahe $= Gp$.

130. §.

92 Fig. Der Vereinigungspunct q aller ans Q auf die Linſe fallenden Strahlen iſt in eben dem Verſtande ein Bild von Q, in welchem p ein Bild von P iſt. Wenn alſo PQ eine grade auf der Axe der Linſe ſenkrechte Linie iſt, ſo hat jeder Punct S von ihr ſein Bild s in dem aus S auffallenden mittlern Strahl bey=

beynahe eben ſo weit hinter der Linſe, als das Bild p des Puncts P in der Axe PC. Die Bilder aller Puncte der graden Linie PQ liegen in einem kleinen Kreisbogen pq, für deſſen Halbmeſſer πp angenommen werden kann. Weil jedoch dieſer kleine Bogen von ſeiner Tangente nicht merklich verſchieden iſt, ſo kann derſelbe auch für eine grade auf Λp ſenkrechte Linie angenommen werden, die alſo das Bild von PQ iſt.

Wenn die Axe der Linſe gegen die Mitte oder ſonſt einen merkwürdigen Punct eines ſichtbaren Gegenſtandes gerichtet iſt, und die ſcheinbaren Durchmeſſer deſſelben in jeder Ebene durch die Axe genommen ſehr klein ſind; ſo ſind alle Puncte deſſelben, welche Licht auf das Glas werfen können, ſehr nahe gleichweit vom Glaſe entfernt, und können ſo betrachtet werden, als wenn ſie alle in einerley auf der Axe PC ſenkrechten Ebene lägen. Jeder Punct hat alſo hinter dem Glaſe ſein Bild mit den Bildern der übrigen Puncte beynahe in einerley Entfernung, dieſe Bilder liegen in einem kleinen Stück einer zum Mittelpunct π gehörigen Kugelfläche, das auch als eine kleine ebene auf der Axe der Linſe ſenkrechte Fläche betrachtet werden kann. Alle in dieſer kleinen Ebene liegenden Bilder der Puncte des Objects, womit ſie zuſammen gehören, machen ein Bild des Objects ſelbſt aus.

131. §.

Wenn wie bisher die Brennweite des Glaſes $= f$, die Entfernung des Objects vom Glaſe $= \delta$ geſetzt wird, ſo iſt die Entfernung des Bildes vom

124. §.

91 Fig. Die Lage des in der gegebenen Stelle M einfallenden Strahls zu finden, welche erfodert wird, damit der zum zweytenmahl gebrochene Strahl mit dem einfallenden parallel ſey.

91 Fig. Aufl. Vermöge der allgemeinen Formuln im 107. §. iſt $C\pi - \frac{r \sin\beta}{\sin(\gamma-\beta)}$, und wenn man, wie im 115. §. $A\pi = C\pi + r = h$, $AG = c$ ſetzt, $G\pi = h - c = C\pi + r - c$. Im Dreyeck $E\pi N$ hat man $\varrho : \sin(\gamma - \beta) = G\pi + \varrho : \sin\eta$, alſo $\varrho \sin\eta = (G\pi + \varrho)\sin(\gamma-\beta)$, und man erhält $\varrho \sin\eta = \left(\frac{r\sin\beta}{\sin(\gamma-\beta)} + r + \varrho - c\right)$ $\sin(\gamma-\beta)$ oder $\varrho\sin\eta = r\sin\beta + (r+\varrho-c)$ $\sin(\gamma-\beta)$. Wenn aber der zum zweytenmahl gebrochene Strahl mit dem einfallenden parallel ſeyn ſoll, muß $MTN = \gamma + \varepsilon = 0$, oder $\varepsilon = -\gamma$ ſeyn; und weil allemahl $\varepsilon = \beta + \eta - \gamma$ bleibt, ſo giebt das $\beta = -\eta$. Dieſer Werth ſtatt β in die gefundene Gleichung geſetzt giebt $(r+\varrho)\sin\eta = (r+\varrho-c)\sin(\eta+\gamma)$, alſo $\frac{\sin\eta}{\sin(\eta+\gamma)} = \frac{r+\varrho-c}{r+\varrho}$, mithin auch $\frac{\tang\eta}{\cos\gamma\ \tang\eta + \sin\gamma} = \frac{r+\varrho-c}{r+\varrho}$, oder $\cos\gamma + \sin\gamma\cot\eta = \frac{r+\varrho}{r+\varrho-c}$.

Daraus findet man $\cot\eta = \frac{r+\varrho-(r+\varrho-c)\cos\gamma}{(r+\varrho-c)\sin\gamma}$,

oder

oder $\tang \eta = \dfrac{(r+\varrho-c)\sin\gamma}{r+\varrho-(r+\varrho-c)\cos\gamma}$, und eben ſo groß iſt nun $\tang\beta$, woraus $\sin\beta$ und ferner $\sin\alpha = \mu \sin\beta$ gefunden werden kann.

125. §.

Auf jeden Punct der Glaslinſe kann ein Strahl ſo fallen, daß er nach der zweyten Brechung wieder in die mit der vorigen parallele Lage kommt: und alle ſo auf die Linſe fallende Strahlen wie es dieſe Bedingung erfodert, laufen nach der erſten Brechung durch einerley Punct π der Axe des Glaſes.

Beweis. Der erſte Satz folgt daraus, weil die Auflöſung der Aufgabe des vor. §. für jeden Winkel γ für β mithin auch für α einen möglichen Werth giebt. Setzt man alsdenn in der Gleichung

$C\pi = \dfrac{r\sin\beta}{\sin(\gamma-\beta)}$ ebenfalls $\beta = -\eta$, ſo wird

$C\pi = -\dfrac{r\sin\eta}{\sin(\eta+\gamma)}$, alſo $C\pi + r = A\pi = r\left(1 - \dfrac{\sin\eta}{\sin(\eta+\gamma)}\right)$, und man erhält $A\pi = r\left(1 - \dfrac{r+\varrho-c}{r+\varrho}\right) = \dfrac{r.c}{r+\varrho}$. Weil dieſer Werth von γ nicht abhängt, ſo iſt $A\pi$, mithin auch π, für alle der angenommenen Bedingung gemäß auffallende Strahlen einerley.

Wäre ſtatt der Linſe eine völlige Kugel gegeben, 94
ſo hätte man $r = \varrho$, $c = 2r$, mithin $\tang\beta = 0$, Fig.
$\beta = 0$, $\alpha = 0$, und $A\pi = r$, wie der Natur der

der Kugel gemäß iſt, weil jeder Strahl der ſo auffällt, daß ſeine Richtung durch den Mittelpunct geht, ungebrochen durchgeht.

91 Fig. Der einfallende Strahl QM ſchneide die Axe in P′, ſo iſt $CP' = \frac{r \sin \alpha}{\sin (\alpha + \gamma)}$, und $AP' = r \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha + \gamma)}\right)$. Wenn in dieſer Gleichung $\sin \alpha = \mu \sin \beta$, und β der Auflöſung der Aufgabe im vor. §. gemäß angenommen wird; ſo hat man die Stelle der Axe P′ worin ſie der einfallende Strahl ſchneiden muß, damit er mit dem einfallenden nach der zweyten Brechung wieder parallel ſey.

126. §.

92 Fig. **Unter allen Lichtſtrahlen, die ein ſeitwärts der Axe befindlicher Punct Q auf die Glaslinſe *BADG* wirft, giebt es in der Ebene durch Q und die Axe der Linſe einen ſolchen, der nach der zweyten Brechung in eine Lage kommt, die mit derjenigen parallel iſt, worin er auffiel.**

Beweis. Wenn man CQ ziehet, ſo kann auf jede Stelle M des zwiſchen CP und CQ liegenden Bogens AL ein Strahl ſq fallen, wie es die Bedingung des Satzes erfodert. Es ſey QP auf der Axe CE des Glaſes ſenkrecht, und π die Stelle der Axe, worin ſie von dem zum erſtenmahl gebrochenen Strahl geſchnitten werden muß; alſo CMπ der gebrochene Winkel, CMO der Neigungswinkel: ſo erhellet, daß CMπ, CMO verſchwinden müſſen, wenn M in A fällt, mithin alsdenn OM verlängert

durch

durch P laufe. Wenn alſo M von A nach L rückt, und allemahl ſin CMO = n ſin CMπ bleibt, ſo muß OM verlängert anfangs PQ zwiſchen P und Q ſchneiden, allein der Durchſchnittspunct mit PQ wird bald über Q hinaus rücken, weil er offenbar ſchon jenſeits Q liegt, wenn M in L fällt: alſo muß es zwiſchen A und L eine Stelle geben, woſelbſt ein in der Lage QM auffallender Strahl nach der zweyten Brechung in N wieder mit QM parallel wird.

127. §.

Wenn der ſtrahlende Punct Q ſo nahe bey der Axe CP der Linſe befindlich iſt, daß ſeine ſcheinbare Entfernung PAQ von dieſer Axe aus dem Pol A der Vorderfläche des Glaſes geſehen wenige Grade beträgt, ſo iſt auch PCQ, mithin um ſo mehr ACM = γ ſehr klein. Ueberdem iſt AOM = $\alpha + \gamma <$ PAQ, mithin iſt α ebenfalls, und eben darum auch β ein ſehr kleiner Winkel. Demnach wird der Strahl QMNq bey M und N ſo wenig gebrochen, daß er beynahe in grader Linie durchgehet. Er kann künftig unter den aus Q auf das Glas fallenden Strahlen der mittlere heiſſen. 92 Fig.

128. §.

Die Stelle *O* der Axe zu finden, worin der mittlere aus *Q* auffallende Strahl die Axe des Glaſes ſchneidet, wenn der Winkel *PAQ* nur klein iſt. 92 Fig.

Aufl. Wenn im 111. §. AO ſtatt δ und n ſtatt μ geſchrieben wird, ſo giebt die Gleichung Aπ =

$\frac{n \cdot AO \cdot r}{(n-1)\,AO + r}$ umgekehrt $(n-1)\,AO \cdot A\pi + r \cdot A\pi = nAO \cdot r$, alſo $AO = \frac{r \cdot A\pi}{(n-1)\,A\pi - nr}$.

Ueberdem iſt $A\pi = \frac{rc}{r+\varrho}$, (125. §.) alſo $(n-1)\,A\pi - nr = \frac{(n-1)\,rc - nr^2 - nr\varrho}{r+\varrho}$, und

$AO = \frac{rc}{(n-1)\,c - n\,(r+\varrho)}$, oder $AO = -\frac{rc}{n\,(r+\varrho) - (n-1)\,c}$. Der Ausdruck iſt negativ, ſo lange O mit π auf einer Seite von A hinter der brechenden Fläche BAD liegt, weil die von A nach P zu liegenden Entfernungen δ im 111. §. poſitiv angenommen ſind. Hier kann man das Zeichen (—) weglaſſen, ſo iſt AO poſitiv, wenn O hinter der Vorderfläche des Glaſes liegt, wie es die Figur vorſtellet.

Der zum zweytenmahl gebrochene Strahl Nq ſchneide die Axe in ω, ſo ſind die Dreyecke CMO, ENω einander ähnlich, alſo CM : CO = EN : Eω, und CM : CM — CO = EN : EN — Eω, folglich $r : AO = \varrho : G\omega$, und man erhält $G\omega = \frac{\varrho}{r} \cdot AO$, alſo $G\omega = \frac{\varrho c}{n\,(r+\varrho) - (n-1)\,c}$.

129. §.

129. §.

Wenn *PQ* eine grade auf *CP* ſenkrechte Linie und der Winkel *PAQ* nur klein iſt, ſo laufen alle Strahlen, die aus Q nahe bey der Axe *QC* der Vorderfläche *BAD* auf die Glaslinſe fallen, nach der zweyten Brechung beynahe in einerley Vereinigungspunct *q* zuſammen, der im mittlern Strahl *QMNq* beynahe ſoweit hinter der Linſe liegt, als das Bild *p* des in der Axe der Linſe liegenden Puncts *P*.

Beweis. Alle Strahlen, die von Q auf die Vorderfläche BAD fallen, laufen nach der erſten Brechung in einerley Vereinigungspunct K zuſammen, der in der Axe QC liegt. Wenn überdem die aus P auffallenden Strahlen nach der erſten Brechung in Π zuſammen laufen; ſo iſt $A\Pi = \frac{n \cdot AP \cdot r}{(n-1)\,AP - r}$, und $LK = \frac{n \cdot LQ \cdot r}{(n-1)\,LQ - r}$ (110. §.) Wenn aber PAQ und PCQ ſehr klein ſind, ſo iſt ſehr nahe CQ = CP, alſo LQ = AP, mithin beynahe LK = AΠ, und CK CΠ. Man ziehe KE, ſo ſind CEK, CKE, ſehr kleine Winkel, und es iſt beynahe EC + CK oder EΠ = EK, alſo auch GΠ = HK. Weil nun alle aus Q kommende Strahlen nach der erſten Brechung gegen K laufen, und K in der Axe EK der hintern Fläche der Linſe liegt, ſo haben ſie nach der zweyten Brechung wiederum einen Vereinigungspunct *q* in eben dieſer Axe EK, ſo wie die aus P kommenden Strahlen nach der zweyten Brechung in *p* zuſammen laufen.

Ver-

Vermöge des 112. §. n. 4. iſt alsdenn $Gp = \frac{n \,.\, G\Pi \,.\, \varrho}{(1-n)\,G\Pi + \varrho}$, und $Hq = \frac{n \,.\, HK \,.\, \varrho}{(1-n)\,HK + \varrho}$, alſo beynahe $Gp = Hq$ und $Ep = Eq$. Noch war vermöge der Vorausſetzung qNK ein kleiner Winkel, alſo ſind es auch NEq und EqN, und es iſt beynahe $EN + Nq = Eq = EH + Hq$, folglich beynahe $Nq = Hq = Gp$.

94 Fig. Wenn das Glas eine ganze Kugel iſt, wie es die 94. Figur vorſtellet, ſo haben beyde Abſchnitte woraus das Glas beſtehet, einerley Mittelpunct; von den aus Q kommenden Strahlen geht der mittlere durch dieſen Mittelpunct, wie auch die Gleichung $AO = \frac{rc}{n(r+\varrho)-(n-1)c}$ angiebt, die ſich in $AO = r$ verwandelt, wenn man $r = \varrho$ und $c = 2r$ ſetzt. Dieſer mittlere Strahl wird gar nicht gebrochen, weil er ſenkrecht auffällt, und man hat auch $A\pi = r$ bey eben den Vorausſetzungen. So lange alsdenn CQ nicht ſehr merklich gröſſer als CP iſt, haben die aus Q nahe bey der Axe QC auffallenden Strahlen in derſelben hinter der Kugel einen Vereinigungspunct q, und es iſt Cq beynahe $= Cp$, alſo auch Hq beynahe $= Gp$.

130. §.

92 Fig. Der Vereinigungspunct q aller ans Q auf die Linſe fallenden Strahlen iſt in eben dem Verſtande ein Bild von Q, in welchem p ein Bild von P iſt. Wenn alſo PQ eine grade auf der Axe der Linſe ſenkrechte Linie iſt, ſo hat jeder Punct S von ihr ſein Bild s in dem aus S auffallenden mittlern Strahl bey=

beynahe eben ſo weit hinter der Linſe, als das Bild p des Puncts P in der Axe PC. Die Bilder aller Puncte der graden Linie PQ liegen in einem kleinen Kreisbogen pq, für deſſen Halbmeſſer πp angenommen werden kann. Weil jedoch dieſer kleine Bogen von ſeiner Tangente nicht merklich verſchieden iſt, ſo kann derſelbe auch für eine grade auf Λp ſenkrechte Linie angenommen werden, die alſo das Bild von PQ iſt.

Wenn die Axe der Linſe gegen die Mitte oder ſonſt einen merkwürdigen Punct eines ſichtbaren Gegenſtandes gerichtet iſt, und die ſcheinbaren Durchmeſſer deſſelben in jeder Ebene durch die Axe genommen ſehr klein ſind; ſo ſind alle Puncte deſſelben, welche Licht auf das Glas werfen können, ſehr nahe gleichweit vom Glaſe entfernt, und können ſo betrachtet werden, als wenn ſie alle in einerley auf der Axe PC ſenkrechten Ebene lägen. Jeder Punct hat alſo hinter dem Glaſe ſein Bild mit den Bildern der übrigen Puncte beynahe in einerley Entfernung, dieſe Bilder liegen in einem kleinen Stück einer zum Mittelpunct π gehörigen Kugelfläche, das auch als eine kleine ebene auf der Axe der Linſe ſenkrechte Fläche betrachtet werden kann. Alle in dieſer kleinen Ebene liegenden Bilder der Puncte des Objects, womit ſie zuſammen gehören, machen ein **Bild des Objects** ſelbſt aus.

131. §.

Wenn wie bisher die Brennweite des Glaſes $= f$, die Entfernung des Objects vom Glaſe $= \delta$ geſetzt wird, ſo iſt die Entfernung des Bildes vom

Glaſe $= \frac{\delta f}{\delta - f}$. Fängt man im finſtern Zimmer das durch eine Glaslinſe hineinfallende Licht, wenn es von einem um den Abſtand δ entfernten Object herkommt, mit einem weiſſen Papier oder einer andern weiſſen Ebene in der Entfernung $\frac{\delta f}{\delta - f}$ vom Glaſe ſenkrecht auf, ſo zeigt ſich auf derſelben deßwegen ein deutliches Bild des Objects, weil auf jeden Punct der weiſſen Fläche nur Licht von einem und demſelben Punct des Gegenſtandes fällt, nicht von mehrern. Entfernt man aber die weiſſe Fläche weiter als um dieſen Abſtand $\frac{\delta f}{\delta - f}$ vom Glaſe, oder rückt man ſie dem Glaſe näher, ſo ſchneidet ſie alle Lichtkegel, deren Spitzen um den eben angezeigten Abſtand vom Glaſe entfernt ſind, in einem deſto gröſſern Kreiſe, je mehr man dieſe weiſſe Fläche vom Glaſe entfernt, oder umgekehrt demſelben näher bringt. Das von jedem Punct des Objects kommende Licht iſt über der Fläche eines ſolchen Kreiſes verbreitet, und weil alle dieſe Kreiſe einander ſchneiden, ſo fällt auf jeden Punct der weiſſen Fläche Licht von mehrern Puncten des Gegenſtandes: deswegen iſt nun das Bild undeutlich, und dieſe Kreiſe, deren Licht ſich ſolchergeſtalt mit einander vermiſcht, heiſſen hier Zerſtreuungskreiſe. Uebrigens erhält das deutliche Bild in Anſehung der Axe der Linſe eine umgekehrte Lage. Der Punct q, welcher Q abbildet, liegt nicht mit Q auf einerley Seite der Axe der Linſe, ſondern auf der andern Seite gegen über. Was im Object ſelbſt oben liegt, bildet ſich

unten

unten ab, und was im Object zur Rechten liegt, das hat ſein Bild zur Linken.

132. §.

Die in einerley Ebene durch die Axe der Linſe zuſammen gehörigen halben und ganzen Durchmeſſer des Bildes und des abgebildeten Gegenſtandes verhalten ſich in dem Fall, wenn die Dicke des Glaſes in Vergleichung mit den Halbmeſſern der brechenden Kugelflächen ſehr klein iſt, gegen einander, wie ihre Entfernungen von der Linſe.

In dem Fall, wenn das Glas eine ganze Kugel iſt, wird dies Verhältniß der halben oder ganzen Durchmeſſer des Bildes und Gegenſtandes einerley mit dem Verhältniß ihrer Entfernungen vom Mittelpunct der Kugel.

Beweis. Weil der Strahl Nq mit QM parallel iſt; ſo ſind OPQ und ωpq ähnliche Dreyecke, und es iſt $AO + AP : G\omega + Gp = PQ : pq$. Weil 92 Fig.

ferner $AO = \dfrac{rc}{n(r+\varrho)-(n-1)c}$ und $G\omega = \dfrac{\varrho c}{n(r+\varrho)-(n-1)c}$ wenigſtens in den beyden Fällen kleiner als c ſind, wenn beyde Halbmeſſer r und ϱ poſitiv, oder beyde negativ ſind; ſo hat man alsdenn ſehr nahe $AP : Gp = PQ : pq$, mithin aus eben dem Grunde $AP : Gp = PR : pr$, und $AP : Gp = PQ + PR : pq + pr = QR : qr$.

Wäre einer von beyden Halbmeſſern, wie r, negativ, ſo hätte man AO $= -\frac{rc}{n(\varrho - r) - (n-1)c}$,

G$\omega = \frac{\varrho c}{n(\varrho - r) - (n-1)c}$: alſo würde AO dem Werth $\frac{r}{n-1}$, und Gω dem Werth $-\frac{\varrho}{n-1}$ deſto näher kommen, je weniger r und ϱ verſchieden wären, mithin würde man AO und Gω nicht weglaſſen können. Allein eben dieſer Fall kommt in der Anwendung gewöhnlich nicht vor, und wenn nur der eine von dieſen beyden Halbmeſſern nochmahl ſo groß, als der andre iſt, ſo bleiben AO und Cω immer noch kleiner als c, und die angegebene Proportion wird nicht merklich fehlerhaft.

Nimmt man an, das Glas ſey eine ganze Kugel; ſo werden AO und G$\omega = r = \varrho$, und das Verhältniß PQ : pq wird ſo groß, als das Verhältniß der Entfernungen vom Mittelpunct der Kugel.

Ueberhaupt kann man in allen den Fällen die Entfernungen von der Mitte der Linſe verſtehen, wenn AO und Gω kleiner als c ſind: denn das heißt dieſe kleinen Linien $= \frac{1}{2}c$ ſetzen, welches das Verhältniß nicht merklich ändert, ſo lange c ſehr klein iſt.

95 Fig. Wenn alſo K die Mitte der Linſe iſt, ſo ſind die ſcheinbaren halben und ganzen Durchmeſſer des Gegenſtandes und des Bildes aus K geſehen, gleich groß, und eben ſo die ganzen ſcheinbaren Ausdehnungen des Gegenſtandes und des Bildes in dem Sinn des 21. §. der Optik genommen.

133. §.

133. §.

Bey allen bisherigen Unterſuchungen iſt zwar vorausgeſetzt worden, daß die Linſe auf beyden Seiten die erhabene ſphäriſche Figur habe: allein man wendet die allgemeinen Formuln leicht auf alle hieher gehörige beſondre Fälle an, wobey jedoch folgende allgemeine Bemerkung zum Grunde zu legen iſt. Man nimmt bey den folgenden Betrachtungen über die Natur der durchſichtigen Linſen an, ihre Dicke ſey ſo klein, daß man ſie ohne merklichen Fehler in der Rechnung weglaſſen könne. Alsdenn bleibt die Brennweite $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$ (121. §.) einerley, man mag die eine, oder die andre Seite, dem Object zukehren. Demnach bleibt auch in eben dem Fall die Entfernung eines jeden andern Bildes $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ (121. §.) vom Glaſe einerley. Verwechſelt man alſo die Stelle des Bildes mit der Stelle des Objects, ſo fällt das Bild dahin, wo vorher das Object ſeine Stelle hatte. Wenn nemlich $\delta = Gp$ geſetzt, und in p die Stelle des Objects angenommen wird, ſo iſt $\alpha = \frac{Gp . f}{Gp - f}$. Wird überdem $Gp = \frac{AP . f}{AP - f}$ geſetzt, ſo iſt $Gp - f = \frac{ff}{AP - f}$, und man findet $\alpha = AP$. Stehet alſo das Object im Brennpunct des Glaſes, ſo giebt es gar kein Bild; alle Strahlen, die von einerley Punct des Objects auf das Glas fallen, kommen nach der Brechung in eine Lage, die mit der Lage des dazu gehöri-

hörigen mittlern Strahls parallel iſt. Die beſondern Fälle, welche eine eigene Erwägung verdienen, ſind nun folgende.

134. §.

1.) Das Glas iſt doppeltconvex, wenn es auf beyden Seiten die erhabene ſphäriſche Figur hat. Die Brennweite deſſelben $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$ iſt poſitiv, und bleibt unverändert, wenn man gleich das Glas umkehrt, und die hintere Fläche nun dem Object zuwendet: denn in dem Fall wird ϱ der vordern und r der hintern Fläche Halbmeſſer, und beyder Product ſowohl als auch beyder Summe bleibt einerley. Der Abſtand des Bildes $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ bleibt ebenfalls poſitiv, ſo lange $\delta > f$ iſt. Das Bild nähert ſich dem Glaſe und dem Brennpunct deſto mehr, je gröſſer δ iſt, und der Brennpunct ſelbſt iſt das nächſte und zugleich das kleinſte Bild hinter dem Glaſe. Wenn nemlich D und Δ ein Paar zuſammen gehörige ganze oder halbe Durchmeſſer des Objects und des Bildes bezeichnen, ſo iſt $\Delta = \frac{\alpha}{\delta} . D$ (132. §.), alſo $\Delta = \frac{f}{\delta - f} D$, und das Bild würde verſchwinden, wenn die Entfernung δ unendlich groß würde. Je näher das Object dem Glaſe rückt, deſto weiter entfernt ſich das Bild, und wird zugleich deſto gröſſer, bis es endlich ganz wegfällt, wenn $\delta = f$ iſt, und die Entfernung des Objects der Brennweite gleich iſt. Für noch kleinere δ, wird α negativ, und man erhält

$\alpha =$

$\alpha = -\frac{\delta f}{f-\delta} = -\frac{f}{(f:\delta)-1}$: es giebt nun kein phyſiſches Bild mehr, ſondern nur ein geometriſches vor dem Glaſe, das anfangs weit vom Glaſe entfernt iſt, aber demſelben ſchnell näher rückt, wenn δ noch weiter abnimmt.

2.) Das Glas iſt planconvex, wenn eine Seite zwar ſphäriſch erhaben, die andre aber eben iſt, und zugleich die Grundfläche des ſphäriſchen Segments abgiebt. Einer von beyden Halbmeſſern iſt alsdenn unendlich groß, und es iſt die Brennweite $f = \frac{1}{n-1} r$ oder $= \frac{1}{n-1} \varrho$, nachdem die ſphäriſche oder die ebene Seite dem Object zugekehrt seyn ſoll. Beydes iſt alſo einerley, wenn ϱ und r einerley ſind. Aus der Brennweite findet man die Vereinigungsweite $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$, wie beym doppelt convexen Glaſe, und das planconvexe Glas hat mit demſelben übrigens einerley Eigenſchaften.

3.) Wenn die eine Seite zwar erhaben ſphäriſch, aber die andre Seite hohl iſt, ſo muß der Halbmeſſer der hohlen Seite negativ angenommen werden, und man hat die Brennweite $f = \frac{-r\varrho}{(n-1)(\varrho - r)}$, wenn die Vorderfläche hohl iſt. Kehrt man das Glas um, die erhabene Seite gegen das Object, ſo iſt nun zwar ϱ der Vorderfläche Halbmeſſer, es bleibt aber $f = \frac{-r\varrho}{(n-1)(\varrho - r)}$, weil r der hohlen Fläche Halbmeſſer bleibt. Bey einerley Glaſe bleibt alſo die Brenn-

weite einerley, man mag die hohle oder die erhabene Seite gegen das Object bringen. Wenn nun überdem der hohlen Seite Halbmeſſer r gröſſer iſt, als der Halbmeſſer der erhabenen Seite, ſo bleibt die Brennweite $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r-\varrho)}$ poſitiv. Beyde ſphäriſche Flächen des Glaſes können nun eine gemeinſchaftliche Grundfläche haben, und der Durchſchnitt durch des Glaſes Axe iſt alsdenn mondförmig. Das Glas heiſst ein Meniſcus, und es hat, was den Abſtand des Bildes betrift, mit den beyden zuerſt beſchriebenen Arten einerley Eigenſchaften. Die Krümmung der erhabenen Seite iſt bey demſelben ſtärker, als die Krümmung der hohlen Seite, und es heiſst auch wohl ein convex-concaves Glas.

135. §.

1.) In dem Fall, wenn eine Seite des Glaſes hohl, die andre erhaben, und der hohlen Seite Halbmeſſer kleiner, als der erhabenen Seite Halbmeſſer iſt, heiſst das Glas concav-convex, im Gegenſatz mit dem kurz vorhin betrachteten convexconcaven Glaſe. Beym concav-convexen Glaſe iſt die Krümmung der hohlen Seite ſtärker, als die Krümmung der erhabenen Seite, und die beyden ſphäriſchen Abſchnitte, woraus das Glas beſtehet, können nun keine gemeinſchaftliche Grundfläche haben. Die Brennweite iſt $f = \frac{-r\varrho}{(n-1)(\varrho-r)}$, wenn die Vorderfläche hohl iſt; und wenn man gleich das Glas umkehrt, ſo bleibt dennoch $f = \frac{-r\varrho}{(n-1)(\varrho-r)}$, weil

r der

r der hohlen Fläche Halbmeſſer bleibt. Weil aber der jetzigen Vorausſetzung gemäß $r < \varrho$ iſt, ſo iſt die Brennweite negativ, der Brennpunct liegt vor dem Glaſe, auf eben der Seite, wo das Object ſeine Stelle hat, und die Strahlen, welche aus einem ſehr weit entlegenen Punct in der Axe ſehr nahe bey derſelben auf das Glas fallen, gehen nach der zweymahligen Brechung hinter dem Glaſe auseinander, und liegen ſo, als kämen ſie aus einem Punct her, der im mittlern Strahl vor dem Glaſe ſeine Stelle hat. Jede andre Vereinigungsweite der auffallenden Strahlen $\alpha = -\frac{\delta f}{\delta + f}$ wird nun ebenfalls negativ, wenn in dem allgemeinen Ausdruck $\alpha = \frac{\delta f}{\delta + f}$ die Brennweite f negativ angenommen wird. Die Sammlungspuncte alſo, welche ſonſt das Bild ausmachen, ſind nun Zerſtreuungspuncte, und das **Bild iſt nicht phyſiſch**, ſondern **geometriſch**. Auch findet man des Bildes Durchmeſſer $\Delta = -\frac{\alpha}{\delta} D$ (132. §.) negativ, weil α negativ iſt, und das rührt daher, weil das geometriſche Bild nicht die umgekehrte Stellung hat, wie das phyſiſche, ſondern mit dem Object einerley Stellung erhält. Die Entfernung $\alpha = -\frac{\delta f}{\delta + f} = \frac{f}{1 + (f : \delta)}$ wird mit δ zugleich gröſſer, und kleiner, wenn δ kleiner wird. Weil überdem $\Delta = \frac{\alpha}{\delta}$

. $D = -\frac{f}{\delta + f}$. D war, ſo wird das Bild kleiner, wenn δ gröſſer wird, und umgekehrt.

2.) Ein planconcaves, oder einfaches Hohlglas hat eine ebene und eine hohle Seite, und es wird aus dem concavconvexen Glaſe, wenn man den Halbmeſſer ϱ der erhabenen Fläche unendlich groß ſetzt. Alsdenn iſt die Brennweite $f = -\frac{r}{n - 1}$ noch negativ, und die Vereinigungsweite $\alpha = -\frac{\delta f}{\delta + f}$ ebenfalls: mithin hat das einfache Hohlglas übrigens mit dem concavconvexen Glaſe einerley Natur.

3.) Ein doppeltes Hohlglas hat auf beyden Seiten hohle ſphäriſche Flächen, und man erhält die Brennweite $f = -\frac{r\varrho}{(n - 1)(r + \varrho)}$, wenn man in der allgemeinen Formul $f = \frac{r\varrho}{(n - 1)(r + \varrho)}$ beyde Halbmeſſer negativ ſetzt. Der Brennpunct wird ebenfalls ein Zerſtreuungspunct, auch iſt die Vereinigungsweite $\alpha = -\frac{\delta f}{\delta + f}$ allemahl negativ, und das Bild, wie beym concavconvexen und einfachen Hohlglaſe, allemahl ein geometriſches, kein phyſiſches Bild, ſo lange δ poſitiv iſt.

136. §.

Alle Gläſer, welche die von einem wirklichen vor dem Glaſe befindlichen, Gegenſtande herkommenden und auf das Glas fallenden Strahlen, wenigſtens ſo lange in einem phyſiſchen Bilde hinter dem Glaſe vereinigen, als die Entfernung δ die Brennweite f übertrift, können Sammlungsgläſer heiſſen. In dieſe Claſſe gehören das doppelt und einfach convexe Glas mit dem Meniſcus. (143. §.) Die übrigen Arten können Zerſtreuungsgläſer heiſſen, welche von jedem vor dem Glaſe befindlichen Gegenſtande auch vor dem Glaſe ein geometriſches kein phyſiſches Bild zuwege bringen. Dahin gehören das concavconvexe Glas mit dem einfachen und doppelten Hohlglaſe. (135. §.)

Die Entfernung des Bildes vom Glaſe $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ läßt ſich auch ſo ausdrücken $\alpha = f\left(1 + \frac{f}{\delta - f}\right)$

$$= f\left(1 + \frac{f}{\delta} + \frac{f^2}{\delta^2} + \frac{f^3}{\delta^3} + \ldots\right):$$ und

daraus erhellet, daß die Entfernung des Bildes vom Glaſe ſich der Brennweite ſehr ſchnell nähere, wenn δ gegen f etwas groß wird. Wenn δ eine Million und mehrmahl gröſſer als f wird, ſo beträgt der Unterſcheid beyder Entfernungen des Bildes und des Brennpuncts $\frac{1}{1000000}f$, und noch weniger, wenn δ noch mehr als ein Millionmahl die Brennweite übertrift. Der Halbmeſſer des Bildes wird alsdenn gefunden, wenn man die Brennweite, die nun von der Entfernung des Bildes nicht merklich

mehr

mehr verſchieden iſt, in die Tangenten vom ſcheinbaren Halbmeſſer des Objects multipliciret. Dieſe Bemerkung findet ihre Anwendung, wenn man das Sonnenlicht mit einem Sammlungsglaſe ſenkrecht auffängt. Die Entfernung des deutlichen Bildes der Sonne vom Glaſe iſt wegen der ſehr groſſen Entfernung der Sonne von der Brennweite nicht merklich verſchieden, der Halbmeſſer des Sonnenbildes aber iſt $= f \tan g \varrho$, wenn ϱ den ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne bezeichnet, den man $= 16'$ annehmen kann: demnach iſt dieſer Halbmeſſer des Sonnenbildes $= 0{,}0046542 \cdot f$.

137. §.

Fängt man das durch ein Sammlungsglas fallende Licht mit einem andern Glaſe ſo auf, daß die Axen beyder Gläſer zuſammenfallen, und der Abſtand beyder Gläſer von einander kleiner iſt, als die dem vordern Sammlungsglaſe zugehörige Vereinigungsweite; ſo empfängt das hintere Glas die Strahlen in einer ſolchen Lage, daß ſie hinter demſelben zuſammen laufen würden. Um die Vereinigungsweite für das hintere Glas zu finden, muß man alsdenn für δ die Entfernung des erſten Bildes vom zweyten Glaſe annehmen, und weil das Bild hinter demſelben liegt, dies δ negativ in Rechnung bringen.

Wenn bey dieſer Verbindung zweyer Gläſer das hintere ein Sammlungsglas, alſo die Brennweite poſitiv iſt; ſo wird für dies zweyte Glas die Vereinigungsweite $\alpha = \frac{\delta f}{\delta + f}$ allemahl poſitiv gefunden

den und kleiner als δ. Demnach rückt es das Bild dem Glaſe noch näher und bringt es zugleich in einen engern Raum. Man nennt es alsdenn im beſondern Sinn ein Collectivglas. Wenn dagegen das hintere Glas ein Zerſtreuungs Glas, und die Brennweite f negativ iſt; ſo hat man $\alpha = \frac{\delta f}{f - \delta}$, wenn in der allgemeinen Formul $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ beydes δ und f negativ genommen werden. Demnach bleibt hinter dem Zerſtreuungsglaſe nur ſo lange ein phyſiſches Bild, als $\delta < f$ bleibt. In dem Fall $\delta = f$ giebt es gar kein Bild, und alle von einerley Punct auf das erſte Glas fallende Strahlen kommen nach der Brechung im zweyten Glaſe in die mit dem mittlern Strahl parallele Lage. In dem Fall $\delta > f$ wird α negativ, und das hintere Zerſtreuungsglas macht ein geometriſches kein phyſiſches Bild.

138. §.

Der Glanz desjenigen leuchtenden Kör- 63
pers, der ſein Licht auf den ſphäriſchen Hohl- u. 95
ſpiegel, oder ein linſenförmiges Sammlungs- Fig.
glas wirft, iſt gegeben: man ſoll die Erleuchtung des deutlichen Bildes finden, welches die vom Spiegel zurückgehenden, oder im Glaſe gebrochenen Strahlen darſtellen.

Aufl. Die Auflöſung dieſer Aufgabe in ihrer ganzen Allgemeinheit würde erfodern, daß man diejenige Lichtmenge, welche das leuchtende Object auf die Spiegelfläche, oder die Vorderfläche des Glaſes

wirft,

wirft, den im 1ſten Abſchnitt vorgetragenen Gründen gemäß finden könne. Auch würde dabey auf den Umſtand Rückſicht genommen werden müſſen, daß vielleicht das deutliche Bild nicht in allen ſeinen Elementen eine gleiche Erleuchtung empfängt. In den optiſchen Wiſſenſchaften wird jedoch dieſe Aufgabe gewöhnlich nur auf ſolche Fälle angewandt, wenn die ſcheinbare Gröſſe des leuchtenden Objects, aus der Mitte des Spiegels, oder des Glaſes geſehen, nicht ſehr beträchtlich iſt, mithin jeder ſcheinbare Halbmeſſer des Objects, wie PAQ nur wenige Grade beträgt, geſetzt auch, daß für eine andre Lage der Ebene PAQ die Gröſſe dieſes ſcheinbaren Halbmeſſers nicht wie bey kreisförmig ſcheinenden Objecten einerley wäre.

Wird in Fällen, dieſer Art mit dem Halbmeſſer AP aus A eine Kugelfläche beſchrieben, ſo kommt das Stück dieſer Kugelfläche, was zwiſchen den ſcheinbaren Gränzen des leuchtenden Objects enthalten iſt, einer in P auf AP ſenkrechten ebenen Fläche ſehr nahe. Es ſey QPR dies Kugelſtück und die Fläche deſſelben $= E^2$, die Entfernung $AP = \delta$, ſo iſt die ſcheinbare Gröſſe aus A geſehen $= \frac{E^2}{\delta^2}$. (21. §. Opt.) Der Glanz der leuchtenden Fläche ſey $= S$, ſo iſt die ſenkrechte Erleuchtung, welche die Fläche QPR nach BAD ſendet, wenigſtens ſehr nahe $= \frac{E^2 . S}{\pi\delta^2}$, (19. 20. §.) weil die Abmeſſungen der Fläche QPR in Vergleichung mit δ ſehr klein angenommen werden. Auf die Vorderfläche des Glaſes oder des Hohlſpiegels BAD fällt ſoviel Licht, als die

die kreisförmige Grundfläche des Segments auffangen würde, deſſen Figur mit der Figur des Hohlſpiegels, oder der Vorderfläche der Linſe übereinkommt: auf dieſen Kreis aber würde das Licht an allen Stellen beynahe ſenkrecht fallen. Es ſey alſo die halbe Breite des Spiegels der Linſe $= b$, die darauf fallende Lichtmenge $=$ M; ſo iſt $M = \frac{E^2 . S . b^2}{\delta^2}$. Ferner ſey die Fläche des deutlichen Bildes $= \varepsilon^2$, die Erleuchtung deſſelben $=$ Y, ſo iſt $Y = \frac{M}{\varepsilon^2} = \frac{E^2 . S . b}{\delta^2 \varepsilon^2}$. Die Dicke des Glaſes wird ſehr klein angenommen, alſo iſt Gp oder $Ap = \alpha$, und $\frac{E^2}{\delta^2} = \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}$ (132. §.) mithin auch $\frac{E}{\varepsilon^2} = \frac{\delta^2}{\alpha^2}$, und man findet $Y = \frac{S . b^2}{\alpha^2}$ oder $Y = S . tg. KpD^2$.

139. §.

Will man das Bild, was die von ſphäriſchen Spiegel zurück gehenden Strahlen machen, mit einer undurchſichtigen Fläche auffangen, ſo fängt eben dieſe Fläche an der dem Object zugekehrten Seite auch einen Theil desjenigen Lichts auf, welches das Object gegen den Spiegel wirft. Setzt man dieſe von der undurchſichtigen Ebene aufgefangene Lichtmenge $= m$, ſo fällt auf den Spiegel nur die Lichtmenge $M - m$, und die Erleuchtung des Bildes wird $= \frac{M - m}{\varepsilon^2}$, da dann m beſonders geſucht

werden

werden muß. Nimmt man an, daß dieſe durchſichtige Fläche grade ſo groß ſey, als die Fläche des deutlichen Bildes; ſo hat man in dem Fall, wenn jeder Halbmeſſer in Vergleichung mit δ ſehr klein iſt, $m = \frac{S \,.\, E^2}{(\delta - \alpha)^2} \,.\, \varepsilon^2$, alſo $M - m = \left(\frac{b^2}{\delta^2} - \frac{\varepsilon^2}{(\delta - \alpha)^2}\right) \,.\, E^2 \,.\, S$, und $Y = \left(\frac{b^2}{\delta^2 \varepsilon^2} - \frac{1}{(\delta - \alpha)^2}\right) \,.\, E^2 \,.\, S$.

Auſſer dieſer Verminderung, welche die auf den Spiegel fallende Lichtmenge leidet, iſt noch diejenige zu bemerken, welche daher rührt, daß nicht alles auf den Spiegel fallende Licht zurück ſtrahlet, ſo wie auch nicht alles auf die Glaslinſe fallende Licht durchgehet, weil ein Theil davon zurück ſtrahlet, oder auch ſonſt zerſtreuet wird. Wenn der vom Spiegel zurück ſtrahlende, oder durch die Linſe hindurchgehende Theil ſich zur auffallenden Lichtmenge, wie $k : 1$ verhält, und das M für den Spiegel die um den Theil m ſchon verminderte Lichtmenge bezeichnet, ſo hat man eigentlich $Y = \frac{kSb^2}{\alpha^2} = kS \,.\, \text{tang}\, KpD^2$, oder noch ſchärfer $Y = kS \cos APD^2 \,\text{tang}\, KpD^2$.

140. §.

Alle Sammlungsgläſer ſind zugleich Brenngläſer, und alle ſphäriſche Hohlſpiegel ſind Brennſpiegel. Wenn die Axe des Glaſes oder des Spiegels gegen den Mittelpunct der Sonne gerichtet iſt, ſo verurſachet das deutliche Bild der Sonne, wenn man es auf eine brennbare Maſſe fallen läßt, eine

ſolche Hitze, daß eine Entzündung erfolgt. In jedem Element des Bildes iſt ſoviel Licht zuſammen gebracht, als von einem damit zuſammen gehörigen Element der Sonnenfläche auf das Glas fällt, und ſich über deſſen Vorderfläche verbreitet. Der Raum, welchen das kreisförmige deutliche Bild der Sonne einnimmt, heißt der Brennraum, ſein Halbmeſſer wird alſo dem 136. §. gemäß gefunden, ſein Mittelpunct iſt das, was bisher der Brennpunct geheiſſen hat, und eben dieſe Wirkung des in den engern Raum zuſammen gebrachten Sonnenlichts hat den Nahmen veranlaſſet.

Kann man vorausſetzen, daß die Hitze im Brennraum der Dichtigkeit des Lichts in demſelben proportional ſey, ſo dienen die Formuln des 139. §. zugleich über die Gröſſe dieſer Hitze zu urtheilen. Man ſetze den Glanz der Sonne $= 1$, und ihren ſcheinbaren Halbmeſſer $= \varrho$; ſo iſt die Erleuchtung einer Fläche, womit man das Sonnenlicht ſenkrecht auffängt, $= S \sin \varrho^2$. (31. §.) Wird alsdenn $\varrho = 16' 7''$ angenommen, ſo iſt die ſenkrechte Erleuchtung der Sonne $= 0{,}000022 . S$. Die Erleuchtung des Brennraums aber iſt $= \frac{Sb^2}{f^2}$, wenn b die halbe Breite des Spiegels oder des Glaſes bezeichnet, und f die Brennweite, worin ſich das α des 138. §. hier verwandelt. Wäre demnach $b = \frac{1}{2}$ Fuß, $f = 4$ Fuß, ſo wäre $\frac{b}{f} = \frac{1}{8}$, und die Erleuchtung im Brennraum $= \frac{1}{64} S$. Sie wäre alſo $\frac{1000000}{64 \times 22} = \frac{15625}{22}$, oder 710mahl gröſſer als die ſenkrechte Erleuchtung der Sonne.

141. §.

In dem Fall, wenn mit dem Brennglaſe ein Collectivglas (137. §.) verbunden iſt, kann M die auf das vordere Glas fallende Lichtmenge, und ε^2 die Fläche des Bildes hinter dem Collectivglaſe bezeichnen, ſo iſt dieſes Bildes Erleuchtung $Y = \frac{M}{\varepsilon^2}$: mithin auch $Y = \frac{S \cdot E^2 \cdot b^2}{\varepsilon^2 \delta^2}$, wenn des vordern Glaſes Halbmeſſer $= b$ iſt. Ferner ſey beyder Gläſer Entfernung von einander $= a$, des vordern Glaſes Brennweite $= f$, und dem 137. §. gemäß $a < f$. Für das Collectivglas ſey die Brennweite $= \varphi$, des Bildes Abſtand vom Glaſe $= \alpha$, ſo muß in der allgemeinen Formul $\alpha = \frac{\delta \varphi}{\delta - \varphi}$, für δ die Entfernung $-(f-a)$ angenommen werden, und man erhält $\alpha = \frac{(f-a)\varphi}{f-a+\varphi}$. Das Bild, was das vordere Glas machen würde, iſt für das Collectivglas als das leuchtende Object anzuſehen, deſſen Halbmeſſer $= q$ iſt: wenn man alſo die Fläche jenes Bildes, welches das vordere Glas machen würde, $= e^2$ ſetzt, ſo hat man $\frac{E^2}{\delta^2} = \frac{e^2}{f^2}$, alſo $\frac{E^2}{e^2} = \frac{\delta^2}{f^2}$, und eben ſo $\frac{e^2}{\varepsilon^2} = \frac{(f-a)^2}{\alpha^2}$. Daher erhält man $\frac{E^2}{\varepsilon^2} = \frac{\delta^2 (f-a)^2}{f^2 \alpha^2}$, oder $\frac{E^2}{\varepsilon^2} = \frac{\delta^2 (f-a+\varphi)^2}{\varphi^2 f^2}$, wenn

der

der für α gefundene Werth gebraucht wird; mithin ferner $Y = \frac{S(f - a + \varphi)^2 b^2}{\varphi^2 f^2}$.

Wenn $\varphi = \frac{1}{4}$ Fuß, und wie vorhin $f = 4$ Fuß, $b = \frac{1}{2}$ Fuß angenommen wird, ſo bleibt $\frac{b}{f} = \frac{1}{8}$. Damit aber die Formul ihre richtige Anwendung finde, muß a ſo angenommen werden, daß das Collectivglas alles Licht auffangen könne, was durchs Brennglas ſelbſt hindurch gehet. Die halbe Breite des Collectivglaſes ſey c, und die Entfernung a grade ſo groß, daß der Umfang des Collectivglaſes die Gränze des Raums berührt, den alle auf den Brennraum zugehende Lichtkegel einnehmen: ſo iſt $f : b = f - a : c$; alſo $fc = fb - ab$, und $a = \frac{f(b - c)}{b}$. Daraus ergiebt ſich, daß a zwiſchen den Gränzen f und $\frac{b - c}{b} . f$ enthalten ſeyn müſſe. Wäre alſo $c = \frac{1}{8}$ Fuß, und $b = \frac{1}{2}$ Fuß, ſo hat man $\frac{b - c}{b} = \frac{3}{8} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$, alſo muß a nicht kleiner ſeyn, als $\frac{3}{4} f = 3$ Fuß. Nimmt man $a = 3$ Fuß an, ſo iſt $f - a + \varphi = 1\frac{1}{4}$ Fuß, $\frac{f - a + \varphi}{\varphi f} = \frac{5}{4}$, und $Y = \frac{25}{16} . \frac{1}{4} . S = \frac{25}{64} S$. Ohne Collectivglas war die Erleuchtung $\frac{1}{64} S$; ſie iſt alſo mit dem Collectivglaſe 25mahl gröſſer.

Der IX. Abſchnitt.

Vom Bau des Auges, und den Erſcheinungen der Gröſſe und des Glanzes beym deutlichen Sehen.

142. §.

Eine der ſchönſten Anwendungen, welche man nach der Entdeckung der Geſetze der Strahlenbrechung von den bisher daraus hergeleiteten Lehren, und beſonders von der richtigen Theorie der Brechung des Lichts in durchſichtigen aus Glaſe oder einer andern Maaſſe verfertigten Linſen, gemacht hat, iſt die nähere Aufklärung deſſen, was im innern des Auges ſowohl beym deutlichen als auch beym undeutlichen Sehen eigentlich vorgehet. Die mehr berichtigten Kenntniſſe hievon haben ganz vorzügliche Verbeſſerungen zum Theil älterer ehemahls ſchon bekannt geweſener, zum Theil in neuern Zeiten allererſt erfundener Werkzeuge, um dem Auge beym Sehen behülflich zu ſeyn, zur Folge gehabt. Was im
101 Fig. 14. §. der Optik die Geſichtsaxe hieß, iſt eigentlich die Axe einer mehr weichen als harten ſehr durchſichtigen und linſenförmigen Maaſſe im innern des Auges, die wegen ihrer Durchſichtigkeit den Nahmen der **Kryſtallinſe** führt, und in Abſicht auf die Strahlenbrechung eben die Wirkung, wie eine Glaslinſe hat. Die Lage dieſer Kryſtallinſe im Auge iſt ſo, daß ihre Axe zugleich, die Axe des ganzen Augapfels abgiebt, deſſen Geſtalt ſehr nahe mit der

der Kugelgeſtalt uͤberein kommt, die deswegen noͤthig war, weil das Auge beweglich ſeyn, und ſich in der Hoͤhlung, darin es liegt, nach allen Seiten drehen laſſen ſollte. Von auſſen iſt dieſer Augapfel mit dreyen Haͤuten umgeben, die gleichſam ſein Gehaͤuſe ausmachen. Die aͤuſſerſte davon heißt wegen ihrer Haͤrte und Elaſticitaͤt die **harte Haut** (ſclerotica), ſie wird deſto duͤnner und beugſamer, je naͤher ſie dem Vordertheil des Auges kommt, und ihr vorderer Theil HOI iſt durchſichtig, weswegen er auch den Nahmen der **Hornhaut** (cornea) fuͤhrt. Eben dieſe Hornhaut iſt ein Segment einer Kugel, deren Halbmeſſer etwas kleiner iſt, als der zum uͤbrigen Theil des Augapfels H*p*I gehoͤrige Halbmeſſer: deswegen iſt ſie etwas mehr erhaben, als das Auge an dieſer Stelle ſeyn wuͤrde, wenn es nur eine einzige voͤllige Kugel waͤre. Die Axe O*p* der Kryſtallinſe BAD, als die eigentliche Geſichtsaxe, faͤllt mit der gemeinſchaftlichen Axe der beyden Kugelſtuͤcke zuſammen, welche den ganzen Augapfel ausmachen, und iſt zugleich die **Hauptaxe des ganzen Auges**. Hinten am Augapfel, nahe bey der Stelle, wo die Axe des Auges die harte Haut trift, iſt in derſelben eine kleine Oefnung bey MN, und daſelbſt haͤngt der Geſichtsnerve mit den beyden innern Haͤuten des Auges zuſammen.

143. §.

Dieſe innern Haͤute ſind ſehr zart und weich, und 101
diejenige davon, welche zunaͤchſt an der harten Haut Fig.
anliegt, heißt die **Aderhaut** (choroides), auch die **garnfoͤrmige** oder **faͤrbige Haut**. Sie ſchließt, ſo lange ſie dieſen Nahmen fuͤhrt, allenthalben an der innern Flaͤche der harten Haut an, bis gegen H und

 I zu,

I zu, wo dieſe anfängt die Hornhaut zu heiſſen. An dieſer Gränze verläßt die Aderhaut den Umfang des Augapfels, wendet ſich gegen B und D zu nach dem innern des Auges, wird daſelbſt zu einer ringförmigen Einfaſſung der Kryſtallinſe, und heißt alsdenn das ligamentum ciliare: eben dies Ligament hängt ferner mit einer aus der zärteſten ungemein durchſichtigen Haut beſtehenden Capſel zuſammen, worin die Linſe liegt. Die innerſte Haut des Auges, welche wiederum an der innern Fläche der Aderhaut allenthalben anſchließt, heißt die **Netzhaut** (retina), ſie fängt beym Geſichtsnerven an, und iſt vielleicht ein Theil deſſelben, der bey M anfängt, ſich nach allen Seiten an der innern Fläche des Auges unter dem Nahmen der Netzhaut auszubreiten.

Der innere Raum des Augapfels iſt zwiſchen der Linſe und der Hornhaut mit der **wäſſerichten**, der übrige Raum hinter der Linſe mit der **glasartigen** Feuchtigkeit angefüllt. Die wäſſerige heißt deswegen ſo, weil ſie das Licht wie gemeines Waſſer bricht: übrigens iſt ſie ſehr durchſichtig, von Geſchmack ein wenig ſalzig, und hat keinen Geruch. Die glasartige Feuchtigkeit iſt mit ſehr vielen zarten Gefäßchen durchwebt, die ſie einem Gallert ähnlich machen, wiewohl die flüßige Maſſe ſelbſt, welche dieſe Gefäßchen anfüllet, der wäſſerigen Feuchtigkeit in allem ähnlich auch mit ihr faſt von einerley Dichtigkeit iſt, und das Licht eben ſo wie gemeines Waſſer bricht.

144. §.

101 Fig. Der Raum vor der Linſe, welchen die wäſſerige Feuchtigkeit einnimmt, wird durch ein beſondres mit der Aderhaut zuſammenhängendes Häutchen HRSI in

in zwey ſo genannte Kammern getheilt, welches beynahe völlig wie eine ebene Fläche ſo ausgeſpannt iſt, als wenn es die gemeinſchaftliche Grundfläche der beyden Kugelſegmente wäre, welche die Hornhaut und die harte Haut jede für ſich bilden: es heißt die Traubenhaut oder der Regenbogen (uvea, iris). Für ſich iſt dieſer Regenbogen undurchſichtig, er hat aber in der Mitte eine kreisrunde Oefnung RS, die der Stern im Auge (pupilla) heißt, durch welche das Licht, was durch die Hornhaut in die wäſſerige Feuchtigkeit einfällt, bis zur Kryſtallinſe kommen kann. Eben dieſer Regenbogen iſt mit der merkwürdigen Eigenſchaft verſehen, daß der Stern in der Mitte deſſelben, wenn ſehr ſtarkes Licht ins Auge fällt, enger, und hingegen beym ſchwachen einfallenden Licht gröſſer wird, ohne ſeine kreisförmige Geſtalt zu ändern. Wegen der Durchſichtigkeit der Hornhaut, und der darunter befindlichen wäſſerigen Feuchtigkeit iſt der Regenbogen von auſſen ſichtbar, und giebt wegen ſeiner mannigfaltigen Farben dem Auge ſeine äuſſere Schönheit.

145. §.

Bey der bisher beſchriebenen Einrichtung des 101 Fig. Auges hat daſſelbe viele Aehnlichkeit mit einem finſtern Zimmer, in welchem das durch ein linſenförmiges Glas hineinfallende Licht von den drauſſen befindlichen Gegenſtänden die Bilder darſtellet. Lichtſtrahlen, die aus einem Punct P der Augenaxe, oder einem Punct Q in der Nähe derſelben, auf die Hornhaut fallen, werden in der wäſſerigen Feuchtigkeit, die, wie man gewöhnlich annimmt, mit der Hornhaut das Licht auf gleiche Art bricht, in eine ſolche

Lage gebracht, daß ſie nach der Brechung hinter der Hornhaut ihre Vereinigungspuncte haben, und daſelbſt ein Bild des Gegenſtandes machen würden, wovon ſie her kommen. In dieſer Lage fallen alle Strahlen auf die Vorderfläche der Linſe, und werden durch die zwiefache Brechung, die ſie in der vordern und hintern Fläche derſelben leiden, in ein kleineres der Linſe noch näher liegendes Bild zuſammengebracht. (136. §.) Wenn gleich das Object dem Auge ſo nahe wäre, daß das erſte Bild, was die an der Hornhaut gebrochenen Strahlen machen würden, ein blos geometriſches bliebe; ſo würden doch die Strahlen nun auf die Linſe ſo fallen, als wenn ſie von jenem geometriſchen Bilde, wie von einem Gegenſtande herkämen, und hinter der Linſe ein andres phyſiſches Bild zuwege bringen. Demnach wird es auf die Entfernung OP des Gegenſtandes PQ vom Auge ankommen, ob die Vereinigungsweite *Gp* hinter der Linſe grade ſo groß iſt, als die Entfernung der Linſe von der Netzhaut, damit auf derſelben ein völlig deutliches Bild zu Stande kommen könne. Das Bild hat alsdenn die umgekehrte Stellung, wie im finſtern Zimmer, und im innern des Auges iſt noch beſonders auch dadurch um ſo mehr für die Deutlichkeit dieſes Bildes geſorget, daß daſſelbe inwendig hinter der Linſe, dieſe ſelbſt und den gegen über liegenden Theil der Netzhaut ausgenommen, mit einer dicken ſchwarzen Maſſe überzogen iſt, die alles von der Netzhaut zurückgeworfene Licht verſchlucket. Auch die Erfahrung beſtättiget dieſe Schlüſſe, wenn der Zergliederer am hintern Theil eines Auges die harte Haut geſchickt ablöſet, ſo daß man hinein ſehen kann: es zeigt ſich alsdenn das Bild auf die eben beſchriebene

Art von jedem Gegenſtande, gegen welchen man die vordere Seite des Auges ſtellet.

146. §.

Mit der Entſtehung des Bildes im Auge auf der Netzhaut iſt zugleich die Empfindung verbunden, daß wir den Gegenſtand ſehen, womit das Bild zuſammen gehört. Wenn das Bild deutlich iſt, ſo iſt auch unſre Empfindung deutlich, wiedrigenfalls aber undeutlich, wiewohl die vollkommenſte Deutlichkeit des Bildes zum deutlichen Sehen eben nicht erfodert wird. Weiter können wir den Zuſammenhang deſſen, was in unſern Sinngliedern vorgehet, mit den Vorſtellungen in unſrer Seele nicht erklären, und eben darum hat es auch mit der anſcheinenden Schwierigkeit nichts auf ſich, wenn man frägt: wie es zugehe, daß wir die Sachen aufgerichtet ſehen, deren Bild in umgekehrter Stellung auf die Netzhaut fällt? Eben ſo wenig Grund hat die anſcheinende Schwierigkeit, daß wir jede Sache mit zweyen Augen nur einfach ſehen. Wenn der Blindgebohrne, deſſen Geſchichte im 41. §. der Optik kurz erzählt iſt, nachdem er vom Staar war befreyet worden, von keiner Sache die Geſtalt gekannt, und keine Sache von der andern bey noch ſo verſchiedener Geſtalt und Gröſſe unterſchieden hat; ſo hat er anfangs auch nicht gewußt was oben oder unten, zur Rechten oder zur Linken befindlich ſey, bis er durch öftere Vergleichung der Empfindungen des Gefühls mit den Empfindungen des Geſichts ſich dazu gewöhnt hatte, Geſtalt, Gröſſe und Lage der Dinge gegen einander zu unterſcheiden. Hiebey war es wohl ſehr gleichgültig, ob das Bild in ſeinem Au-

101 Fig. 1

ge aufrecht oder verkehrt ſtand, ob er mit einem oder mit beyden Augen ſahe. Seine Seele erhielte Vorſtellungen, die er noch gar nicht kannte, er muſte ſie mit andern ihm ſchon bekannten Vorſtellungen oft zugleich haben, bevor er lernte, was es mit dieſen neuen ihm bisher unbekannt gebliebenen Vorſtellungen für eine Bewandniß habe. Wenn es gleich wahr iſt, daß der Eindruck, welchen das Licht von einerley Sache auf der Netzhaut eines jeden Auges macht, für ſich ſchon eine Empfindung von der Sache zuwege bringt; ſo ſind doch beyde Empfindungen einander vollkommen ähnlich, und wir haben von Jugend auf beſtändig beyde Empfindungen zugleich gehabt; wenn uns gleich das Gefühl davon belehret hat, daß es nur eine Sache ſey, welche die beyden einander ganz ähnlichen Empfindungen veranlaſſet.

147. §.

101 Fig. Herr **Petit** hat in der Hiſtoire de l'Academie de Paris A. 1725 folgende Abmeſſungen des menſchlichen Auges, mitgetheilet, die wie leicht zu erachten iſt, nicht bey allen erwachſenen Perſonen völlig einerley ſind. Des Augsapfels Durchmeſſer XY iſt 10 bis 11½, am gewöhnlichſten 10½ bis 10¾ Linien lang im Pariſer Maaß, welches auch im folgenden zu verſtehen iſt. Die Hornhaut HOI iſt ein Kugelſtück, wovon der Durchmeſſer gewöhnlich 7½ Linien, zuweilen 7 auch wohl 8 Linien beträgt, und der Durchmeſſer HI der Grundfläche dieſes Kugelſtücks, der zugleich den Durchmeſſer der Traubenhaut oder des Regenbogens abgiebt, iſt 4⅔, 5, bis 5½ Linien, die Höhe eben dieſes Segments ¾, 1 bis

1 bis $1\frac{1}{4}$ Linien. Dieſemnach iſt die Axe Op des Auges um $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Linie länger, als der Durchmeſſer XY. Eben dies Kugelſtück macht die vordere Kammer für die wäſſerige Feuchtigkeit aus, die Dicke der hintern Kammer vom Umfang des Sterns RS bis an die Linſe in A fällt zwiſchen $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{2}$ Linie, und iſt am gewöhnlichſten $\frac{1}{4}$ Linie: gegen B und D zu wird die Dicke dieſer Kammer wegen der Krümmung der Kryſtallinſe, noch mahl ſo groß, und insgemein beträgt der Abſtand AO der Hornhaut von der Kryſtallinſe nicht über $1\frac{1}{6}$ Linien. Der Stern RS hat, wie ſchon bekannt iſt, eine veränderliche Oeſnung zwiſchen 1 und 3 Linien im Durchmeſſer.

Der Kryſtallinſe Umkreis hat $3\frac{1}{2}$ bis $4\frac{1}{2}$ Linien im Durchmeſſer BD, am gewöhnlichſten 4 Linien, ihre Dicke AG beträgt $1\frac{3}{4}$ bis $2\frac{1}{2}$ gewöhnlich 2 Linien, und ihre Vorderfläche BAD iſt weniger als die hintere BGD erhaben. Nach H. Petit a. a. O. beträgt der Vorderfläche Durchmeſſer 2CA einen bis $1\frac{1}{2}$ Zoll, alſo 12 bis 18 Linien; nach einer andern Abhandlung eben des Verfaſſers in der Hiſtoire de l'Academie de Paris A. 1730 hat er ihn von 6, $6\frac{1}{2}$, 9, bis 12 Linien befunden, bey alten Perſonen zuweilen 25 bis 30 Linien. Dem Durchmeſſer 2EG der hintern Fläche giebt er an beyden Orten 5, $5\frac{1}{2}$, bis 6 Linien Länge. Nach einem Mittel aus 26 zergliederten Augen genommen, wovon die Nachricht am zuletzt angeführten Ort vorkommt, findet ſich der Durchmeſſer der Krümmung der Vorderfläche des Kryſtalls $7\frac{9}{20}$ Linien, und der hintern Fläche $5\frac{2}{3}$ Linien, ihre Dicke AG $= 2\frac{1}{12}$ Linien.

148. §.

148. §.

Wofern die wäſſerige Feuchtigkeit die Lichtſtrahlen wie gemeines Waſſer bricht, ſo iſt das Verhältniß der Refraction, wenn das Licht aus der Luft hinein fällt, = 4 : 3. Bräche ferner die Linſe das Licht eben ſo ſtark als Glas, ſo wäre das Verhältniß der Refraction beym Uebergang des Lichts aus der wäſſerigen Feuchtigkeit in die Kryſtallinſe = 9 : 8, es iſt aber die Brechung nicht völlig ſo ſtark. Am Ende der deutſchen Ausgabe von Smiths Lehrbegriff der Optik hat H. Käſtner einen Auszug aus Jurins Abhandlung vom deutlichen und undeutlichen Sehen mitgetheilt, worin Jurin das Verhältniß der Refraction beym Uebergange des Lichts aus der wäſſerigen Feuchtigkeit in die Kryſtallinſe = 13 : 12 annimmt, und beym Uebergange aus der Linſe in die glasartige Feuchtigkeit = 12 : 13. (M. ſ. a. a. O. 496. S.) Es iſt ein Mittel zwiſchen Verſuchen, die Hauksbee und Pemberton angeſtellet haben. Eben daſelbſt nimmt Jurin die Abmeſſungen des Auges nach den ſchon angeführten Angaben des H. Petit an, bringt ſie aber auf engliſches Maaß nach der Vergleichung, die H. George Graham vermittelſt einiger ſehr genauen Maaßſtäbe, welche die königliche Geſellſchaft in London, und die königl. Academie zu Paris mit einander verwechſelt haben, zwiſchen der Londner Jard und der halben Pariſer Toiſe angeſtellet, und wodurch er das Verhältniß = 36 : 38, 355 gefunden hat. (Es kommt mit dem Verhältniß 1351,6 : 1440 überein, welches die Tafel im 252. §. der Rechenkunſt nach Kruſens Contoriſten angiebt.)

Folgende Maaſſe ſind alſo in Decimallinien eines londener Zolles und deſſen Decimaltheilen zu verſtehen:

Halbmeſſer der Krümmung der Hornhaut insgemein — — —	3,3294
——— der vordern Krümmung des Kryſtalles ein Mittel aus 26 Augen genommen — — —	3,3081
——— der hintern eben ſo gefunden	2,5056
Größte Dicke des Kryſtalls aus eben den Augen — — —	1,8525
Axe der Hornhaut und der wäſſerigen Feuchtigkeit zuſammen, insgemein —	1,0358

149. §.

Aus dieſen Maaſſen hat Herr **Klügel** (M. ſ. die deutſche Ausgabe von **Prieſtleys** Geſchichte der Optik 466. S.) folgende Reſultate berechnet:

Entfernung des Gegenſtandes —	unendlich	265 Lin.	80 Lin.
Vereinigungsweite von der Vorderfläche der Hornhaut nach			
der erſten Brechung	13,316	13,837	15,215
der zweyten Brechung	11,196	11,766	12,354
der dritten Brechung	8,998	9,328	9,659

Die Vereinigungsweite 9,328 Linien iſt das arithmetiſche Mittel zwiſchen den Vereinigungsweiten, wenn die Entfernung des Gegenſtandes auf der Axe ent-

entweder unendlich, oder 8 Zoll iſt, und daraus iſt rückwärts die dazu gehörige Entfernung des Gegenſtandes $26\frac{1}{2}$ Zoll gefunden. Eben die Vereinigungsweite 0,9328 Londner Zoll nach Grahams Verhältniß auf Pariſer Maaß gebracht giebt 0,8754 Pariſer Zoll oder $10\frac{1}{2}$ Pariſer Duodecimallinien. Nach H. Petit ſind 10 und 12 Linien die äuſſerſten Gränzen von der Länge der Augenaxe Op, womit jene Rechnung ſehr gut übereinſtimmt. Die Vereinigungsweite von 0,9659 engl. Zoll für die Entfernung von 8 engl. Zollen beträgt 0,9061 Pariſ. Zoll, oder 10,8732 Pariſ. Duod. Linien.

150. §.

100 Fig. Der ſcheinbare Halbmeſſer $POQ = \eta$ eines ſichtbaren Objects iſt gegeben, und dieſer Winkel iſt ſo klein, daß diejenigen Winkel, welche ihn nicht übertreffen, ohne merklichen Fehler ihren Sinus proportional geſetzt werden können: man ſoll den Winkel *ALq* finden, unter welchem der äuſſerſte Strahl *QO* nach ſeiner dritten Brechung die Geſichtsaxe ſchneidet.

Aufl. Der Strahl QO komme nach der erſten Brechung in O an der Hornhaut in die Lage OM, ſo iſt $AOM = \frac{3}{4}\eta$. Die Brechung in M an der Vorderfläche der Linſe bringe ihn in die Lage MN, und in dieſer Lage ſey K ſein Durchſchnitt mit der Geſichtsaxe; ſo iſt AK was im 115. §. $A\pi = h$ war. Wenn alſo hier $AO = \delta$, $CA = r$, und $\frac{13}{12} = n$ geſetzt wird, ſo erhält man $AK = h = \frac{n\delta r}{(n-1)\delta - r}$. Nach

der

der dritten Brechung in die Lage Nq iſt GL was im 115. §. G$p = \alpha$ war. Ferner iſt hier AG $= c$, EG $= \varrho$, alſo GL $= \alpha = \frac{(h-c)\varrho}{(n-1)(h-c)+n\varrho}$, und man erhält AL$q = \frac{h-c}{\alpha} \cdot \frac{\delta}{h} \cdot \frac{3}{4}\eta$.

Man ſetze, wie hier erfodert wird, $n = \frac{13}{12}$ (143. §.) alſo $n - 1 = \frac{1}{12}$; ſo wird $\frac{\delta}{h} = \frac{\frac{1}{13}\delta - r}{\frac{13}{12}r}$ $= -\frac{12r-\delta}{13r}$. Hier iſt aber $\delta =$ AO $= 1{,}0358$ $r = 3{,}3081$, alſo $\frac{\delta}{h} = -0{,}9$ ſehr nahe, und $h = -\frac{\delta}{0{,}9} = -1{,}151$. Man ſetze ferner $c =$ AG $= 1{,}8525$, ſo iſt $h - c = -3{,}0035$, und aus dem 115. §. hat man $\alpha =$ GL $=$ $\frac{(h-c)\varrho}{(n-1)(h-c)+n\varrho} = \frac{12(h-c)\varrho}{h-c+13\varrho}$. Für den jetzigen Fall aber iſt $\varrho = 2{,}5056$, alſo findet man $12(h-c)\varrho = -90{,}3067$, $h - c + 13\varrho =$ $29{,}5693$, mithin $\alpha = -3{,}0541$, und $\frac{h-c}{\alpha} =$ $\frac{3{,}0035}{3{,}0541} = 0{,}9834$, alſo AL$q = -0{,}885 \cdot \frac{3}{4}\eta$.

151. §.

151. §.

Aus dem bekannten ſcheinbaren Halbmeſſer $POQ = \eta$ des Objects den Halbmeſſer pq des Bildes auf der Netzhaut zu finden.

100 und 101 Fig. Aufl. Im vor. §. war α = GL = 3,0541, und es iſt GA = 1,8525, AO = 1,0358, mithin GO = GA + AO = 2,8883, alſo ferner OL = GL — GO = 0,1658. Man ziehe Oq, ſo iſt ſehr nahe Oq = Op = 9,5, wie man hier als eine Mittelzahl annehmen kann, und Oq : OLq = OL : OqL; alſo 9,5 : 0,885 . $\frac{3}{4}\eta$ = 0,1658 : OqL, und man findet OqL = 0,0154 . $\frac{3}{4}\eta$. Das giebt pOq = ALq + OqL = 0,9 . $\frac{3}{4}\eta$ = 0,675 . η, mithin ziemlich nahe pOq = $\frac{2}{3}\eta$. Die Vorausſetzungen bey der Rechnung ſind nemlich ſo ſicher nicht, daß das gefundene Reſultat für völlig genau angenommen werden könnte: auch wird es für verſchiedene Perſonen allemahl verſchieden ausfallen.

Der Halbmeſſer pq des Bildes kann für eine kleine auf Op ſenkrechte grade Linie angenommen werden; ſo hat man pq = Op . tang. pOq. Statt der tang. pOq kann der Winkel ſelbſt, oder vielmehr der mit dem Halbmeſſer = 1 zwiſchen ſeinen Schenkeln beſchriebene Bogen = $\frac{2}{3}\eta$ angenommen werden: ſo erhält man pq = $\frac{2}{3}\eta$. Op, oder auch pq = $\frac{2}{3}$ Op . tang η. Dieſemnach iſt der halbe oder ganze Durchmeſſer des Bildes auf der Netzhaut dem halben oder ganzen Sehewinkel proportional; aus deſſen Gröſſe wir die Gröſſe einer geſehenen Sache zu ſchätzen gewohnt ſind. (23. §. Opt.) Alſo iſt man berechtiget anzunehmen, daß die ſcheinbare Gröſſe einer geſehenen Sache der Gröſſe ihres Bildes auf der Netzhaut proportional ſey.

152. §.

Eine Sache wird deutlich geſehen, wenn ihre Gränzen vollkommen und wohl beſtimmt erſcheinen, auch ihre verſchiedene Theile wofern ſie nicht zu klein ſind, nach ihrer verſchiedenen Geſtalt, Gröſſe und Farbe ſich gut unterſcheiden laſſen. Es leidet wohl eben keinen Zweifel, daß man in dieſem Verſtande deutlich ſehe, wenn alle Strahlen, die von einerley Punct der Sache ausgehen, ſich wieder in einem einzigen empfindlichen Punct der Netzhaut vereinigen. Wofern überdem bey einiger Undeutlichkeit des Bildes auf der Netzhaut auch die Empfindung des Sehens undeutlich iſt; ſo giebt es bey einerley Beſchaffenheit des Auges nur eine beſtimmte Entfernung des Gegenſtandes vom Auge, worin derſelbe recht deutlich geſehen werden kann. Allein die Erfahrung lehrt, daß wir einerley Sache in ziemlich verſchiedener Entfernung vom Auge ohne ſehr merkliche Veränderung der Deutlichkeit ſehen. Dies hat bey einigen die Vermuthung erreget, es mögten vielleicht die Häute, welche die Ligamente und die Capſel der Kryſtallinſe ausmachen, die Eigenſchaft haben, daß ſie durch ihre mehrere oder mindere Ausdehnung der Linſe nach Erfodern eine plattere oder mehr erhabene Geſtalt geben und dadurch zuwege bringen könnten, daß der verſchiedenen Entfernung des Gegenſtandes ungeachtet doch die Entfernung des deutlichen Bildes dieſelbe bleibe. Auch hat man vermuthet, die ganze Kryſtallinſe könnte vielleicht nach Erfordern beym entlegenen Gegenſtande ſich der Netzhaut nähern, beym nähern Gegenſtande aber ſich weiter davon entfernen. Bey dem allen aber lehren doch einige leicht anzuſtellende Verſuche, daß eben nicht die vollkommenſte

Vereinigung der Lichtſtrahlen auf der Netzhaut zum deutlichen Sehen erfodert werde.

153. §.

Man nehme ein Titelbladt von einem Buche, worauf ſich Schrift von drey- oder viererley Gröſſe befindet, und bringe daſſelbe anfangs in eine ſolche Entfernung vom Auge, daß man jede dieſer Art Schriften ohne Anſtrengung des Auges vollkommen deutlich ſiehet: ſo kann man vorausſetzen, daß in dieſer Entfernung jeder auf den Stern im Auge fallende Strahlenkegel, der von einem Punct eines Buchſtabens kommt, ſeinen Vereinigungspunct auf der Netzhaut habe. Hiernächſt nähere man das Buch dem Auge, oder entferne es vom Auge ſo weit, daß die kleinere Schrift unleſerlich zu werden anfängt, ſo wird man doch die gröſſere noch ohne ſonderliche Anſtrengung des Auges ganz gut leſen können. Vermöge dieſer und andrer ähnlicher Erfahrungen kann man mit Herrn **Jurin** in der ſchon angeführten **Abhandlung vom deutlichen und undeutlichen Sehen** (M. ſ. oben den 148. §.) das **vollkommen deutliche** vom **unvollkommen deutlichen Sehen** unterſcheiden. Wenn man Kürze halber letzteres ſchlechthin **das deutliche Sehen** nennt; ſo beweiſet die eben angeführte Erfahrung, daß ſelbiges beydes zugleich auf der Entfernung und Gröſſe der ſichtbaren Sache beruhe. Dagegen wird zum **vollkommen** deutlichen Sehen nur eine beſtimmte Entfernung der geſehenen Sache vom Auge erfodert, damit ſich alle zu einerley auffallenden Lichtkegel gehörige Strahlen genau wieder in einerley Punct der Netzhaut ſammlen, der Gegenſtand mag übrigens groß

oder

oder klein ſeyn: nur daß er nicht wegen ſeiner Kleinigkeit ganz unempfindlich werde. Alle Sachen, ſie mögen groß oder klein ſeyn, erſcheinen in eben der Entfernung vollkommen deutlich, worin eine einzige ſo erſcheint. Weil aber das unvollkommen deutliche Sehen von der Gröſſe und Entfernung der betrachteten Sache zugleich abhängt, ſo kann von zweyen ungleich groſſen gleich weit entfernten Sachen die eine deutlich, die andre undeutlich erſcheinen. Vermöge der Erfahrung giebt es bey jeder Gröſſe des ſichtbaren Objects eine kleinſte und eine gröſte Entfernung, wobey die Empfindung anfängt, undeutlich zu werden, ſobald die Entfernung des Objects die eine oder die andre dieſer Gränzen überſchreitet.

154. §.

Soviel iſt man indeſſen berechtiget anzunehmen, daß die Empfindung nicht vollkommen deutlich ſey, wenn das Bild der empfundenen Sache auf der Netzhaut nicht vollkommen deutlich iſt. Daſſelbe iſt bey entlegenen Sachen undeutlich, wenn es bey nahe liegenden Sachen deutlich iſt, weil alsdenn das deutliche Bild entlegener Sachen der Kryſtallinſe näher liegt, als die Netzhaut. Die Strahlen, welche in den Puncten des deutlichen Bildes ſich vereinigen, fahren hinter denſelben wieder auseinander, breiten ſich auf der Netzhaut in Zerſtreuungskreiſe aus, (131. §.) und verurſachen ein undeutliches Bild. Dieſe Beſchaffenheit hat es mit Augen, die man **kurzſichtige** nennt. Wenn dagegen das Auge **weitſichtig** iſt, ſo fällt das deutliche Bild eines weit entfernten Gegenſtandes auf die Netzhaut, und das deutliche Bild einer nahe gelegenen Sache iſt

von der Kryſtallinſe weiter als die Netzhaut entfernt. Dieſe ſchneidet alſo die Kegel der nach den Puncten des deutlichen Bildes zuſammenlaufenden Lichtſtrahlen vor ihrer Vereinigung, und das zu jedem dieſer Strahlenkegel gehörige Licht breitet ſich ebenfalls in einen Zerſtreuungskreis aus; weswegen das Bild, und mit demſelben zugleich die Empfindung undeutlich wird. Es iſt eine ziemlich allgemeine Bemerkung, daß die Augen ſolcher Perſonen, die am meiſten mit entfernten Sachen beſchäftiget ſind, wie Landleute, Jäger, Schiffer, Officiers, gewöhnlich weitſichtig werden; daß aber dagegen die gröſte Menge Kurzſichtiger unter Gelehrten und Künſtlern gefunden werde, die ſtets mit Büchern und andern nahen Sachen beſchäftiget ſind. Eben daraus ſcheint zu folgen, daß das Auge die Einrichtung annehme, zu der es am meiſten gewöhnt wird.

155. §.

Einer weitſichtigen Perſon kann eine Glaslinſe zum deutlichen Sehen nahe gelegener Sachen behülflich ſeyn, wenn ſie dergleichen Sachen durch die Glaslinſe betrachtet: das von jedem Punct des Objects herkommende aufs Glas fallende Licht muß durch die Brechung in eine ſolche Lage gebracht werden, als wenn es von einem weiter entlegenen Punct herkäme. Die Strahlen, welche in der ſo veränderten Lage ins Auge kommen, machen ein Bild, das der Kryſtallinſe nun näher liegt, als in dem Fall, wenn das Auge ohne Glas die Sache betrachtet, und dem Glaſe muß nur die rechte Figur gegeben werden, damit nun das deutliche Bild auf die Netzhaut falle. Auch einer kurzſichtigen Perſon kann eine Glaslinſe zum ähnlichen

chen Gebrauch dienen, um entfernte Sachen deutlich zu ſehen: ſie muß aber das von jedem Punct des Objects herkommende Licht durch die Brechung in eine ſolche Lage bringen, als wenn es von einem dem Auge näher liegenden Punct herkäme. Die in einer ſo veränderten Lage ins Auge kommenden Lichtſtrahlen machen alsdenn ein Bild, das von der Kryſtallinſe weiter entfernt iſt, als in dem Fall, wenn die Sache ohne Glas betrachtet wird, und wenn das Glas die rechte Figur hat, ſo fällt nun das deutliche Bild auf die Netzhaut.

156. §.

Eine Perſon kann auf eine gewiſſe Weite δ nicht deutlich ſehen, aber auf eine andre α: man ſoll die Brennweite eines Glaſes ſuchen, das vors Auge gehalten die von dem Object in der Entfernung δ herkommenden Strahlen in einer ſo veränderten Lage ins Auge bringt, als wenn daſſelbe um den Abſtand α vom Auge entfernt wäre.

Aufl. Das Auge muß durchs Glas ein Bild der Sache, die vom Glaſe um den Abſtand δ entfernt iſt, in der Entfernung α ſehen: alſo giebt ſich die geſuchte Brennweite aus der Formul $f = \frac{\alpha\delta}{\alpha + \delta}$. (121. §.) Weil aber Bild und Sache an einer Seite des Glaſes liegen müſſen, ſo wird erfodert, daß α negativ in Rechnung gebracht werde, und man erhält $f = \frac{-\alpha\delta}{\delta - \alpha} = \frac{\alpha\delta}{\alpha - \delta}$.

Für den Weitſichtigen muß $\alpha > \delta$, alſo die Brennweite poſitiv ſeyn, und demſelben dient ein Sammlungsglas. Für den Kurzſichtigen hingegen wird erfodert, daß $\alpha < \delta$, mithin die Brennweite negativ, und das Glas ſelbſt ein Zerſtreuungsglas ſey.

157. §.

Damit das weitſichtige Auge beym Gebrauch des Sammlungsglaſes nicht noch mehr zur Weitſichtigkeit gewöhnt werde, muß für α die kleinſte Entfernung genommen werden, in der es noch einigermaſſen deutlich ſiehet. Auch würde das kurzſichtige Auge durch den Gebrauch des Glaſes noch mehr zur Kurzſichtigkeit gewöhnt werden, wenn man nicht für α die gröſte Entfernung wählen wollte, in der es noch einigermaſſen deutlich ſiehet. Man kann alſo Gläſer zum Gebrauch für ſein Auge beym Künſtler beſtellen, und ihm das Maaß der Brennweite vorſchreiben. Iſt man aber an einem Orte, wo dergleichen Gläſer fertig zu haben ſind, ſo kann man unter mehrern das ſchicklichſte ausſuchen. Unter mehrern, die man ſonſt wohl gebrauchen könnte, muß dasjenige gewählt werden, welches am wenigſten erhaben, oder vertieft iſt, alſo unter dieſen mehrern die längſte Brennweite hat.

158. §.

101 Fig. Wenn das Auge einen Gegenſtand betrachtet, der unter dem ſcheinbaren Halbmeſſer η von wenigen Graden geſehen wird, ſo iſt der damit zuſammengehörige Halbmeſſer des Bildes $pq = \frac{2}{3} Op \cdot \tang \eta$. (151. §.) Man ſetze $Op = a$, $pq = q$, und ſchreibe μ ſtatt $\frac{2}{3}$, weil dieſe Zahl nicht für alle Augen völlig

lig dieſelbe iſt. Ferner ſey der Halbmeſſer der Oefnung des Sterns im Auge $= b$, und das Auge betrachte ein glänzendes kreisförmiges Object, deſſen Glanz $= S$, und deſſen Halbmeſſer $= p$ iſt: ſo iſt die Erleuchtung des deutlichen Bildes auf der Netzhaut $Y = \frac{Sp^2\, b^2}{q^2\, \delta^2} = \frac{S\,.\,b^2 \tan g\, \eta^2}{q^2}$, (138. §.) und $q = \mu a \tan g\, \eta$, alſo $Y = \frac{S\,.\,b^2}{\mu^2\, \alpha^2}$. Wenn alſo der ſcheinbare Halbmeſſer η wenige Grade beträgt, ſo hängt die Erleuchtung des Bildes auf der Netzhaut davon nicht ab. Schärfere Rechnungen ergeben, daß die Erleuchtung, welche auf den Mittelpunct des Bildes fällt, die centrale Erleuchtung des Bildes, auch alsdenn $= \frac{S\,.\,b^2}{\mu^2\, \alpha^2}$ gefunden werde, wenn gleich der ſcheinbare Halbmeſſer η mehrere Grade beträgt. Gegen den Umfang zu, nimmt alsdenn die Erleuchtung des Bildes etwas ab, wiewohl nur durch ſehr wenig merkliche Stuffen. Uebrigens würde hiebey noch auf dasjenige Licht Rückſicht genommen werden müſſen, was beym Durchgang durch die brechenden Flächen im Auge zurückgeworfen, oder beym Durchgang durch die Augenfeuchtigkeiten aufgehalten, und ſonſt zerſtreuet wird.

159. §.

Man ſtelle ſich vor, die leuchtende vom Auge betrachtete Fläche ſey in ſolche Elemente getheilt, welche dem Auge einerley Grösſe zu haben ſcheinen, ſo hat jedes dieſer Elemente ſein Bild auf der Netzhaut, als ein Element des ganzen Bildes. Wenn

 ferner,

ferner, wie hier vorausgeſetzt wird, das ganze Bild deutlich iſt, ſo nimmt das Bild eines jeden Elements der leuchtenden Fläche ſeine eigene Stelle auf der Netzhaut ein, und die Elemente des Bildes, welche mit gleich groß ſcheinenden Elementen des Bildes zuſammen gehören, ſind gleich groß. Haben nun alle Elemente der geſehenen Fläche einerley Glanz, ſo empfangen alle Elemente des Bildes, wenigſtens alsdenn, wenn das Object unter einem ſcheinbaren Durchmeſſer von wenigen Graden geſehen wird, eine gleiche Erleuchtung: alſo wird ohne Zweifel das Auge von dem Glanz aller Elemente der geſehenen Fläche auf einerley Art gerührt, und der Beobachter wird um deßwillen auch den Glanz aller Elemente der geſehenen Fläche gleich groß ſchätzen. Wenn eins von den Elementen der leuchtenden Fläche die damit zuſammen gehörige Stelle der Netzhaut nochmahl ſo ſtark als ein andres erleuchtete, ſo würde wohl ohne Zweifel das erſte Element nochmahl ſo ſtark glänzend als das andre ſcheinen. Dieſemnach wird es verſtattet ſeyn, anzunehmen:

> **Der ſcheinbare Glanz eines leuchtenden Elements ſey der Erleuchtung des Bildes proportional, welches das von demſelben ins Auge geſchickte Licht auf der Netzhaut macht.**

Ein leuchtendes Object, das in allen Elementen einerley **wirklichen Glanz** hat, und unter einem kleinen Sehewinkel ins Auge fällt, hat auch in allen Stellen einerley **ſcheinbaren Glanz**, wenn es deutlich geſehen wird, weil die Erleuchtung aller Stellen des Bildes auf der Netzhaut einerley iſt. Wie nun eben

eben dieſe Erleuchtung vermöge der Formul $Y = \frac{S \cdot b^2}{\mu^2 \alpha^2}$ (156. §.) nur bey einerley Oefnung des Sterns im Auge dem wirklichen Glanz S des geſehenen Objects proportional iſt; ſo kann man nicht ſchlechthin annehmen, daß der ſcheinbare Glanz ungleich ſtark glänzender Objecte ſich wie ihr wirklicher Glanz verhalte, ſondern nur alsdenn, wenn beyde zugleich geſehen werden, und die Oefnung des Sterns im Auge für beyde einerley iſt.

Weil nemlich der Stern im Auge beym ſtärkern Licht enger, und beym ſchwächern Licht gröſſer wird, ſo iſt das Verhältniß des ſcheinbaren Glanzes ungleich ſtark glänzender Gegenſtände zuſammengeſetzt aus den Verhältniſſen ihres wirklichen Glanzes und der Quadrate der Halbmeſſer der Oefnungen des Sterns im Auge. Um alſo die Vergleichung für jeden Fall richtig anzuſtellen, müſte noch bekannt ſeyn, wie die Oefnung des Sterns von der ins Auge fallenden Lichtmenge abhänge? Allein auf dieſe Frage iſt ſchwerlich eine völlig zutreffende Antwort zu hoffen, weil es bisher von den geſchickteſten Zergliederern noch nicht hat ausfündig gemacht werden können, was es mit dieſer bewundernswürdigen Eigenſchaft des Regenbogens im Auge eigentlich für eine Bewandniß habe. Deſto ſchätzbarer ſind die Verſuche und andre Unterſuchungen, welche Herr Lambert darüber angeſtellet, und in der Photometrie Parte IV. Cap. II. mitgetheilet hat.

160. §.

Die Aenderung der Oefnung des Sterns im Auge hängt nicht von demjenigen Licht ab, was auf den Regenbogen fällt, ſondern vielmehr von demjenigen, was durch den Stern ins Auge hinein und auf die Netzhaut fällt. Herr Lambert ließ das Licht von der Flammen einer angezündeten Kerze durch eine um ihre dreyfache Brennweite davon entfernte Glaslinſe in ſein Auge fallen, und ſtellt ſeitswärts einen Spiegel, worin er deutlich wahrnehmen konnte, ob das Bild der Flamme nur auf den Regenbogen oder auf den Stern im Auge fiel. Im erſten Fall bemerkte er keinen Unterſcheid in der Oefnung der Sterne beyder Augen: ſobald aber nur der geringſte Theil des Bildes der Lichtflamme auf den Stern fiel, welches er durch eine geringe Bewegung des Haupts zuwege bringen konnte, ſobald nahm er auch eine faſt augenblickliche Zuſammenziehung des Sterns wahr, und derſelbe ward faſt dreymahl kleiner, wenn das Bild der Flamme ganz auf den Stern fiel. Die eigentliche Urſache der Zuſammenziehungen und Erweiterungen des Sterns muß alſo in den zarten Fibern der Netzhaut ſelbſt zu ſuchen ſeyn, und von der Gröſſe der darauf fallenden Erleuchtung abhängen. Bey ſehr ſtarker Erleuchtung vom Sonnenlicht geht die Zuſammenziehung ſo weit, daß faſt nur ein Punct übrig bleibt; in völliger Finſterniß aber wird die Oefnung ſo groß, daß ſie faſt die ganze Fläche des Regenbogens einnimmt. H. Lambert hat den Durchmeſſer des Regenbogens 4,7 Pariſer Linien groß gefunden, und bey mittelmäßiger Erleuchtung

fällt

fällt der Durchmeſſer der Oefnung des Sterns im Auge zwiſchen 2 und 3 Linien. (Lamberti Photomet. §. 853.)

Wofern übrigens jede Faſer der Netzhaut für ſich das ihrige zur Zuſammenziehung des Sterns beyträgt, ſo muß die Zuſammenziehung deſto ſtärker ſeyn, je mehr Fäſerchen von dem einfallenden Licht gerührt werden, mithin deſto ſtärker, je gröſſer der Raum iſt, den das Bild auf der Netzhaut einnimmt. Die Gröſſe der Oefnung des Sterns könnte alſo wohl beydes zugleich von der Erleuchtung des Bildes auf der Netzhaut, und von der Gröſſe dieſes Bildes abhängen.

161. §.

Bey gleicher ſcheinbaren Gröſſe und gleichem Glanz zweyer leuchtenden Gegenſtände iſt auch ihr ſcheinbarer Glanz einerley. Bey ſonſt gleichem Glanz aber ungleicher ſcheinbaren Gröſſe der leuchtenden Gegenſtände könnte vielleicht wegen der ungleichen Gröſſe des Bildes auf der Netzhaut die Oefnung des Sterns, und eben darum auch der ſcheinbare Glanz verſchieden ausfallen.

Umgekehrt: Wenn zwey leuchtende Flächen, die man beyde zugleich mit einem Blick überſehen kann, bey gleicher ſcheinbaren Gröſſe gleich ſtark glänzend ſcheinen; ſo haben ſie wirklich einen gleichen Glanz. Die Oefnung des Sterns im Auge iſt alsdenn gewiß für beyde einerley; Die gleiche ſcheinbare Gröſſe wird wegen der am Ende des vor. §. beygefügten Anmerkung

kung ebenfalls vorausgeſetzt, damit die Empfindung der einen Fläche ſich durch keinen Umſtand von der Empfindung der andern Fläche unterſcheide, und das Auge von beyden völlig auf einerley Art gerührt werde. Wenn bey dieſen Vorausſetzungen der wirkliche Glanz der Flächen verſchieden wäre, ſo hätten ſie nicht einerley ſcheinbaren Glanz.

162. §.

Wofern das im 13. §. angenommene Geſetz ſeine Richtigkeit hat, ſo muß bey gleicher ſcheinbaren Gröſſe für ſich gleich ſtark glänzender ebener Flächen ihr ſcheinbarer Glanz einerley ſeyn, was auch die Ebenen ſelbſt an ſich für eine Gröſſe haben, die gar ſehr verſchieden ſeyn kann, nachdem ihre Lage gegen die vom Auge darauf fallenden Geſichtslinien verſchieden iſt. Beyſpiele giebt davon die Sonnenſcheibe, welche in allen Stellen (die Sonnenflecken jetzt beyſeite geſetzt) einerley ſcheinbaren Glanz hat, wenn gleich ein Paar gleich groß ſcheinende Elemente, davon eins der Mitte, und das andre dem Rande näher liegt, für ſich von ganz verſchiedener Gröſſe ſind.

Man kann ſich nemlich den ganzen optiſchen Lichtkegel vermittelſt deſſen die Sonne geſehen wird, in eine ſo groſſe Anzahl gleichgroſſer Lichtkegel oder Lichtpyramiden eingetheilt vorſtellen, daß die zwiſchen den Gränzen eines jeden dieſer Lichtkegel liegenden Stücke der Sonnenfläche zwar ſehr klein ausfallen, dabey aber eine gleiche ſcheinbare Gröſſe behalten. Wegen der ſehr groſſen Entfernung der Sonne fallen dieſe kleinen Lichtpyramiden ſehr nahe

prisma=

priſmatiſch aus, die Elemente der Sonnenfläche, die man als ihre Grundflächen anſehen kann, ſind gegen die Seitenlinien dieſer Lichtpriſmen unter einem deſto kleinern Winkel geneigt, je näher ſie dem Sonnenrande liegen, und nur das mittelſte Element der Sonnenfläche ſchneidet die Seitenlinien, des damit zuſammengehörigen Lichtpriſmen ſenkrecht. Eben darum iſt ein ſolches Element deſto gröſſer, je näher es dem Rande der ſcheinbaren Sonnenſcheibe liegt. (305. §. Geom.)

Wäre nun die von jedem ſolchen Element nach jeder Richtung ausgehende Lichtmenge nur der Gröſſe des Elements und nicht zugleich dem 13. §. gemäß dem Sinus des Ausflußwinkels proportional; ſo würde auf gleiche Stellen des Sonnenbildes im Auge deſto mehr Licht fallen, je näher ſie beym äuſſern Umkreiſe des Bildes befindlich wären: dieſe Stellen würden alſo ſtärker als andre gegen die Mitte des Bildes zu erleuchtet ſeyn, und die Erleuchtung würde von der Mitte nach den Umfang des Bildes zu ſehr ſtark zunehmen. Dieſemnach müſte die mittelſte Stelle der Sonnenſcheibe den ſchwächſten Glanz die übrigen aber von der Mitte gegen den Umfang zu immer ſtärkern Glanz zu haben ſcheinen.

163. §.

Die Sonne, wenn man ſie durch zarte Wolken niedrig am Horizont durch die daſelbſt befindlichen Dünſte, oder auch durch ein über einer Lampe ſchwarz angelaufenes Glas betrachtet, ſcheint überall einerley Glanz zu haben, und keinesweges gegen den Rand zu ſtärker glänzend, als in der Mitte. Herr

Bouguer hat ſchon bemerkt, daß die nach allen Seiten von einerley glänzenden Element der Sonnenfläche ausflieſſende Lichtmenge dem Sinus des Ausflußwinkels proportional abnehmen müſſe, wofern es anders ſeine Richtigkeit habe, daß der ſcheinbare Glanz der Sonnenſcheibe wirklich in allen Stellen einerley ſey. Weil er aber das letzte nicht für ganz ausgemacht hielte, auch überdem gefunden zu haben glaubte, daß das Sonnenbild im Brennraum linſenförmiger Gläſer gegen den Umfang zu weniger als in der Mitte erleuchtet ſey; ſo glaubte er, das Licht leide wegen der Schiefe des Ausflußwinkels eine nach ſtärkere Verminderung, als im Verhältniß vom Sinus dieſes Winkels. (Traité d' Optique ſur la gradation de la lumiere Paris 1760 Liv. I. Sect. II. Art. XII. pag. 90 ſqq.) Dagegen hat Herr **Lambert** in ſeiner ſchon mehrmahls angeführten **Photometrie** bey allen theoretiſchen Unterſuchungen die Verminderung des Lichts wegen der Schiefe des Ausflußwinkels dem Sinus deſſelben proportional vorausgeſetzt, und die Richtigkeit dieſes Geſetzes hat ſich dadurch zur Genüge beſtättiget, daß die daraus flieſſenden Folgen mit demjenigen, was die Erfahrung lehrt, ſehr wohl übereinſtimmen.

Der X. Abſchnitt.

Vom entlehnten Glanz unpolirter anderswoher erleuchteter Flächen.

164. §.

Wenn man einen für ſich dunklen und für unſre Empfindung völlig undurchſichtigen Körper in ganz dünne Blättchen zerſchneidet, ſo werden dieſe durchſichtig, und laſſen wenigſtens einiges Licht durch: deßwegen iſt man berechtiget, alle für ſich nicht leuchtende Maſſen als durchſichtige auzunehmen, nur daß die Durchſichtigkeit bey einer gewiſſen Dicke der Maaſſe aufhöret. Selbſt das Glas und andre durchſichtige Maſſen ſind hievon nicht ausgenommen. Denn je dicker ein Stück Glas iſt, deſto weniger Licht läßt es durch, und es giebt eine gewiſſe Dicke, wobey die Durchſichtigkeit des Glaſes entweder wirklich aufhört, oder doch wenigſtens für unſer Geſicht nicht mehr bemerklich iſt. Die Maſſe 102
ABCD ſey alſo zwar undurchſichtig, jedoch nur in Fig.
ſo weit, daß wenn von derſelben die Scheibe A*ab*B abgeſchnitten würde, dieſe ſchon anfienge, etwas von dem auffallenden Licht durchzulaſſen: ſo erhellet, daß auch alsdenn das auffallende Licht eben ſo tief in die Maſſe ABCD eindringen werde, wenn gleich dieſe Scheibe A*ab*B mit der übrigen Maſſe verbunden bleibt. Es wird aber nicht alles Licht in die Maſſe hineindringen, ſondern ein Theil deſſelben wird von der äuſſern Fläche AB, wofern ſie einige Politur hat, unter einerley Winkel zurück geworfen,

auch auſſerdem noch ein Theil nach allen Seiten zerſtreuet werden. Jenes nach dem Geſetz des 34. §. zurückſtrahlende Licht kann Kürze halber das optiſche, der übrige Theil das zerſtreuete Licht heiſſen. Weil ferner das ganze Stück A*ab*B der Maſſe wenigſtens einige Durchſichtigkeit hat, und auf alle Theilchen der Maſſe bis an *ab* etwas von dem eindringenden Licht fällt, welches ſie nach allen Seiten zerſtreuen; ſo geht hinwiederum von dieſem zerſtreueten Licht ein Theil zur Fläche AB heraus, und macht die innern Theilchen der Maſſe bis an *ab* ſichtbar. Hätte es nun mit dieſen Theilchen der Maſſe eine ſolche Bewandniß, daß ſie insgeſammt einerley einfaches gleichartiges Licht zurück ſchickten, wie etwa das rothe oder blaue Licht, ſo würde die Maſſe roth oder blau ausſehen. Dies wäre alſo das gefärbte, oder die **Erſcheinung der Farbe der Maſſe verurſachende Licht:** das übrige in die Maſſe, ſoweit ſie einige Durchſichtigkeit hat, hineinfallende Licht, was nicht mit dem gefärbten wieder durch die äuſſere Fläche zurück geht, muß man als verlohren oder von der Maſſe gleichſam verſchluckt betrachten.

Die Erfahrung lehrt ſchon beym Glaſe, daß es mit den Farben der Körper wohl eine ſolche Bewandniß haben könnte, weil ein Stück ſonſt klares ſehr durchſichtiges Glas eine deſto mehr ins grüne oder blaue fallende Farbe zeigt, je dicker es iſt. Jede Glastafel von dem ſchönſten weiſſen Glaſe hat, wie ſehr bekannt iſt, einen blauen oder ins Grüne ſpielenden Rand, und dieſe Farbe kann demjenigen Licht nicht allein zugeſchrieben werden, welches die

äuſſere

äuſſere Fläche des Randes nach allen Seiten zerſtreuet: man hat dagegen weit mehr Grund anzunehmen, daß ſie von den innern durchſcheinenden Theilen des Glaſes herrühre.

165. §.

Eine dunkle für ſich nicht leuchtende Maſſe nimmt die Natur einer für ſich leuchtenden Maſſe an, wenn ſie von fremden Licht erleuchtet wird: (16. §.) man muß aber den Glanz, oder die Klarheit, welche ihr das ſpiegelartig zurück geworfene Licht giebt, von derjenigen Klarheit unterſcheiden, welche das gefärbte und zerſtreuete Licht zuwege bringt, indem es von jedem Element der erleuchteten Fläche eben ſo nach allen Seiten umher ſtrahlet, wie es von jedem Element einer für ſich leuchtenden Fläche ſich nach allen Seiten ausbreiten würde. Das catoptriſche Licht nimmt nur eine beſtimmte Richtung, und es kommt auf die Stelle des Auges an, ob es mit dem gefärbten und ſonſt nach allen Seiten umher ſtrahlenden Licht zugleich den vom catoptriſchen Licht zuwege gebrachten Glanz der erleuchteten Fläche ſiehet, oder nur diejenige Klarheit, welche ihr das überall umherſtrahlende Licht giebt. Je weniger die äuſſere Fläche polirt iſt, deſto geringer iſt die Menge des ſpiegelartig zurück geworfenen Lichts, und die Menge des nach allen Seiten umher ſtrahlenden deſto gröſſer. Eine Fläche, die gar keine Politur hat, wirft gar kein Licht ſpiegelartig zurück, ein Theil deſſen, was in die Maſſe hineindringt, muß als verlohren betrachtet werden, und das übrige ſtrahlt nach allen Seiten umher. Das ſpiegelartig zurück geworfene Licht wird gänzlich ausgeſchloſſen, wenn von der

Klarheit erleuchteter Flächen in dem Verſtande die Rede iſt, wie dies Wort oben im 16. §. iſt erkläret worden, und wenn hier von unpolirten Flächen die Rede iſt, ſo werden ſolche verſtanden, die gar keine Politur haben.

166. §.

Hiebey kommen zuerſt vorzüglich diejenigen für ſich dunklen Körper in Erwägung, welchen wir die **weiſſe** Farbe zuſchreiben. Das Sonnenlicht iſt bey reiner Luft weiß, es iſt aus ungleichartigem einfachern Licht, das einzeln die Empfindung der übrigen Farben verurſacht, zuſammengeſetzt, und die **weiſſe Farbe** iſt eine Vermiſchung aller Grundfarben im gehörigen Verhältniß. Ein dunkler Körper iſt alſo weiß, wenn er die auf ihn fallenden Strahlen von allen Grundfarben in dem rechten Verhältniß nach allen Seiten wieder ausſendet. Selbſt die **Weiſſe** des Lichts erfodert das rechte Verhältniß der Miſchung der einfachen für ſich gleichartigen Strahlen aller Grundfarben: alſo kann weiſſes Licht auf den Körper fallen, und der letztere kann doch eine andre Farbe zeigen, wenn er Strahlen der einen Grundfarbe vorzüglich, die übrigen gar nicht, oder in zu geringer Menge nach allen Seiten ausſendet. Ein Körper, der in jedem Fall alles auf ihn fallende Licht nach allen Seiten wieder umherſtrahlet, wird alſo **vollkommen weiß** ausſehen, wenn vollkommen weiſſes Licht auf ihn fällt. Wird er dagegen nur vom rothen, grünen, blauen, oder ſonſt einer andern Art des einfachen Lichts erleuchtet, ſo wird er ſelbſt mit dem auffallenden Licht einerley Farbe haben, denn er ſendet alles auffallende Licht nach allen Seiten

zurück. Unvollkommen weiſſe Körper können diejenigen heiſſen, die nicht alles auffallende Licht nach allen Seiten zurück ſenden: ſo wie die gefärbten Körper nur Strahlen einer oder einiger Grundfarben vorzüglich, von dem übrigen auffallenden Licht entweder gar nichts, oder eine geringere Menge, als auffiel, nach allen Seiten umher wieder ausbreiten.

167. §.

Auf das Element $Ll = \omega^2$ einer für ſich dunklen Ebene falle die Lichtmenge $= L$, und die nach allen Seiten umher wieder zurückſtrahlende Lichtmenge ſey $= n \,.\, L$, die Klarheit des Elements $= \Sigma$, ſo iſt 48 Fig.

$$\Sigma = \frac{n \,.\, L}{Ll} \;(18.\ \S.) = \frac{n \,.\, L}{\omega^2},$$ und das Σ hat hier eine völlig ähnliche Bedeutung mit derjenigen, die das S im 18. §. hatte. Eine Fläche, die den Quadrat-Inhalt $= 1^2$ hätte, in allen ihren Elementen eben ſo ſtark als Ll erleuchtet wäre, und von jedem Element einen Theil des empfangenen Lichts zurückſtrahlte, der ſich zur Menge des auffallenden, wie $n : 1$ verhielte, würde nach allen Seiten die Lichtmenge $\frac{n \,.\, L}{Ll} = \Sigma$ umher ſtrahlen. Ferner ſey die Erleuchtung, welche auf Ll fällt, $= I$, ſo iſt $\frac{L}{Ll} = I$, und man erhält $\Sigma = n \,.\, I$. Wenn eine weiſſe Fläche, wie ein Stück vom feinen weiſſen Papier, eine gläſerne oder metallene mattgeſchliffene Tafel, in allen ihren Elementen von völlig einerley phyſiſchen Beſchaffenheit iſt; ſo hat man keinen Grund, der auf die Vermuthung führte, daß die Zahl n nicht für

alle Elemente einer ſolchen Fläche einerley ſeyn mögte. Wenn demnach eine ſolche Fläche gleichförmig erleuchtet, alſo I für alle ihre Elemente einerley iſt, ſo iſt auch *n* für ſie alle einerley, und die gleichförmig erleuchtete Fläche hat eine **gleichförmige Klarheit, oder einen gleichförmigen entlehnten Glanz.**

168. §.

Wofern man vorausſetzen kann, daß bey einerley phyſiſchen Beſchaffenheit der erleuchteten Fläche, alſo auch für ein und eben daſſelbe erleuchtete Element, die Zahl *n* einerley bleibe, wenn gleich die Erleuchtung I gröſſer, oder kleiner würde; ſo iſt die **Klarheit einer erleuchteten Fläche der darauf fallenden Erleuchtung proportional.** Daß ein ſolches Element bey einerley phyſiſchen Beſchaffenheit 2mahl, 3mahl, und überhaupt *m* mahl mehr Licht nach allen Seiten wieder umher ſtrahle, wenn es 2mahl, 3mahl, und überhaupt *m* mahl mehr Licht empfängt, iſt die einfachſte Vorausſetzung, die man vorziehen muß, ſo lange keine überwiegende Gründe vorhanden ſind, eine andre Vorausſetzung anzunehmen. Für Flächen von verſchiedener phyſiſchen Beſchaffenheit iſt die Zahl *n* ebenfalls verſchieden. Uebrigens aber muß hiemit die im 15. §. vorläufig ſchon vorgetragene Vorausſetzung verbunden werden:

Das von jedem erleuchteten Element einer unpolirten Fläche zurück gehende Licht breite ſich in gradlinichten phyſiſchen Strahlen nach allen Seiten eben ſo aus, wie es ſich den im 13ten und 14ten §. feſtgeſetzten Geſetzen gemäß von jedem Ele-

Element einer für ſich glänzenden Fläche nach allen Seiten ausbreitet.

Regelmäßig angeſtellte Verſuche müſſen übrigens entſcheiden, ob und wieweit dies alles der Natur gemäß ſey.

Das nach dieſen Geſetzen von einer unpolirten und anderswoher erleuchteten Fläche nach allen Seiten wieder umherſtrahlende Licht erleuchtet, wenn es auf eine andre dunkle Fläche fällt, dieſe nach eben den Geſetzen, wie eine mit eigenem Licht glänzende Fläche ſie erleuchten würde. Demnach wird die Erleuchtung, welche die mit entlehnten Glanz leuchtende Fläche auf eine andre Fläche wirft, vermittelſt der im 19ten und den folgenden §§. erwieſenen Grundformuln gefunden, wenn ſtatt des eigenen Glanzes S der entlehnte Glanz $\Sigma = n \,.\, I$ (165. §.) in der Rechnung gebraucht wird.

169. §.

Erleuchtung und **Klarheit** ſind Wörter, die ſolche Begriffe bezeichnen, welche als Urſache und Wirkung verſchieden ſind. (15. §.) Das Maaß der Erleuchtung iſt die Lichtmenge, welche eine Fläche von beſtimmter Gröſſe anderswoher ſo empfängt, daß ſie über derſelben gleichförmig vertheilt iſt: das Maaß der Klarheit oder Helligkeit aber iſt diejenige Lichtmenge, welche ſie nach allen Seiten wieder umher ſtrahlet. Weil jedoch die Klarheit einer und eben derſelben erleuchteten Fläche, oder ſonſt völlig gleichartiger Flächen, der darauf fallenden Erleuchtung proportional iſt, (166. §.) ſo kann man die Wörter: **Erleuchtung**, **Klarheit**, als gleichgül-

tige gebrauchen, wenn es nur darauf ankommt, die Klarheit eines und eben deſſelben Elements, oder zweyer Elemente von einerley Art, bey verſchiedenen Erleuchtungen zu vergleichen. Wie nun bey für ſich leuchtenden Flächen ihr wirklicher Glanz von dem geſehenen oder ſcheinbaren Glanz unterſchieden werden muß, (157. §.) ſo iſt auch die wahre oder wirkliche Klarheit erleuchteter Flächen mit ihrer geſehenen oder ſcheinbaren Klarheit nicht ſchlechthin für einerley anzunehmen. Wenn Σ die wahre Klarheit bezeichnet, ſo iſt die geſehene Klarheit dem Ausdruck $\frac{\Sigma . b^2}{\mu^2 a^2}$ proportional, (157. §.) und ſie hängt mit ab von der jedesmahligen Gröſſe der Oefnung des Sterns im Auge.

170. §.

Für eine vollkommen weiſſe Fläche (164. §.) wäre $n = 1$, und $\Sigma = \frac{L}{\omega^2} = 1$; (165. §.) für unvollkommen weiſſe Flächen aber iſt $n < 1$, und ſolche Flächen ſind gleich weiß, wenn für beyde der zurückſtrahlende Theil des Lichts gegen die Menge des auffallenden einerley Verhältniß hat, alſo die Zahl n für beyde einerley iſt, die im folgenden das **Maaß der Weiſſe der Fläche** abgeben kann. **Wenn demnach auf gleich weiſſe Flächen eine gleiche gleichförmige Erleuchtung fällt, ſo haben ſie gleiche wirkliche Klarheit.**

Gleich weiſſe und gleich ſtark erleuchtete Flächen von völlig einerley phyſiſchen Beſchaffenheit, die ein Zuſchauer beyde neben einander unter einerley ſcheinbaren

baren Gröſſe mit einem Blick überſehen kann, haben auch für dieſen Zuſchauer eine gleiche ſcheinbare Klarheit. (Man vergleiche den 159. §.)

Sind eben ſolche Flächen ungleich ſtark erleuchtet, ſo iſt ihre wahre Klarheit ungleich groß, und ſie ſcheinen dem Zuſchauer auch ungleich klar, wenn anders die Ungleichheit der Erleuchtung und wahren Klarheit nicht etwa ſehr geringe iſt.

Wenn alſo ein Paar neben einander befindliche gleich groſſe Flächen von der vorausgeſetzten Beſchaffenheit einem Zuſchauer, der ſie beyde zugleich mit einem Blick überſiehet, gleich klar zu ſeyn ſcheinen, ſo ſind ſie wirklich gleich helle, und die auf beyde fallenden Erleuchtungen ſind gleich groß.

Die Einſchränkung, die dieſer Satz eben um deßwillen leidet, weil bey dem vorhergehenden eine Einſchränkung nöthig war, wird einem jeden von ſelbſt beyfallen. So wenig aber die kleinen unvermeidlichen Fehler bey Schätzung der Gleichheit grader Linien die Geometrie ſelbſt und ihre Gründe unſicher machen; ſo wenig machen die nicht ganz zu vermeidenden kleinen Fehler bey Schätzung deſſen, ob ein Paar Flächen gleich klar oder hell ſind, die Photometrie und ihre Gründe unſicher.

171. §.

Wenn auf eine vollkommen weiſſe Fläche die abſolute Erleuchtung von einer andern weiſſen Fläche fällt, deren Glanz $= S$ iſt, ſo hat man $I = S$, und die Klarheit der vollkommen weiſſen Fläche $\Sigma = S$. (170. §.) Dieſe iſt demnach dem Glanz der Fläche gleich, die ihr das Licht zuſchickt. Es

103 Fig. ſey AB eine nach allen Seiten ins unendliche ausgedehnte in allen Elementen gleich ſtark glänzende Ebene, und eine andre für ſich dunkle Ebene DE von welcher Gröſſe man will ſey mit jener parallel: ſo empfängt jedes Element M oder N der letztern von der erſten die abſolute Erleuchtung, und DE hat durchgängig eine Klarheit, die eben ſo groß als der Glanz der Ebene AB iſt. Wenn demnach FG ein gegebener Theil der leuchtenden Fläche AB iſt, ſo wirft derſelbe auf jedes Element M oder N der Fläche DE ſoviel Licht, als eben dies Element nach FG wieder zurück ſendet; (25. §.) weil es ſo viel iſt, als wenn beyde Flächen einerley Glanz hätten. Wenn demnach MN ein gegebener Theil der erleuchteten Fläche DE iſt, ſo wirft MN ſoviel Licht nach FG zurück, als MN von FG empfangen hat: mithin wirft auch DE ſelbſt ſoviel Licht nach FG zurück, als FG dahin geſchickt hatte.

Alle dieſe Schlüſſe finden ihre Anwendung, die Fläche AB mag weiſſes oder gefärbtes Licht auf DE werfen, wenn nur DE vollkommen weiß iſt. Allemahl wird DE die Farbe desjenigen Lichts zu haben ſcheinen, das AB nach DE ſchickt, und DE wird mit AB einerley Klarheit haben: die rothe, grüne, blaue Farbe u. ſ. w. der erleuchteten Fläche DE wird mit der Farbe gleicher Art, welche die leuchtende Fläche AB hat, gleich lebhaft ſeyn.

Wenn dagegen die Ebene DE nicht vollkommen weiß iſt, alſo einen Theil des auffallenden Lichts gar nicht wieder zurück ſchickt; ſo könnte doch das zurück gehende Licht noch weiſſes Licht ſeyn, wenn nemlich das auffallende Licht weiß wäre, und von allen Arten des einfachen gefärbten Lichts proportionale Theile ver-

verlohren giengen. Doch wäre alsdenn die Weiſſe der Fläche DE nicht ſo glänzend, als die Weiſſe der Fläche AB. Wäre DE gar nicht weiß, ſondern gefärbt, als roth, grün, blau, gelb, wie man will; ſo wäre noch eine Urſache der mindern Klarheit dieſe, weil nur die Strahlen von eben der Farbe entweder allein, oder doch vorzüglich von allen Elementen der Ebene DE wieder ausgehen würden, die übrigen aber als verlohren zu betrachten wären.

172. §.

Auſſer den Grundfarben giebt es unzählig viele verſchiedene Zwiſchenfarben, die insgeſammt aus den Grundfarben durch ihre mancherley Vermiſchung entſtehen. Ein Körper, der eine ſolche etwa aus dem rothen und gelben vermiſchte Farbe hat, ſtrahlt nur das rothe und gelbe Licht entweder allein, oder doch vorzüglicher als das übrige nach allen Seiten wieder umher. Dabey dürfte denn wohl die folgende Vorausſetzung wenigſtens bis zur weitern Prüfung gelten können:

Bey einerley phyſiſchen Beſchaffenheit des erleuchteten Körpers behalte die Menge der zurück geſandten Strahlen einer jeden Farbe zur Menge der einfallenden einerley Verhältniß. Fallen doppelt ſoviele rothe oder gelbe Strahlen auf, ſo ſtrahlt auch doppelt ſoviel rothes oder gelbes Licht nach allen Seiten wieder umher. Dieſemnach laſſen ſich die verſchiedenen Grade des Rothen, Grünen, u. ſ. f. auf ähnliche Art, wie die verſchiedenen Grade der Weiſſe in Rechnung bringen. Ein Körper iſt vollkommen roth, wenn

er alles auffallende rothe Licht nach allen Seiten wieder umher ſtrahlet, im Gegentheil aber unvollkommen roth. Wenn ſich alſo die Menge des nach allen Seiten zurückgeſchickten rothen Lichts zur Menge des auffallenden, wie $q : 1$ verhält; ſo iſt bey unvollkommen rothen Körpern $q < 1$, bey vollkommen rothen Körpern aber $q = 1$. Auf andre Grundfarben macht man die Anwendung eben ſo. Weil man übrigens verſchiedene Grundfarben als ungleichartige anſehen muß, ſo laſſen ſich auch verſchiedene Grundfarben ihren Graden nach nicht mit einander vergleichen, wohl aber Grundfarben, die für ſich einerley ſind, und dabey nur einen verſchiedenen Grad der Lebhaftigkeit haben. Auch ſelbſt die Lebhaftigkeit einer vermiſchten Farbe läßt ſich mit der Lebhaftigkeit einer andern vermiſchten Farbe von eben der Art vergleichen: denn vermiſchte Farben ſind als gleichartige zu betrachten, wenn ſie aus einerley ungleichartigem Licht von verſchiedener Grundfarbe in einerley Verhältniß zuſammengeſetzt ſind. Wird die Menge des ſo vermiſchten Lichts verändert, jedoch ſo, daß das Verhältniß der Strahlen, die zu verſchiedenen Grundfarben gehören, einerley bleibt, ſo wird zwar der Grad der Lebhaftigkeit, aber nicht die Art der Farbe verändert.

173. §.

Weil ein geübtes Auge es bis auf eine ſehr geringe Abweichung richtig ſchätzt, wenn ein Paar neben einander befindliche gleich weiſſe Flächen, die es beyde zugleich überſiehet, gleich helle, mithin auch gleich ſtark erleuchtet ſind; (170. §.) ſo kann man im finſtern Zimmer auf mehr als eine Art Verſuche

ſuche anſtellen, welche zur Beſtättigung der übrigen photometriſchen Grundſätze dienen. Man muß ſich in ſolcher Abſicht mit einigen Kerzen ſoviel möglich von einerley Art und Grösſe, am beſten iſt es, mit Wachskerzen verſehen, damit ihre Flammen, wenn ſie nach der Anzündung ruhig brennen, wenigſtens beynahe eine gleiche Gröſſe und gleichen Glanz haben. Von der gleichen Gröſſe der Flammen kann man ſich ziemlich durch den Augenſchein verſichern, wenn man ein Paar ſolcher Kerzen neben einander ſtellt. Wenn man ferner durch gehörig geſtellte Schirme es dahin bringt, daß auf einer jeden von zweyen weiſſen Flächen nur Licht von der einen Kerze, am beſten völlig oder beynahe ſenkrecht, oder wenigſtens unter einerley Einfallswinkel auffällt; ſo iſt man vom gleichen Glanz der Flammen verſichert, wenn bey gleicher Entfernung der Flammen die Flächen gleich helle ſcheinen. Hiernächſt kann man zwey, drey oder mehr ſo ausgeſuchte Kerzen ganz nahe bey einander ſtellen, damit man ihre Flammen als eine einzige aus allen zuſammen geſetzte Flamme betrachten kann. Wenn eine ſolche Flamme deren Gröſſe $= E^3$ und Glanz $= S$ iſt, eine weiſſe Ebene in der Entfernung D unter dem Einfallswinkel φ erleuchtet; ſo iſt die Erleuchtung $= \frac{E^3 S \sin\varphi}{4\pi D^2}$. Wenn ferner eine andre Flamme von eben dem Glanz, deren Gröſſe $= e^3$ iſt, eine andre neben der vorigen befindliche Ebene in der Entfernung δ unter dem Einfallswinkel ψ erleuchtet, ſo iſt ihre Erleuchtung $= \frac{e^3 S \sin\psi}{4\pi \delta^2}$.

(11. §.)

(11. §.) Durch Aenderung des Einfallswinkels, oder der Entfernung kann man eine von beyden Erleuchtungen ſo lange vermehren, oder vermindern, bis beyde Erleuchtungen gleich werden, und beyde Flächen gleich helle ſcheinen. Alsdenn iſt $\frac{E^3 \sin\varphi}{D^2} = \frac{e^3 \sin\psi}{\delta^2}$, alſo

1.) Bey gleichem Einfallswinkel $E^3 : e^3 = D^2 : \delta^2$. Wenn beym Einfallswinkel φ und der Entfernung D die Anzahl der Kerzen $= m$, für den Einfallswinkel ψ und die Entfernung δ aber $= n$ iſt, ſo hat man $m : n = E^3 : e^3 = D^2 : \delta^2$.

2.) Bey gleicher Gröſſe der Flammen iſt $\sin\varphi : \sin\psi = D^2 : \delta^2$, und

3.) Bey gleichen Entfernungen $E^3 \sin\varphi = e^3 \sin\psi$, alſo $E^3 : e^3$ oder $m : n = \sin\psi : \sin\varphi$.

Herr **Lambert** hat alle dieſe Verſuche angeſtellt, und die Erfolge ſo wie ſie die Rechnung giebt, der Erfahrung gemäß befunden. (Photomet. §. 58 – 63.)

174. §.

104 Fig. Man ſetze zwey ebene gleichartige und gleich groſſe Flächen, die am bequemſten die Geſtalt eines Rechteckes haben können, unter einem Winkel BAC von willkührlicher Gröſſe zuſammen; wähle aber ſolche, die entweder von gleich weiſſer Farbe, oder doch mit einerley Malerfarbe gleichförmig und ſo beſtrichen ſind, daß ſie keinen ſpiegelartigen Glanz haben.

haben. In L ſtelle man eine Kerze in gleicher und ſo weiter Entfernung von beyden Flächen, daß die Abmeſſungen beyder Ebenen AB, AC, in Vergleichung mit der Entfernung LF ſehr klein ſind: alsdenn werden dieſe Ebenen von der Kerze beynahe gleichförmig erleuchtet. In noch gröſſerer Entfernung von den Ebenen AB, AC, ſtelle man eine Glaslinſe HI ſo, daß das von dieſen Ebenen AB, AC, zurückgehende Licht auf die Glaslinſe fallen kann, verhindre aber mit einem undurchſichtigen Schirm, daß die Kerze grade zu Licht auf die Linſe werfe. Die Bilder *ab*, *ac*, der Flächen AB, AC, fange man mit der weiſſen Ebene MN auf: ſo wird man beyde allemahl gleich helle finden, wenn man gleich die Winkel GAB, GAC, ändert. Die Entfernung der Linſe von den Ebenen AB, AC, muß um deßwillen etwas groß ſeyn in Vergleichung mit den Abmeſſungen dieſer Ebenen, damit das von ihnen auf die Linſe fallende Licht beynahe unter einerley Winkel ausflieſſe.

Weil die Stellung willkührlich iſt, ſo ſey AG auf AB ſenkrecht, gegen AC aber unter einem ſpitzen Winkel von willkührlicher Gröſſe geneigt. Ferner ſtelle CD eine auf AG ſenkrechte Ebene vor, ſo wie *ab*, *ac*, die Flächen der Bilder vorſtellen. Alsdenn iſt $ab : AB = aG^2 : AG^2$, und $ac : CD = aG^2 : DG^2$; überdem iſt vermöge der Vorausſetzung DG ſehr nahe $= AG$, alſo $ab : AB = ac : CD$, oder $ab : ac = AB : CD$. Jeder von den Räumen, worin das von den beyden Ebenen AB, AC, auf die Linſe fallende Licht enthalten iſt, hat wegen der in Vergleichung mit den Abmeſſungen dieſer Ebenen

etwas

etwas groß angenommenen Entfernung AG, wenigſtens in der Nähe bey AB und AC, beynahe die Geſtalt eines Priſma; zu dem einen gehört AB, zu dem andern AC als Grundfläche, und CD iſt ein auf den Seitenlinien des letztern ſenkrechter Schnitt. Demnach iſt AC oder AB : CD = ſin. tot : coſ. ACD (305. §. Geom.) oder = ſin. tot : ſin DAC, folglich auch *ab* : *ac* = ſin. tot: ſin DAC.

Beyde Bilder *ab*, *ac*, ſind wie der Erfolg lehrt, gleich helle, alſo gleich ſtark erleuchtet. (168. §.) Wenn demnach L und Λ die auf *ab* und *ac* fallenden Lichtmengen bezeichnen; ſo iſt L : Λ = *ab* : *cd*, folglich auch L : Λ = ſin. tot : ſin DAC. Dieſemnach beweiſet der Verſuch, **daß die nach einerley Richtung ausflieſſende Lichtmenge dem Sinus des Ausflußwinkels auch alsdenn proportional ſey**, wenn die leuchtende Fläche nicht mit eigenem ſondern mit entlehntem Licht glänzet. M. ſ. Hrn. **Lamberts** Photomet. Part. III. Cap. II. §. 700 – 702. pag. 323. 324.

175. §.

95 Fig. Die Erleuchtung des Bildes *qr* einer Glaslinſe BD, wenn ſie das Licht von einem kreisförmigen Object QR in einer etwas groſſen Entfernung AP = δ, wogegen wenigſtens PQ nur klein iſt, ſenkrecht auffängt, ſey = I, und die Vereinigungsweite hinter dem Glaſe K*p* = α, des Bildes Halbmeſſer *pq* = *q*, des Glaſes halbe Breite KD = *b*; ſo iſt $I = \frac{kSb^2}{\alpha^2}$, wenn das Verhältniß der auf das

Glas

Glasfallenden zur durchgehenden Lichtmenge $= 1 : k$ angenommen wird. Die ſenkrechte Erleuchtung, welche das kreisförmige Object QR auf die Stelle des Bildes werfen würde, wenn man die Linſe wegnähme ſey $= i$, ſo iſt $i = S \,.\, \sin PpQ^2$, und wegen der in Vergleichung mit PQ etwas groſſen Entfernung AP iſt beynahe $PpQ = PKQ = pKq$, alſo $i = S \,.\, \sin pKq^2 = \frac{S \,.\, q^2}{\alpha^2 + q^2}$. Daraus folgt $\frac{I}{i} = \frac{kb^2(\alpha^2 + q^2)}{\alpha^2 q^2}$, und durch Verminderung der Oeffnung des Glaſes, indem man mit dem Glaſe concentriſche Ringe aus ſtarken Papier oder dünner Pappe von verſchiedener Breite in Bereitſchaft hält, um das Glas damit zu bedecken, kann man es dahin bringen, daß $I = i$ werde, mithin ein Paar neben einander liegende Stellen einer weiſſen Fläche, wovon eine durchs Glas, die andre ohne Glas von demſelben Object QR die Erleuchtung empfängt, gleich helle ſcheinen. Alsdenn iſt $kb^2(\alpha^2 + q^2) = \alpha^2 q^2$, und man erhält $k = \frac{\alpha^2 q^2}{b^2(\alpha^2 + q^2)}$. Dies wird ein Mittel die Zahl k für eine gegebene Glaslinſe zu finden, um den Lichtverluſt wegen der unvollkommenen Durchſichtigkeit des Glaſes mit in Rechnung zu bringen. Es kommt dabey, wie man leicht ſiehet, nicht allein auf die Art des Glaſes, ſondern zugleich auf die Dicke der Glaslinſe an, weil bey einerley Glasart und gröſſerer Dicke der Linſe k kleiner ausfallen muß.

M. ſ. hievon H. Lamberts Photomet. Part. II. Cap. III. §. 517. pag. 244. ſqq. Er ſtellte den Verſuch mit einer Linſe aus mittelmäßig durchſichtigem Glaſe an, ihre Brennweite war 0,51 Fuß, ihre ganze Breite 0,191 Fuß, der Durchmeſſer ihrer Oefnung beym Verſuch 0,071 Fuß, alles Rheinl. Maaß. Ihre Dicke finde ich nicht angezeigt. Für dieſe Linſe wird k ohngefehr $\frac{5}{6}$ oder $\frac{5}{7}$ befunden.

176. §.

105 Fig. Eine kreisförmige Ebene AB, deren Weiſſe = A iſt, ſey ſogeſtellt, daß ſie von einer in L befindlichen Lichtflamme ſenkrecht erleuchtet wird, und eben die Flamme werfe zugleich ihr Licht ſenkrecht auf die Stelle Q einer andern Ebene DE, deren Weiſſe = a iſt. Die Entfernung LQ, wird in Vergleichung mit dem Halbmeſſer der Ebene AB ſehr groß angenommen. Ferner ſey PH die Axe einer Sammlungslinſe FG worauf AB das von L empfangene Licht wirft, und dieſe Sammlungslinſe ſey von DE ſoweit entfernt, daß in ab das deutliche Bild von AB fällt. Wenn alsdenn AB von L die Erleuchtung = I empfängt, ſo iſt die Klarheit dieſer Ebene $\Sigma = A \times I$, und die Erleuchtung, welche das Bild ab empfängt $= k\Sigma$ tang HpF^2 (139. §.) mithin die Klahrheit deſſelben $= ak\,A\,.\,I\,.$ tang HpF^2. Die bey Q auf DE ſenkrecht fallende von L herkommende Erleuchtung ſey $= i$, alſo die Klahrheit dieſer Stelle $= a \times i$. Die Erleuchtung i iſt dem Quadrat der Entfernung LQ umgekehrt proportional, und wird bald ſehr merklich geändert, wenn man DE der Flamme L näher rückt, oder weiter davon entfernt: dagegen bleibt die Klahrheit des

Bildes *ab*, wenn die Linſe FG gehörig mit verrückt wird, wenigſtens ſo lange ungeändert, als die Entfernung HP in Vergleichung mit PA $\doteq$ PB ziemlich groß bleibt. Demnach muß es möglich ſeyn durch Verſuche eine ſolche Entfernung LQ zu finden, wobey die Klarheit der Stelle Q der Klarheit des Bildes *ab* gleich wird. Alsdenn iſt $a k A . I .$ tang $HpF^2 = a \times i$, und das giebt $A = \frac{i.}{k . I . tg HpF^2}$.

Statt $\frac{i}{I}$ hat man $\frac{LP^2}{LQ^2}$, alſo $A =$

$\frac{LP^2}{k LQ^2 \; tg. HpF^2}$, oder $A = \frac{LP^2 . Hp^2}{k . LQ^2 . HF^2}$. Wenn demnach *k* dem 173. §. gemäß gefunden iſt, ſo läßt ſich auch die Weiſſe der Ebene AB vermittelſt eines Verſuchs finden.

Dabey iſt es am beſten, daß man ein ſoviel möglich helles Licht in L, auch eine ſolche Ebene DE wähle, die mit AB einerley Weiſſe hat. Das erſte iſt nöthig, um AB recht hell zu erleuchten, und eben darum muß LP auch nicht ſehr groß ſeyn: die auf AB fallende Erleuchtung bleibt hinlänglich gleichförmig, wenn die Winkel PLA, PLB nur nicht über 10 Grade groß ſind. M. ſ. H. Lamberts Photomet. Part. III. Cap. II. §. 747. ſqq.

177. §.

H. Lambert brauchte bey ſeinen Verſuchen eine Linſe, wofür er die Zahl $k = \frac{5}{6}$ gefunden hatte, und ihre eigentliche Brennweite war $6\frac{1}{3}$ Zoll, die halbe Oefnung HF = 0,93 Zoll. Für recht weiſſes und

ſtarkes Regalpapier, auch feines weiſſes Chartenpapier fand er $A = \frac{2}{5}$, ein Mittel aus mehrern Verſuchen genommen. Es fand ſich nur ein geringer Unterſcheid von dem Reſultat dieſer Verſuche, wenn das Regalpapier mit einer aus Cremſerweiß zubereiteten Malerfarbe ſo dick beſtrichen war, daß kein Licht mehr hindurch gehen konnte: denn das Mittel aus mehrern Verſuchen war für Cremſerweiß $A = 0,4230$, für Regalpapier $A = 0,4067$. Aehnliche Verſuche hat Hr. Lambert auch mit rothen, grünen, gelben aus Papier geſchnittenen Flächen angeſtellt, da dann das A die Lebhaftigkeit der Farbe bezeichnete. Die rothen Flächen waren mit Mennigfarbe beſtrichen, die gelben mit Kreuzbeerenſaft, zu den grünen aber war Grünſpan gebraucht: für die rothen ward $A = 0,2932$, für die gelben $A = 2620$, für die grünen $A = 0,1149$ gefunden, jedesmahl ein Mittel aus mehrern Verſuchen genommen.

Wenn für eine andre weiſſe Fläche σ, a, i, das ſind, was Σ, A, I, im vor. §. für die Fläche AB waren, ſo iſt auch $\sigma = a \times i$; wenn alſo beyde Flächen gleich hell ſind, ſo iſt $A \times I = a \times i$, und die Weiſſe der Flächen verhält ſich bey gleicher Klarheit, wie die darauf fallende Erleuchtung. Durch Veränderung der Entfernung der Flächen von dem leuchtenden Körper, auch durch Veränderung des Einfallswinkels, kann man es dahin bringen, daß $\Sigma = \sigma$ werde, und ſolcher Geſtalt die Weiſſe mehrerer Körper mit einander vergleichen. Verſuche lehren, daß eine mit weiſſem Kalk, oder Gyps belegte Mauer, recht weiſſes Papier, Cremſerweiß, an der Sonne weiß gebleichtes Lein, recht weiſſe Kreide, in Anſehung der Weiſſe ſehr wenig verſchieden ſind.

178. §.

178. §.

In der Gleichung $\Sigma = A \times I$, bezeichnet I dem 168. §. gemäß diejenige Erleuchtung, welche die unpolirte für ſich dunkle mit dem entlehnten Glanz Σ ſtrahlende Fläche anderswoher empfängt. Wenn eine in allen ihren Elementen mit dem eigenen Glanz S leuchtende Fläche jener andern die Erleuchtung I mittheilt, ſo iſt I ein Product des Glanzes S in einen andern Factor Y, der vermittelſt der allgemeinen photometriſchen Grundformuln gefunden werden kann. Demnach hat man zwiſchen Σ und S die Gleichung $\Sigma = S . A . Y$, die dazu dient, den Glanz der leuchtenden Fläche mit der Klarheit der erleuchteten zu vergleichen, und man erhält $\frac{S}{\Sigma} = \frac{I}{A . Y}$.

Wenn S den Glanz der Sonne bezeichnet, und dieſe eine Fläche von der Art ſenkrecht erleuchtet, deren Weiſſe $= 0{,}423$ gefunden iſt, ihr ſcheinbarer Halbmeſſer aber $= 16' \, 7''$ angenommen wird; ſo iſt die ſenkrechte Erleuchtung $= 0{,}000022 . S$, (140. §.) alſo $Y = 0{,}000022$, und $\frac{S}{\Sigma} = 107458$. Soviel mahl iſt der Glanz der Sonne gröſſer, als die Klarheit einer von ihr ſenkrecht erleuchteten weiſſen Fläche.

179. §.

Bey eben der Vorausſetzung, daß S den gleichförmigen Glanz einer für ſich leuchtenden Fläche oder auch wenn man will, die gleichförmige Klarheit einer anderswoher erleuchteten Fläche, bezeichne, die einer unpolirten Fläche die Erleuchtung $I = S . Y$ zuſendet,

ſey s der gleichförmige eigene oder entlehnte Glanz einer andern leuchtenden Fläche, wovon die Erleuchtung $i = s \,.\, y$ ebenfalls auf eine für ſich dunkle unpolirte Fläche fällt. Fängt man dieſe Erleuchtungen mit gleich weiſſen unpolirten Flächen auf, und ſtellet dieſe letztern ſo, daß beyde gleich helle ſcheinen, ſo kann man daraus auf die Gleichheit beyder Erleuchtungen ſchlieſſen, und man erhält $I = i$; alſo $S \,.\, Y = s \,.\, y$, und man kann das Verhältniß $\frac{S}{s} = \frac{y}{Y}$ des Glanzes beyder leuchtenden Flächen finden, es mag eigener oder entlehnter Glanz ſeyn. Der Verſuch muß ſo angeſtellet werden, daß man die Gröſſen meſſen könne, wovon Y und y abhängen.

Wenn E^3 und e^3 die Gröſſe, S und s den Glanz zweyer Lichtflammen bezeichnen, welche auf ein Paar gleich weiſſe Flächen in den Entfernungen Δ und δ die ſenkrechten Erleuchtungen I, i, werfen; ſo iſt

$$I = \frac{E^3 \,.\, S}{4\pi \,.\, \Delta^2},\quad i = \frac{e^3 \,.\, s}{4\pi \,.\, \delta^2},\quad \text{alſo } \frac{S}{s} = \frac{e^3 \,.\, \Delta^2}{E^3 \,.\, \delta^2}.$$

105 Fig. Ein Schnitt durch die Axe der Lichtflamme giebt beynahe ein Dreyeck, und wenn die Höhe der Flamme $= a$, ihre gröſte Breite $= b$ geſetzt wird, ſo iſt der Schnitt beynahe $= \frac{1}{2}ab$. Die erleuchtete Ebene AB ſey mit der Axe der Flamme parallel, ſo iſt der von der Mitte L der Flamme ausgehende auf die erleuchtete Ebene ſenkrecht fallende Strahl LP auch auf der Axe der Flamme ſenkrecht, und die ſcheinbare Gröſſe

Gröſſe der Flamme aus P geſehen, kann $= \frac{\frac{1}{2}a \,.\, b}{LP^2}$ angenommen werden, wenn LP in Vergleichung mit *a* und *b* etwas groß iſt. Weil nun vornemlich die äuſſern Lichttheilchen an der Oberfläche der Flamme nach allen Seiten ihre Strahlen verbreiten, da man doch keine vollkommene Durchſichtigkeit der Flamme vorausſetzen kann; ſo kann auch dem 20. §. gemäß die von dieſer Flamme auf AB fallende ſenkrechte Erleuchtung $= \frac{S \,.\, \frac{1}{2}ab}{\pi LP^2}$ angenommen werden. Verſteht man alsdenn für zwey Lichtflammen, die den Glanz S und *s* haben, durch E^2, e^2, den Schnitt durch ihre Axe, wenn dieſe mit der erleuchteten Ebene parallel angenommen wird; ſo iſt auch $\frac{S}{s} = \frac{e^2 \,.\, \Delta^2}{E^2 \,.\, \delta^2}$. Man betrachtet alsdenn die Flamme als eine glänzende Fläche, nicht als einen glänzenden durchſichtigen Körper. Man vergleiche H. Lamberts Photomet. Part. III. Cap. I. §. 746. pag. 338.

Anwendungen hievon, um durch Verſuche den Glanz verſchiedener Lichtflammen im finſtern Zimmer zu vergleichen, mit umſtändlichen Beſchreibungen der hiezu dienlichen Einrichtung und Geräthſchaft findet man beym H. Bouguer im Traité ſur la gradation de la lumiere Liv. I. Sect. I. Art. II. p. 9. ſq.

Der XI. Abſchnitt.

Vom undeutlichen Bilde der Glaslinſen und Hohlſpiegel, mit einigen Anwendungen dieſer Lehren.

180. §.

95 Fig. Alle von der Glaslinſe BAD auf das deutliche Bild fallende Kegel zuſammen gehender Strahlen BDp, BDq, BDr, auch eben ſo alle von dem Hohlſpiegel BAD (63. Fig.) auf das deutliche Bild kr fallende Kegel BDk, BDπ, BDr, haben den coniſchen Raum BHD mit einander gemein, und man findet die Länge deſſelben KH vermittelſt der Proportion pr : KD = pH : KH. Man ſetze wie bisher KD = b, Kp = α, $pr = pq = q$, ſo iſt $q : b = \alpha$ — KH : KH, alſo q . KH = $\alpha . b$ — KH . b, und man erhält KH $= \frac{b\alpha}{b+q}$, alſo pH $= \alpha - \frac{b\alpha}{b+q} = \frac{q\alpha}{b+q}$. Läßt man das durch die Linſe fallende Licht auf eine Ebene EF fallen, welche die Axe der Linſe in einer Entfernung KC $< \frac{b\alpha}{b+q}$ ſenkrecht ſchneidet, ſo wird zugleich der Kegel BHD auf ſeiner Axe ſenkrecht geſchnitten, der Schnitt iſt ein Kreis, und IL ſtellet den Durchmeſſer dieſes Kreiſes vor. Das ganze undeutliche Bild auf dieſer Ebene iſt eben-

falls

falls ein Kreis, wovon EF einen Durchmeſſer vorſtellet. Zugleich werden alle Lichtkegel BD*p*, BD*q*, BD*r*, wovon die Spitzen das deutliche Bild ausmachen, ſolchergeſtalt geſchnitten, und ST, IF, EL, ſtellen die Durchmeſſer der Zerſtreuungskreiſe vor. (131. §.)

Alle Zerſtreuungskreiſe haben den kreisförmigen Raum IL als den Schnitt des Kegels BHD mit einander gemein, und breiten ſich übrigens bis an den Umfang des undeutlichen Bildes EF aus: **demnach iſt der Kreis** *IL* **gleichförmig, und dabey ſtärker, als der ihn umgebende ringförmige Raum erleuchtet**, deſſen Erleuchtung von I nach E, und von L nach F abnimmt, bey E und F aber verſchwindet.

181. §.

Auſſer den im vor. §. erwehnten coniſchen Räumen iſt hier noch der Kegel *q*K*r* merkwürdig, deſſen Grundfläche das deutliche Bild *qr* iſt, und deſſen Spitze K in der Mitte der Linſe liegt. Die Ebene EF ſchneidet auch dieſen Kegel in einem Kreiſe, deſſen Durchmeſſer πk vorſtellet, und aus demſelben wird das deutliche Bild *qr*, wenn die Entfernung KC = K*p* genommen wird. Wäre EF eine perſpectiviſche Tafel, und K die Stelle des Auges, ſo wäre πk die Projection des deutlichen Bildes *qr*, deswegen kann πk **das projicirte deutliche Bild** heiſſen, und um auch die übrigen Kreiſe deſto beſſer zu unterſcheiden, werde ich den gleichförmig erleuchteten Kreis IL **das falſche Bild** nennen, und der übrige dieſen Kreis umgebende Ring, deſſen Erleuchtung bis zum äuſſern Umfang des undeutlichen Bildes allmählig 95 Fig.

abnimmt, kann der Halbſchattenring heiſſen. In dem Raum eines jeden von den Zerſtreuungskreiſen EL, ST, IF, iſt das Licht ausgebreitet, das ſich in einem Punct, wie r, p, q, des deutlichen Bildes ſammlen würde; alle dieſe Zerſtreuungskreiſe in einerley auf der Axe der Linſe ſenkrechten Ebene ſind gleich groß, und einer von ihnen, derjenige nemlich, deſſen Licht ſich im Mittelpunct des deutlichen Bildes ſammlen würde, hat mit dem projicirten deutlichen Bilde einerley Mittelpunct.

Es ſey der Halbmeſſer des projicirten deutlichen Bildes $C\pi = SE = r$, des Zerſtreuungskreiſes $CS = \varrho$, des falſchen Bildes $CI = s$, und des ganzen undeutlichen Bildes Halbmeſſer $CE = R$: ſo iſt $s = CS - SI = \varrho - r$, $R = C\pi + \pi E = r + \varrho$, und die Breite des Halbſchattenringes $IE = LF = R - s = 2r$. Man ſetze ferner $KC = a$, ſo iſt $r = \frac{a \cdot q}{\alpha}$, und $\varrho = \frac{(\alpha - a)\,b}{\alpha}$.

182. §.

Dem kegelförmigen Raum BHD, welcher die Eigenſchaft hat, daß über einem jeden auf ſeiner Axe ſenkrechten Schnitt das Licht gleichförmig vertheilt iſt, ſtehet ein andrer qHr an der Spitze H grade entgegen, der dieſe Eigenſchaft jedoch nur für diejenigen Schnitte behält, die zwiſchen ſeiner Spitze H und dem deutlichen Bilde qr, als ſeiner Grundfläche, auf der Axe ſenkrecht angenommen werden. Alles durch die Linſe auf das deutliche Bild fallende Licht iſt in dem Raum des abgekürzten Kegels $BqrD$ enthalten, wozu der Kegel qhr als die Ergänzung gehört;

und

und eben dieſer Kegel *qhr* hat wie der vorige, an der Grundfläche *qr* ihm entgegen geſetzte *q*H*r*, die eben erwehnte Eigenſchaft.

Weil nemlich auf jeden Punct des deutlichen Bildes ein Strahl aus einem Punct der Glaslinſe fällt; ſo fällt von jedem Punct der Linſe auch ein Kegel aus einander fahrender Strahlen auf das deutliche Bild *qr*, wie B*qr*, K*qr*, D*qr*. Alle dieſe Kegel haben die coniſchen Räume *q*H*r* und *qhr* gemein, und wenn man einen oder den andern mit einer Ebene auf der Axe K*h* ſenkrecht ſchneidet, ſo iſt der kreisförmige Durchſchnitt gleichförmig, und eben ſo erleuchtet, als wenn alle Kegel mit dem mittlern K*qr* zuſammen fielen: er iſt alſo ebenfalls ein falſches Bild.

Weiter über *h* hinaus entſteht der vierte coniſche Raum *ehf*, den wiederum alle den Kegeln BD*q*, BD*p*, BD*r*, der in den Puncten des deutlichen Bildes zuſammenlaufenden Strahlen, entgegen geſetzte coniſche Räume unter einander gemein haben. Ein auf der Axe ſenkrechter Durchſchnitt dieſes Kegels *ehf* giebt aufs neue ein gleichförmig erleuchtetes falſches Bild.

Die auf der Axe ſenkrechten Schnitte des Kegels B*h*D, zwiſchen der Linſe und dem deutlichen Bilde genommen, geben das ganze undeutliche Bild, und zwiſchen eben dieſen Gränzen geben die ſenkrechten Schnitte des Kegels BHD und des ihm entgegen geſetzten *q*H*r* das falſche gleichförmig erleuchtete Bild. In Entfernungen von der Linſe aber, welche die Entfernung des deutlichen Bildes von ihr übertreffen, verwechſeln ſich die Eigenſchaften der Kegel B*h*D und BHD mit einander. Die ſenkrechten Schnitte des Kegels B*h*D geben nun das falſche Bild, und die

ſenkrechten Schnitte des Kegels BHD verwandeln ſich in das ganze undeutliche Bild. Solchergeſtalt hat der aus vier graden Kegeln zuſammen geſetzte Raum BDH$qrhef$ die Eigenſchaft, daß über einem jeden auf ſeiner Axe ſenkrechten Schnitt das Licht gleichförmig vertheilt iſt.

183. §.

In dieſem Raum ſind die Stellen H und h merkwürdig, woſelbſt ſeine ſenkrechten Schnitte in einen Punct zuſammen gehen, und welches zugleich die Gränzen ſind, zwiſchen welchen die beyden mittelſten von den vier Kegeln liegen, aus welchen der ganze Raum zuſammen geſetzt iſt. Wegen der ähnlichen Dreyecke HKD, Hpq, hat man $pq : p$H (oder $\alpha -$ KH) $=$ KD : HK, alſo $q : \alpha -$ KH $= b :$ KH, und man findet KH $= \frac{b \cdot \alpha}{b + q}$. Ferner iſt KD $- pr$: K$p =$ KD : Kh, oder $b - q : \alpha = b :$ Kh, alſo K$h = \frac{b\alpha}{b - q}$.

1.) So lange die Entfernung KC $= a$ nicht gröſſer als KH iſt, wird das falſche Bild kleiner, wenn a wächſt. Denn $\varrho = b \left(1 - \frac{a}{\alpha}\right)$ wird kleiner, und $r = \frac{a \cdot q}{\alpha}$ gröſſer, alſo wird $s =$
96 $\varrho - r$ kleiner. Aus dem Mittelpunct C verzeichne
Fig. man das projicirte Bild πk, und den damit concentriſchen Zerſtreuungskreis ST. Man nehme ferner einen Punct π im Umfange des projicirten Bildes für

für den Mittelpunct eines neuen Zerſtreuungskreiſes EL, ſo iſt dies einer der äuſſerſten, und CE iſt der Halbmeſſer des ganzen undeutlichen Bildes. Ein Kreis EF mit dem Halbmeſſer CE beſchrieben berührt den Zerſtreuungskreis EL von auſſen, und ein Kreis IL mit dem Halbmeſſer CL beſchrieben berührt ihn von innen. Eben dieſer Kreis IL iſt das falſche Bild, weil alle Zerſtreuungskreiſe den kreisförmigen Raum IL gemein haben.

2.) In dem Fall $a = \frac{b\alpha}{b+q}$ = KH wird $\varrho = \frac{bq}{b+q}$ und $r = \frac{bq}{b+q}$, alſo $\varrho = r$, und $s = \varrho - r = 0$. In der 93 Figur fallen die Kreiſe πk, ST zuſammen, und nur die mittelſte Stelle C des undeutlichen Bildes liegt in allen Zerſtreuungskreiſen zugleich. 93 Fig.

3.) Wächſt a noch weiter, ſo wächſt auch $r = \frac{a \cdot q}{\alpha}$, und $\varrho = b\left(1 - \frac{a}{\alpha}\right)$ nimmt noch ab: alſo wird $s = \varrho - r = -(r - \varrho)$ negativ. Wenn nemlich in der 95 Figur die Ebene EF in die Lage $\eta\vartheta$ gerückt iſt, ſo hat CI die Lage $\alpha\gamma$ angenommen, die der vorigen entgegen geſetzt iſt. Wie es nun hier nicht ſo ſehr auf die Lage als auf die Gröſſe des Zerſtreuungshalbmeſſers ankommt; ſo kann mit Weglaſſung des Zeichens des falſchen Bildes Halbmeſſer $s = r - \varrho$ geſetzt werden, und es bleibt $R = r + \varrho$, alſo iſt nun des Halbſchattenringes Breite $R - s = 2\varrho$, wie auch der Figur gemäß iſt. Die 97 Figur ſtellet für dieſen beſondern Fall das ganze undeutliche Bild beſonders vor. Der um C beſchriebene Zerſtreuungs-

95 Fig. 97 Fig.

kreis

kreis ST iſt nun kleiner, als das mit ihm concentriſche projicirte Bild πk; aus π und k ſind ein Paar der äuſſerſten Zerſtreuungskreiſe beſchrieben, welche nun den Umfang des falſchen Bildes IL von auſſen berühren. Wird $a = \alpha$, ſo erhält man $\varrho = 0$ und $r = q$; die Zerſtreuungskreiſe werden ſoviele einzelne Puncte des Bildes, welches ſich nun in das deutliche Bild verwandelt.

95 Fig. 4.) Sobald a die Entfernung α des deutlichen Bildes zu übertreffen anfängt, wird $\varrho = b$

$\left(1 - \frac{a}{\alpha}\right) = -\left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$ negativ, und das

würde $s = r + \varrho$, und $R = r - \varrho$ geben. Das wäre auch der Sache ganz gemäß: nur müßte man durch s Halbmeſſer der Schnitte des Kegels BHD, ſo wie durch R Halbmeſſer der Schnitte des Kegels BhD verſtehen. Jene Schnitte aber geben nun nicht mehr das falſche ſondern das ganze undeutliche Bild, und dieſe nicht mehr das ganze undeutliche ſondern das falſche Bild. Wenn alſo s und R allemahl die Halbmeſſer des falſchen und ganzen undeutlichen Bildes bezeichnen ſollen, ſo muß $s = r - \varrho$, und $R = r + \varrho$, auch ohne Rückſicht auf

die Lage $\varrho = b\left(\frac{a}{\alpha} - 1\right)$ angenommen werden:

die Breite des Halbſchattenringes bleibt $R - s = 2\varrho$. In der 99 Figur iſt wieder πk als das projicirte Bild aus dem Mittelpunct C beſchrieben, und
99 Fig.
zugleich der mit demſelben concentriſche Zerſtreuungskreis ST, ſo wie aus π einer der äuſſerſten Zerſtreuungskreiſe EL, da dann noch alle dieſe äuſſerſten

ſten Zerſtreuungskreiſe das falſche Bild EF von auſſen berühren.

5.) In dem Fall $a = \frac{b\alpha}{b-q} =$ Kh wird $\varrho = \frac{bq}{b-q}$ und $r = \frac{bq}{b-q}$, alſo $\varrho = r$, und $s = r - \varrho = 0$. Das falſche Bild verſchwindet zum zweytenmahl, das projicirte Bild wird dem Zerſtreungskreiſe gleich, und nur die Mitte C des Bildes liegt in allen Zerſtreuungskreiſen zugleich.

6.) Wenn endlich $a > \frac{b\alpha}{b-q}$, alſo gröſſer als Kh angenommen wird, alſo $\frac{a}{\alpha} > \frac{b}{b-q}$ iſt, ſo iſt $\frac{a}{\alpha} > 1 + \frac{q}{b-q}$, und $\frac{a}{\alpha} - 1 > \frac{q}{b-q}$, mithin $q < \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b - \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) q$, und ferner $q + \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) q < \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$, oder $\frac{aq}{\alpha} < \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$, d. i. $r < \varrho$. Dieſemnach wird $s = r - \varrho$ wieder negativ, oder die Lage dieſes Halbmeſſers $s = -(\varrho - r)$ iſt der vorigen aufs neue entgegen geſetzt, wie auch der Figur gemäß iſt. Ohne Rückſicht auf die Lage iſt alſo nun $s = \varrho - r$, 98
und des Halbſchattenringes Breite R $- s = 2r$, Fig.
wie es bey den Schnitten des erſten Kegels BHD war.

184. §.

184. §.

Die Erleuchtung des falſchen Bildes zu finden, wenn die Entfernung deſſelben von der Glaslinſe gegeben iſt.

Aufl. Es iſt nicht völlig gleichgültig in welcher Entfernung von der Linſe das undeutliche Bild aufgefangen wird: deßwegen muß man folgende zwey Fälle unterſcheiden.

95 Fig. 1.) Das Bild ſey ein Schnitt des erſten oder vierten Kegels BHD, oder ehf; alſo entweder $a < \frac{b\alpha}{b+q}$, oder $a > \frac{b\alpha}{b-q}$: ſo erhellet, daß die Erleuchtung des falſchen Bildes eben ſo groß bleiben würde, wenn alle Zerſtreuungskreiſe mit dem mittelſten zuſammen fielen. Die ganze auf die Glaslinſe fallende Lichtmenge ſey $= M$, die Erleuchtung des falſchen Bildes $= Y$, ſo iſt $Y = \frac{M}{\pi\varrho^2}$, und

$\varrho = \left(1 - \frac{a}{\alpha}\right) b$ für den erſten Kegel: für den vierten aber $\varrho = \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$.

In dem Fall $a = \alpha\left(1 - \frac{q}{b}\right)$ wird $\varrho = q$, und das falſche Bild iſt eben ſo ſtark erleuchtet, als das deutliche Bild erleuchtet ſeyn würde. Weil nun ϱ noch weiter abnimmt, wenn a gröſſer wird, ſo wird alsdenn die Erleuchtung des falſchen Bildes gröſſer, als die Erleuchtung des deutlichen Bildes,

und

und in dem Fall $a = \mathrm{KH} = \frac{b\alpha}{b+q}$, hat man $\varrho = r$, mithin auch $\mathrm{Y} = \frac{\mathrm{M}}{\pi r^2}$.

2.) Das Bild ſey ein Schnitt des zweyten oder dritten Kegels $q\mathrm{H}r$ oder qhr; alſo $a > \frac{b\alpha}{b+q}$ aber $a < \frac{b\alpha}{b-q}$: ſo iſt die Erleuchtung eben ſo groß, als ſie ſeyn würde, wenn alle von der Linſe auf das deutliche Bild fallende Kegel auseinander gehender Strahlen mit dem mittelſten $\mathrm{K}qr$ zuſammen fielen. Demnach iſt nun $\mathrm{Y} = \frac{\mathrm{M}}{\pi r^2}$, und $r = \frac{aq}{\alpha}$.

Eben das Reſultat würde man ſo finden. Es ſey P ein Punct innerhalb der Fläche des falſchen Bildes: ſo erhellet, daß P nicht mehr von allen Zerſtreuungskreiſen Licht bekomme, weil der Zerſtreuungshalbmeſſer nun kleiner iſt, als des falſchen Bildes Halbmeſſer. Aus dem Mittelpunct P ſey 97
der Zerſtreuungskreis VW beſchrieben, ſo erhellet, Fig.
daß derſelbe von allen Zerſtreuungskreiſen, deren Mittelpuncte in der Fläche VW liegen, Licht emfange, und daß die Erleuchtung der Stelle P ſo groß ſey, als die Erleuchtung des Kreiſes VW wäre, wenn alle diejenigen Zerſtreuungskreiſe, damit zuſammen fielen, deren Mittelpuncte innerhalb VW liegen. Die Lichtmenge, welche alle dieſe Zerſtreuungskreiſe faſſen, ſey $= \mu$, die geſuchte Erleuchtung der Stelle $\mathrm{P} = \mathrm{Y}$, ſo iſt $\mathrm{Y} = \frac{\mu}{\pi \varrho^2}$. Aber aller Zer-

ſtreu-

ſtreuungskreiſe Mittelpuncte ſind über der Fläche des projicirten Bildes vertheilt, und alle zuſammen enthalten die Lichtmenge M: demnach iſt $M : \mu = r^2 : \varrho^2$, alſo $\mu = \frac{\varrho^2 M}{r^2}$, und das giebt $Y = \frac{M}{\pi r^2}$.

Die Erleuchtung des falſchen Bildes, ſo lange es ein Schnitt des Kegels qHr iſt, bleibt gröſſer als die Erleuchtung des deutlichen Bildes, worin ſich das falſche Bild verwandelt, wenn $a = \alpha$, alſo $r = q$ wird. Für die Stelle H, wo $a = \frac{b\alpha}{b+q}$, und $\varrho = r = \frac{bq}{b+q}$ wird, iſt $Y = \frac{(b+q)^2 M}{\pi b^2 q^2}$ am gröſten. Wenn alſo das Sonnenlicht durch die Glaslinſe fällt, ſo iſt die Stelle H einer ſtärkern Hitze ausgeſetzt, als die Elemente des eigentlichen Brennraums.

185. §.

Die Klahrheit der Kreiſe, welche bisher unter dem Nahmen des falſchen Bildes ſind betrachtet worden, unterſcheidet ſich merklich von der Klarheit der ſie umgebenden Halbſchattenringe, wenn man das Sonnenlicht durch die Linſe fallen läſſet, und ſelbiges mit einem weiſſen Papier ſenkrecht auffängt. So wie man das Papier vom Glaſe nach und nach entfernt, zieht ſich das falſche Bild, als der in der Mitte am ſtärkſten erleuchtete Kreis nach und nach enger, und zuletzt in einen Punct zuſammen, wächſt aber nachher aufs neue bis endlich das deutliche Bild von gleichförmiger Klarheit zum Vorſchein kommt.

kommt. Um auch davon eine Probe zu geben, wie ſich die Erleuchtung des Halbſchattenringes an einer gegebenen Stelle P angeben lieſſe, ſey aus P als ei- 96
nem Mittelpunct mit dem Zerſtreuungshalbmeſſer Fig.
ein Kreis beſchrieben, ſo wird derſelbe den Umfang des projicirten Bildes in M und N ſchneiden, weil CP $< r + \varrho$ iſt. Weil nun der Abſtand eines jeden Puncts Q in der mondförmigen Figur MNO von P kleiner als der Zerſtreuungshalbmeſſer iſt; ſo liegt P innerhalb der Fläche aller der Zerſtreuungskreiſe, deren Mittelpuncte in der lunula MNO liegen, und empfängt deswegen Licht von allen dieſen Zerſtreuungskreiſen. Weil nun in dem Fall welchen die Figur vorſtellet, jedes Element des falſchen Bildes Licht von allen Zerſtreuungskreiſen empfängt, ſo verhält ſich die Erleuchtung des falſchen Bildes zur Erleuchtung der Stelle P des Ringes, wie die Fläche des projicirten Bildes zur lunula MNO.

186. §.

Wenn die Linſe kein Sammlungs- ſondern ein 106
Zerſtreuungsglas iſt, ſo liegt das Bild *qr* vor dem Fig.
Glaſe die im 182. §. betrachteten vier Kegel, deren Schnitte ein falſches gleichförmig erleuchtetes Bild geben, ſind alle auch da, ſie liegen aber in umgekehrter Ordnung vor dem Glaſe. Hier kommt nur der Kegel B*h*D in Betrachtung, und zwar was unter der Figur eines abgekürzten Kegels BD*ef*, hinter dem Glaſe hinzu kommt. Daſelbſt haben alle Kegel der von den Puncten *p*, *q*, *r*, des geometriſchen Bildes fortlaufenden hinter dem Glaſe auseinander fahrenden Strahlen den Raum BD*ef* gemein; und wenn man durch einen ſenkrechten Schnitt den

Kreis *ef* zuwege bringt, ſo iſt derſelbe gleichförmig, und eben ſo erleuchtet, als wenn alle hinter dem Glaſe auseinander fahrende Lichtkegel mit dem mittlern B*p*D zuſammen fielen. Man kann alſo wie beym Sammlungsglaſe *ef* das falſche Bild nennen, *st*, *if*, *el*, ſind Zerſtreuungskreiſe, *πk* iſt das projicirte und *il* das ganze undeutliche Bild. (Die Figur ſtellet von allen dieſen Kreiſen nur die Durchmeſſer vor.)

Alle Formuln finden übrigens ihre Anwendung, die für das Sammlungsglas in dem Fall bewieſen ſind, wenn man den vierten Kegel ſenkrecht ſchneidet, deſſen Spitze *h* iſt: nur muß man die Brennweite des Glaſes, alſo auch α und q negativ annehmen. Alsdenn bleibt $r = \frac{aq}{\alpha} = c\pi$ poſitiv, und weil im 183. §. n. 4. der Zerſtreuungshalbmeſſer $\varrho = -\left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$ war, ſo wird hier $\varrho = \left(\frac{a}{\alpha} + 1\right) b$. Weil ferner $\varrho > r$ iſt, wie im 188. §. n. 6. ſo nimmt man $s = \varrho - r$, des ganzen undeutlichen Bildes Halbmeſſer iſt $R = \varrho + r$, und des Halbſchattenringes Breite $R - s = 2r$. Die Erleuchtung des falſchen Bildes iſt $Y = \frac{M}{\pi \varrho^2}$.

187. §.

Bey Vergleichung des Glanzes zwoer Lichtflammen, oder andrer leuchtender Körper, wie dazu im

179. §. die allgemeine Anleitung iſt gegeben worden, kann man das Licht durch ein Sammlungsglas fallen laſſen: alsdenn iſt die Erleuchtung des deutlichen Bildes $I = \frac{S \cdot b^2}{\alpha^2}$. (138. §.) Wenn alſo s, c, β für eine andre Linſe und einen andern leuchtenden Körper eben das ſind, was S, b, α, bezeichnen; ſo iſt die Erleuchtung des deutlichen Bildes dieſer andern Linſe $i = \frac{s \cdot c^2}{\beta^2}$. Man richte den Verſuch ſo ein, daß $I = i$ werde, ſo hat man $\frac{Sb^2}{\alpha^2} = \frac{sc^2}{\beta^2}$, alſo $S : s = \frac{c^2}{\beta^2} : \frac{b^2}{\alpha^2}$.

Man kann beyden Gläſern einerley Oefnung geben, ſo iſt $b = \beta$, und $S : s = \frac{1}{\beta^2} : \frac{1}{\alpha^2} = \alpha^2 : \beta^2$. Des erſten Glaſes Brennweite ſey f, die Entfernung des leuchtenden Objects vom Glaſe $= \delta$, auch bezeichne man für das zweyte Glas eben dieſe Gröſſen mit φ, Δ; ſo iſt $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$, $\beta = \frac{\Delta\varphi}{\Delta - \varphi}$, alſo $S : s = \frac{\delta^2 \cdot f^2}{(\delta - f)^2} : \frac{\Delta^2 \cdot \varphi^2}{(\Delta - \varphi)^2}$, und wenn beyde Brennweiten gleich ſind, $S : s = \frac{\delta^2}{(\delta - f)^2} : \frac{\Delta^2}{(\Delta - f)^2}$.

188. §.

Man ſetze ein Paar ebene Flächen AB, BC, unter einem ſtumpfen Winkel bey B zuſammen, wozu ein 107 Fig.

 Stück

Stück Pappe dienen kann, wenn man es ſo bricht, daß B den Falz vorſtellet: in dieſe Pappe ſchneide man bey F, G, ein Paar gleich groſſe kreisrunde Löcher von 3 bis 4 Linien im Durchmeſſer, bedecke ſie mit weiſſem Papier, oder mit mattgeſchliffenen Glaſe, und ſtelle die Kerzen oder Lampen in L und *l* hinter AB und BC auf der erhabenen Seite des Winkels ABC. Weil aber die eine Lichtflamme nur nach F, die andre nur nach G hinſcheinen ſoll, ſo bringe man einen Schirm, wie BE vorſtellet, dazwiſchen. Die Farbe der Pappe, oder was man ſonſt wählt, muß die ſchwarze ſeyn, um nicht allein alle Zurückwerfungen des Lichts möglichſt zu vermeiden, ſondern auch um deßwillen, damit ſich die erleuchteten Papierſcheiben deſto beſſer unterſcheiden, die der Durchſchnittslinie beyder Ebenen bey B nahe ſeyn müſſen, damit man beyde mit einem Blick bequem überſehen könne. Das Auge ſiehet auf ſolche Art das durchs Papier oder matte Glas durchſcheinende Licht, weßwegen auch wohl das Papier in feines Oel getränkt wird, damit es durchſichtiger werde. Man muß dabey vorausſetzen, daß beyde Papierſcheiben, oder beyde Stücken Glas, das Licht gleich ſtark durchlaſſen, und ſelbige um deßwillen mit Vorſicht von gleicher Beſchaffenheit wählen. Dies iſt eine Einrichtung zu dergleichen Verſuchen, wie ſie H. **Bouguer** gebraucht hat: ſonſt laſſen ſich vielleicht ſicherer die Verſuche auch ſo anſtellen, daß man die von den Lichtflammen erleuchteten Flächen grade zu anſiehet, wie Herr **Lambert** bey den Verſuchen alles veranſtaltet hat, wovon im 173. §. ſchon Nachricht gegeben iſt. Uebrigens kann man von den Lichtflammen L und *l* das Licht grade zu auf AB und BC fallen laſ-

ſen,

ſen, wenn man nach Anleitung des 177. §. die Verſuche anſtellen will: oder man läßt das von jeder Lichtflamme in L und *l* kommende Licht bey D und K durch ein Sammlungsglas fallen.

Die eine Entfernung GK, welche gröſſer als die Brennweite des Glaſes K ſeyn muß, kann man willkührlich nehmen, und *l* ſoweit entfernen, bis auf BC das deutliche Bild fällt. Wenn nun L ſtärker als *l* glänzt, und anfangs FL ohngefehr = G*l* angenommen, D aber ſoweit von AB entfernt iſt, daß das Bild der Flamme L ſich deutlich darſtellet; ſo wird es heller ſeyn, als das Bild der Flamme *l*. Demnach muß man L näher nach AB rücken, zugleich aber das Glas D von AB weiter entfernen, damit das deutliche Bild ſich in einen gröſſern Raum ausbreite, und ſolchergeſtalt die Erleuchtung abnehme, bis beyde Bilder gleich helle erſcheinen.

189. §.

Bey eben dem Gebrauch der Sammlungsgläſer 107
kann man den Verſuch ſo anſtellen, daß die Entfer- Fig.
nungen FL, G*l*, willkührlich, alſo auch gleich groß, imgleichen die Entfernung GK ebenfalls willkührlich angenommen wird: alsdenn wird nur erfodert, das Glas D allein zu verrücken, um in F und G eine gleiche Erleuchtung zuwege zu bringen. Nimmt man alsdenn FD, GK, ſo groß an, daß die falſchen Bilder auf AB, BC, Schnitte des vierten von den im 182. §. betrachteten Lichtkegeln werden, und bezeichnet die auf D und K fallenden Lichtmengen mit M, *m*, die Zerſtreuungshalbmeſſer mit R, ϱ, ſo ſind die Erleuchtungen $\frac{M}{\pi R^2}$, $\frac{m}{\pi \varrho^2}$.

 Anfangs

Anfangs ſey $FL = Gl$, und $FD = GK$ genommen, ſo iſt OP ſtärker als QR erleuchtet, wenn L ſtärker als l glänzt: alſo kann man es durch Verrückung des Glaſes D dahin bringen, daß beyde Erleuchtungen gleich werden. Sind alsdenn L und l Lichtflammen, ſo iſt dem 177. §. gemäß die Erleuchtung, welche die Vorderfläche des Glaſes D von L empfängt, $= \frac{E^2 . S}{4\pi . DL^2}$, alſo $M = \frac{E^2 . S . b^2}{4 DL^2}$, und aus eben dem Grunde $m = \frac{e^2 . s . c^2}{4 Kl^2}$. Dieſe Werthe in die Gleichung $\frac{M}{\pi R^2} = \frac{m}{\pi \varrho^2}$ geſetzt, geben $\frac{E^2 . S . b^2}{R^2 . DL^2} = \frac{e^2 . s . c^2}{\varrho^2 . Kl^2}$, alſo $E^2 . S : e^2 . s = \frac{c^2}{\varrho^2 . Kl^2} : \frac{b^2}{R^2 . DL^2}$. Ferner iſt $R = \left(\frac{a}{\alpha} - 1\right) b$ (183. §. n. 4.) $= \frac{a - \alpha}{\alpha} b = \frac{FM}{DM} . b$, alſo $\varrho = \frac{GN}{KN} . c$, und $E^2 . S : e^2 . s = \frac{KN^2}{GN^2 . Kl^2} : \frac{DM^2}{FM^2 . DL^2}$.

190. §.

Wenn die Gläſer gleiche Brennweiten haben, ſo ſind auch die Vereinigungsweiten KN, DM, beynahe gleich groß, wofern nur DL, Kl, in Vergleichung mit der Brennweite etwas groß und dabey einander nicht ſehr ungleich ſind; alſo kann man beynahe

nahe $E^2 . S : e^2 . s = \frac{1}{GN^2 . Kl^2} : \frac{1}{FM^2 . DL^2}$ annehmen, oder $E^2 . S : e^2 . s = FM^2 . DL^2 : GN^2 . Kl^2$. Nach dieſer Regel verfährt H. Bouguer a. a. O. 10 u. 9 S. Richtiger iſt es, wenn man DM, KN, durch die Brennweite der Gläſer ausdrückt, da dann, wann dieſe für beyde $= f$ iſt, DM $= \frac{DL . f}{DL - f}$, $KN = \frac{Kl . f}{Kl - f}$ geſetzt werden muß, und man erhält $E^2 . S : e^2 . s = \frac{1}{GN^2 (Kl - f)^2} : \frac{1}{FM^2 (DL - f)^2}$, oder $E^2 . S : e^2 . s = FM^2 (DL - f)^2 : GN^2 (Kl - f)^2$. Man findet alſo, wie H. Bouguer a. a. O. L. I. Sect. I. Art. VIII. pag. 40 richtig erinnert, auf dieſe Art das Verhältniß der Lichtmengen, welche die Lichtflammen nach allen Seiten umherſtrahlen, nicht das Verhältniß des Glanzes beyder Flammen. Letzteres wäre $S : s = \frac{FM^2 (DL - f)^2}{E^2} : \frac{GN^2 (Kl - f)^2}{e^2}$. Beym Verſuch ſelbſt wählt man Linſen ſoviel möglich aus einerley Glasart, und mit völlig gleichen Abmeſſungen, damit nicht zu fürchten ſey, daß die verſchiedene Undurchſichtigkeit der Gläſer das Reſultat des Verſuchs unſicher mache.

Die Proportion $E^2 . S : e^2 . s = \frac{c^2}{\varrho^2 . Kl^2} : \frac{b^2}{R^2 . DL^2}$, wenn die Oefnungen beyder Gläſer gleich ſind, giebt $E^2 . S : e^2 . s = R^2 . DL^2 : \varrho^2 Kl^2$.

 Wenn

Wenn L und l nur leuchtende Puncte wären, ſo wäre im 179. §. des projicirten Bildes Halbmeſſer $r = \frac{a \cdot q}{\alpha} = 0$, weil $q = 0$ wäre, alſo des falſchen Bildes Halbmeſſer $s = \varrho =$ dem Zerſtreuungshalbmeſſer. Auch wäre des ganzen undeutlichen Bildes Halbmeſſer $\varrho + r = \varrho$. Den Durchmeſſer des undeutlichen Bildes kann man meſſen: wenn alſo r in Vergleichung mit ϱ nur klein iſt, ſo kann man für ϱ und R die halben Durchmeſſer der undeutlichen Bilder ſetzen, und jene Proportion bey den Verſuchen brauchen.

191. §.

108 Fig. Herr Bouguer bedient ſich hiebey unter andern auch eines ſehr einfachen Inſtruments unter dem Nahmen eines Lichtmeſſers. Es beſtehet aus zweyen inwendig ſchwarz gemachten Röhren AB, CD, in jede davon iſt bey A und C eine Glaslinſe ſo befeſtiget, daß ſie ſelbige gleichſam wie ein Deckel verſchließt, am andern Ende bey B, D, iſt jede mit einem Deckel verſchloſſen, worin ſich ein kreisrundes Loch von etwa 3 bis 4 Linien im Durchmeſſer befindet, das mit einem Stückchen von feinem weiſſen Papier, oder mattgeſchliffenen Glaſe bedeckt iſt. Jede von beyden Röhren kann man alsdenn gegen ein eigenes leuchtendes oder erleuchtetes Object richten, damit das deutliche Bild davon auf das weiſſe Papier, oder das matte Glas bey B und D falle. Am beſten wird alſo jede von beyden Röhren aus zweyen in einander geſchobenen Stücken zuſammen geſetzt, damit man ſie verlängern und verkürzen kann, um jedesmahl ein

Paar deutliche Bilder zu haben. Durch Bedeckung eines Theils der Oefnung des einen dem Object zugekehrten Glaſes kann man es ferner dahin bringen, daß beyde Bilder gleich helle werden, und findet ſo das Verhältniß des Glanzes beyder Objecte $S : s = \frac{c^2}{\beta^2} : \frac{b^2}{\alpha^2}$. (191. §.) Man wählt wegen der im vor. §. ſchon angeführten Gründe einander ſoviel möglich gleiche und ähnliche Glaslinſen, die alſo gleiche Brennweiten haben. Wenn alsdenn die Objecte weit entlegen ſind, ſo iſt beynahe $\beta^2 = \alpha^2$, und $S : s = c^2 : b^2$.

192. §.

Dieſer Lichtmeſſer wird noch einfacher, wenn man beyde Röhren bey FG vermittelſt eines Gewindes zuſammenſetzt, damit man jede davon gegen ein gefälliges Object richten kann. Nur eine dieſer Röhren AC wird ſo eingerichtet, daß man ſie nach Gefallen länger als die andre machen kann. Bey C und D ſind die runden mit weiſſen Papier oder matten Glaſe bedeckten Löcher: die Glaslinſen bleiben weg, und ſtatt derſelben ſind in der Mitte der Deckel bey A, B, kreisförmige Oefnungen von gleicher Gröſſe, etwa von 1 Zoll im Durchmeſſer. Man richte die Röhre DB grade gegen dasjenige Object, welches den ſchwächſten Glanz hat, und CA gegen dasjenige, welches am ſtärkſten glänzt. Wenn alsdenn, wie hier angenommen werden muß, beyde Objecte eine ſo groſſe ſcheinbare Ausdehnung haben, daß das Auge aus den Stellen C oder D keines von beyden durch die Oefnungen bey A oder C überſehen könnte, ſo wird C ſtärker als D erleuchtet ſeyn, wenn beyde

109 Fig.

Röhren gleich lang ſind. Um alſo die Erleuchtung in C zu vermindern, verlängere man die Röhre CA, bis C und D gleich helle werden: alsdenn iſt das Verhältniß des Glanzes beyder Objecte einerley mit dem Verhältniß der Quadrate der Länge beyder Röhren.

110 Fig. Es ſey nemlich HL ein Schnitt durch die Axe der Röhre, und AC ſey dieſe Axe, AL der Halbmeſſer der vordern Oefnung: ſo iſt ACL der ſcheinbare Halbmeſſer des Objects, ſoweit es aus C überſehen werden kann. Wenn alſo S der Glanz des Objects iſt, ſo fällt auf C die ſenkrechte Erleuchtung S ſin ACL². Man ſetze $AC = a$, $AL = b$, ſo iſt dieſe Erleuchtung $= \frac{S \cdot b^2}{a^2 + b^2}$. Für das andre Object ſey s, α, β, was hier S, a, b, ſind, ſo fällt auf D die Erleuchtung $= \frac{s \cdot \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2}$, und wenn beyde Erleuchtungen gleich ſind, hat man $\frac{S : b^2}{\alpha^2 + b^2} = \frac{s \cdot \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2}$. Weil überdem $b = \beta$ angenommen iſt, ſo erhält man $S : s = a^2 + b^2 : \alpha^2 + \beta^2$ beynahe $= a^2 : \alpha^2$.

193. §.

In ſolchen Fällen, wenn der Glanz des einen Objects den Glanz des andern ſehr vielmahl übertrift, kann man auch ein Zerſtreuungsglas auf ähnliche Art, wie im 189. §. das Sammlungsglas brauchen, um die durchfallende mit einer weiſſen Fläche ſenk-

recht aufgefangene Erleuchtung zu ſchwächen. Man weiß aus dem 188. §, daß die Erleuchtung des falſchen Bildes $= \frac{M}{\pi \varrho^2}$ gefunden werde, wenn M die auf das Glas fallende Lichtmenge und ϱ den Zerſtreuungshalbmeſſer bezeichnet. Beym Verſuch kann man zwar nicht eigentlich ϱ, ſtatt deſſen aber R als den Halbmeſſer des ganzen undeutlichen Bildes meſſen. Wenn aber die Entfernung dieſes undeutlichen Bildes ſowohl, als auch die Entfernung des leuchtenden Objects vom Glaſe gemeſſen, und die Brennweite des Glaſes bekannt iſt; ſo kann man R, ϱ und r durch Rechnung finden. Hiernächſt muß die Lichtmenge M gehörig ausgedrückt werden, die vom Glanz des leuchtenden Objects abhängt; ſo kann man nach der im 177. §. gegebenen allgemeinen Anleitung dieſen Glanz mit dem Glanz eines andern leuchtenden Objects vergleichen, wenn man alles ſo einrichtet, daß entweder eine und eben dieſelbe weiſſe Fläche, oder auch ein Paar gleich weiſſe unpolirte Flächen, von beyden Objecten eine gleiche Erleuchtung empfangen: da dann die von dem andern Object herrührende Erleuchtung ebenfalls gehörig geſucht werden muß.

194. §.

Herr **Bouguer** hat auf dieſe Art den Glanz der Sonne mit dem Glanz einer Kerze, den Glanz dieſer Kerze wieder mit dem Glanz oder der Klarheit des Mondes, und ſolchergeſtalt auch den Glanz der Sonne mit der Klahrheit des Mondes verglichen. Am 22ſten September im Jahr 1725 als die Sonne 31° hoch über dem Horizont war, ließ

er

er ihr Licht durch eine kreisrunde Oefnung von 1 Linie im Durchmeſſer, worin er ein Zerſtreuungsglaß geſetzt hatte, in ein finſteres Zimmer fallen. In einer Entfernung von 5 bis 6 Fuß vom Glaſe fing er das durchfallende Licht auf, da es ſich in einen Kreis von 108 Linien im Durchmeſſer ausgebreitet hatte, den Herr Bouguer mit dem Zerſtreungsdurchmeſſer $2r$ für einerley annimmt, weil hier r in Vergleichung mit ϱ nur klein iſt. Setzt man den ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne $= \alpha$, den Halbmeſſer der Oefnung des Glaſes $= b$, ſo iſt M $= \pi b^2 \mathrm{S} \sin \alpha^2$, und die Erleuchtung der Fläche, die das Licht auffing, $= \frac{b^2 \mathrm{S} \sin \alpha^2}{\mathrm{R}^2}$. In einer Entfernung $d = 16$ Zoll ward dieſelbe Ebene von einer Kerze eben ſo ſtark ſenkrecht erleuchtet, und wenn ihr Glanz $= s$, ein Schnitt durch ihre mit der erleuchteten Ebene parallele Axe $= \mathrm{E}^2$ geſetzt wird; ſo war dieſe Erleuchtung $= \frac{\mathrm{E}^2 \cdot s}{\pi d^2}$, wenn man die Flamme als eine leuchtende Fläche betrachten will. Sie kann hier aber auch als ein durchſichtiger leuchtender Körper betrachtet, ihr Inhalt $= \mathrm{E}^3$ geſetzt, und die Erleuchtung nach dem 10. und 11. §. $= \frac{\mathrm{E}^3 \cdot s}{4\pi d^2}$ angenommen werden. Beydes leitet hier um deßwillen auf einerley Reſultat, weil es nur auf das Verhältniß der ſenkrechten Erleuchtungen ankommt, die von einerley Flamme in verſchiedenen Entfernungen auf eine weiſſe Fläche fällt. Vermöge des Verſuchs war alſo $\frac{b^2 \mathrm{S} \sin \alpha^2}{\mathrm{R}^2}$

=

$= \frac{E^3 . s}{4\pi d^2}$. In der darauf folgenden Nacht, als der Vollmond gleichfalls die Höhe von $31°$ erreicht hatte, ließ er das Mondenlicht durch eben das Zerſtreuungsglas fallen, und fieng es mit derſelben weiſſen Fläche ſo nahe beym Glaſe auf, daß es nur einen kreisförmigen Raum von 8 Linien im Durchmeſſer einnahm. Dieſes Kreiſes Halbmeſſer ſey ϱ ſo war $\varrho = 4$ Linien: und wenn der Glanz des Monds $= \Sigma$, ſein ſcheinbarer Halbmeſſer $= \beta$ geſetzt wird, ſo war die Erleuchtung $= \frac{b^2 \Sigma \sin \beta^2}{\varrho^2}$. Zugleich ward dieſelbe Ebene von der vorhin gebrauchten Kerze in einer Entfernung $\delta = 50$ Fuß $= 600$ Zoll eben ſo ſtark erleuchtet: mithin war auch $\frac{b^2 \Sigma \sin \beta^2}{\varrho^2} = \frac{E^3 . s}{4\pi \delta^2}$. Demnach hat man

$$S : s = \frac{E^3}{4\pi d^2} : \frac{b^2 \sin \alpha^2}{R^2},$$

$$s : \Sigma = \frac{b^2 \sin \beta^2}{\varrho^2} : \frac{E^3}{4\pi \delta^2},$$

alſo ferner $S : \Sigma = \frac{\sin \beta^2}{\varrho^2 d^2} : \frac{\sin \alpha^2}{R^2 \delta^2}$.

Die ſcheinbaren Halbmeſſer der Sonne und des Monds ſind nur wenig verſchieden, und weil bey dieſer Rechnung nicht die gröſte Schärfe nöthig iſt, ſo kann man ſie gleich groß annehmen, und man erhält $S : \Sigma = R^2 . \delta^2 : \varrho^2 d^2$.

Ver-

Vermöge des Verſuchs war alſo $S : \Sigma = 54^2 : 600^2 : 4^2 . 16^2 = 27^2 . 75^2 : 4^2 = 4100625 : 16$, oder $S : \Sigma = 256289 : 1$.

Verſuche dieſer Art ſind ſo ſicher nicht, daß bey Wiederholung derſelben nicht ſollten merklich verſchiedene Zahlen gefunden werden. Als im Julius des Jahrs 1725 der Vollmond einfiel, fand Herr **Bouguer** $S = 284089 . \Sigma$, und im Auguſt $S = 331776 . \Sigma$, noch einandermahl $S = 302500 . \Sigma$: er ſchließt daraus, man könne als eine Mittelzahl annehmen, der Glanz der Sonne ſey 300000mahl gröſſer, als die Klahrheit des Vollmonds. Man kann nur die mittlere **Klarheit** des Mondes verſtehen, weil er wegen der Flecken keine gleichförmige Klarheit hat.

195. §.

Bey den meiſten Perſonen hat das Auge die Einrichtung, welche bey mittelmäßiger Entfernung der betrachteten Sachen zum deutlichen Sehen erfodert wird: deßwegen müſſen ſolche die ſehr weit entfernt ſind, wie die Gegenſtände, vom geſtirnten Himmel, undeutlich geſehen werden. Was dies für einen Erfolg haben muß, läßt ſich aus demjenigen einigermaſſen beurtheilen, was bisher vom undeutlichen Bilde der Glaslinſen iſt vorgetragen
95 Fig. worden. Demnach ſtelle in der 95 Figur *uv* oder *il* die Netzhaut im Auge vor, ſo iſt $\omega\sigma$ oder $\Theta\Delta$ das auf die Netzhaut projicirte deutliche Bild, deſſen Halbmeſſer als ein kleiner Kreisbogen angeſehen werden kann, wenn des geſehenen Gegenſtandes ſcheinbarer Halbmeſſer ein Winkel von wenigen Minuten

nuten iſt. Bey Anwendung dieſer Lehren auf das undeutliche Sehen iſt es am bequemſten, wenn man ſowohl dieſen Halbmeſſer des projicirten undeutlichen Bildes, als auch die übrigen bisher betrachteten Halbmeſſer des Zerſtreuungskreiſes, des falſchen Bildes und des ganzen undeutlichen Bildes als kleine Kreisbogen betrachtet, die zum Halbmeſſer K*c* = *a* gehören, und ſelbige alsdenn in Minuten und Secunden ausdrückt. So verfährt H. Jurin in ſeiner oben (148. §.) ſchon angeführten Abhandlung von deutlichen und undeutlichen Sehen. Was bisher *r* geheiſſen hat, iſt ſolchergeſtalt ein kleiner Bogen, der mit dem Halbmeſſer des deutlichen Bildes eben ſo ausgedrückt einerley Zahl von Minuten und Secunden faſſet: darum nennt H. Jurin dies *r* ſchlechthin das wahre Bild. Weil wir die Gröſſe einer Sache aus der Gröſſe des optiſchen Winkels POQ am Auge beurtheilen, und der Winkel *poq* dieſem proportional iſt; ſo rechtfertiget ſich daher jener Redegebrauch. Sollte vielleicht die ſcheinbare Gröſſe einer undeutlich geſehenen Sache allein von der Gröſſe des erleuchteten Theils der Netzhaut abhängen, ſo ſcheint es, daß man annehmen könne, die ſcheinbare Gröſſe ſey dem Halbmeſſer des ganzen undeutlichen Bildes proportional. Wenn man ſich nemlich vorſtellt, daß die Strahlen, welche ſich in *q* ſammlen ſollten, in dem Raum eines Zerſtreuungskreiſes ausgebreitet ſind, deſſen Halbmeſſer *qr* iſt; ſo würde *p*O*r* der zum undeutlichen Bilde gehörige optiſche Winkel ſeyn.

101 Fig.

196. §.

Beym undeutlichen Sehen wird das Auge vom gleichförmig erleuchteten Kern des undeutlichen Bildes auf der Netzhaut, der eigentlich das falſche Bild ausmacht, eben ſo gerührt, als wenn das Auge ſonſt ein gleichförmig glänzendes Object von einem ſcheinbaren Durchmeſſer ſo groß, als der Durchmeſſer des falſchen Bildes in Minuten und Secunden ausgedrückt, deutlich ſiehet: von dem Halbſchattenringe aber eben ſo, als wenn jenes Object noch mit einem Ringe umgeben wäre, deſſen Glanz gegen den äuſſern Umfang zu abnähme. Wenn alſo gleich das Object wirklich einen gleichförmigen Glanz hat, ſo muß es doch ſo ſcheinen, als wäre nur ein Theil deſſelben um die Mitte herum gleichförmig glänzend mit ſcheinbar abnehmenden Glanz gegen den äuſſern Umfang zu. Wenn alſo die beyden Halbmeſſer r und ϱ in Minuten und Secunden ausgedrückt ſind, ſo wird dieſen Schlüſſen gemäß $r + \varrho$ der ſcheinbare Halbmeſſer des Objects zu ſeyn ſcheinen, das eigentlich unter dem ſcheinbaren Halbmeſſer r geſehen wird. Weil jedoch der Halbſchattenring ganz nahe bey ſeinem äuſſern Umfange nur ſchwach erleuchtet iſt; ſo kann es ſeyn, daß er daſelbſt nicht empfindlich genug bleibt, und daß das Object unter einem ſcheinbaren Halbmeſſer geſehen wird, der nicht völlig $= r + \varrho$ iſt.

Hat das Object einen ſehr ſtarken Glanz, ſo iſt der Halbſchatten in der Nähe ſeines äuſſern Randes ſtärker erleuchtet, als wenn der Glanz des Objects ſchwächer wäre. Zwey ungleich ſtark glänzende Objecte, die ſo weit entfernt ſind, daß ſie beym deutli-

chen

chen Sehen einen gleichen ſcheinbaren Halbmeſſer hätten, würden alſo beym undeutlichen Sehen, wofern alles übrige gleich bliebe, ungleich groß, das ſtärker glänzende gröſſer als das ſchwächer glänzende zu ſeyn ſcheinen. Weil aber die Gröſſe des Zerſtreuungshalbmeſſers in einerley Entfernung von der Kryſtallinſe dem Halbmeſſer der Oefnung des Sterns im Auge proportional iſt: weil ferner dieſe Oefnung des Sterns beym ſtärker erleuchteten Bilde kleiner, bey ſchwächerer Erleuchtung deſſelben gröſſer iſt: ſo erhellet, daß bey gleicher Entfernung gleich groſſer und ungleich ſtark glänzender Objecte der undeutlich geſehene Halbmeſſer des ſtärker glänzenden Objects um deßwillen kleiner ſey als der Halbmeſſer des ſchwächer glänzenden, weil der ſtärkere Glanz die Oefnung des Sterns im Auge und damit zugleich den Zerſtreuungshalbmeſſer vermindert.

197. §.

H. Jurin, a. a. O. n. 20. muthmaſſet, daß bey Augen, die man für gut hält, der Zerſtreuungshalbmeſſer 2 Minuten betrage, wenn ſie Gegenſtände am geſtirnten Himmel betrachten. Hätte dies ſeine Richtigkeit, ſo würde der undeutlich geſehene ſcheinbare Durchmeſſer des Vollmonds 36 Minuten, der ſcheinbare Durchmeſſer des gleichförmig glänzenden Kerns 28′ betragen, wenn ſein deutlich geſehener ſcheinbarer Durchmeſſer 32′ ausmacht. Allein der Mond zeigt die dieſer Vorausſetzung gemäſſe Erſcheinung nicht, der Rand erſcheint nicht ſchwächer erleuchtet, als die übrigen Stellen näher beym Mittelpunct. Die Urſache könnte wohl vornemlich dieſe ſeyn, weil wegen der ſchon ziemlich

ſtarken Erleuchtung, die der Vollmond ins Auge ſchickt, der Stern im Auge bey Betrachtung deſſelben nur eine kleine Oefnung, und eben darum der Zerſtreuungshalbmeſſer keine beträchtliche Gröſſe hat. Bey Betrachtung eines Planeten, oder eines Fixſterns, hat der Stern im Auge gewiß weit mehr Oefnung, und der Zerſtreuungshalbmeſſer könnte bey Betrachtung eines Fixſterns zwey Minuten betragen, wenn er vielleicht bey Betrachtung des Mondes nicht über $\frac{2}{3}$ einer Minute ausmacht. Sehr kurzſichtigen Perſonen ſcheint indeſſen der Vollmond merklich gröſſer, als ſolchen, die ſcharf und deutlich in die Ferne ſehen, und es leidet wohl keinen Zweifel, daß ſich ihnen nicht ohngefehr eine ſolche Erſcheinung darſtelle, wie dieſen Schlüſſen gemäß iſt.

198. §.

Der ſcheinbare Durchmeſſer, unter welchem ein Fixſtern deutlich würde geſehen werden, iſt ſo ſehr klein, daß er für keinen derſelben eine Secunde beträgt: alſo iſt bey Betrachtung eines Fixſterns der Halbmeſſer des ganzen undeutlichen Bildes $R = \varrho + r$ vom Zerſtreuungshalbmeſſer nicht merklich verſchieden: dieſerwegen müſten alle Fixſterne gleich groß erſcheinen, wenn ihre ſcheinbare Gröſſe allein von der Gröſſe des undeutlichen Bildes auf der Netzhaut abhienge. Es iſt aber eine ſehr bekannte Sache, daß die Fixſterne eben wegen ihrer ſehr merklich verſchiedenen ſcheinbaren Gröſſe von den ältern Aſtronomen ſchon in ſechs bis ſieben Claſſen nach der Ordnung ihrer ſcheinbaren Gröſſe ſind eingetheilt worden: alſo muß beym undeutlichen Sehen noch ein andrer Umſtand

ſtand hinzu kommen, woraus ſich dieſe Verſchiedenheit erklären läßt. Vielleicht kommt man der Sache näher, wenn man mit H. Lambert (Photomet. Part. VI. Cap. II. §. 1117 ſqq. pag. 495 ſqq.) annimmt, das undeutliche Bild auf der Netzhaut ſey zwar für alle Fixſterne gleich groß, und dem Zerſtreuungskreiſe gleich, es ſey aber nicht für alle in ſeinem ganzen Umfange empfindlich. Für verſchiedene Fixſterne könnte wohl, wegen der Verſchiedenheit ihres Glanzes, und der verſchiedenen Lebhaftigkeit, womit das von ihnen ins Auge geſchickte Licht die Netzhaut und ihre Fibern rührt, das empfindliche Bild verſchieden ſeyn, wenn gleich das erleuchtete Bild für alle gleich groß wäre. Diejenigen Fibern und Nervenfäſerchen der Netzhaut, welche das erleuchtete Bild zunächſt umgeben, werden vielleicht wegen ihrer Verbindung unter einander mit gereizt, und dadurch die Empfindung einer mehrern Gröſſe des betrachteten Objects veranlaſſet, als dem erleuchteten Bilde allein gemäß wäre. Beym lebhaftern Licht könnte alſo wohl der Umfang des empfindlichen Bildes gröſſer ſeyn, als beym ſchwächern Licht, wenn letzteres die Fibern der Netzhaut nicht ſo lebhaft rührt.

Der XII. Abſchnitt.

Die Geſetze der Schwächung des Lichts in durchſichtigen Maſſen mit einigen Anwendungen beſonders auf die Atmoſphäre.

199. §.

141 Fig. Ein Sonnenſtrahl AB, der im finſtern Zimmer mit einer ebenen Glastafel RPQS aufgefangen wird, ſtellet folgende Erſcheinungen dar. Wenn derſelbe in B auffällt, ſo wird ein Theil der geſammten Lichtmenge, die den Strahl AB ausmacht, von der Vorderfläche PQ ſpiegelartig zurück geworfen, auch iſt die Stelle B, wo der Strahl auffällt, von welcher Seite man ihn auch betrachtet, zu ſehen, alſo wird auſſer dem ſpiegelartig zurück gehenden Licht noch etwas nach allen Seiten zerſtreuet. Der auſſerdem noch übrige Theil wird in die Lage BC gebrochen, der Raum BC, durch welchen das Licht im Glaſe hindurch gehet, iſt wiederum von allen Seiten zu ſehen, und bey C erfolgt nicht allein die zweyte Brechung, ſondern auch überdem zum Theil eine ſpiegelartige Zurückſtrahlung nach CD. Das auf D fallende Licht wird von neuen zum Theil in D*d* gebrochen, zum Theil nach DE zurück geworfen; was auf E fällt, leidet eine neue Brechung in E*e*, und ein Theil davon ſtrahlt nach EF zurück. Auch dieſer auf F fallende Theil wird nach F*f* gebrochen, ein andrer Theil ſtrahlt nach FG zurück, leidet bey G eine neue Brechung in G*g*, jedoch ſo, daß abermahl ein Theil

nach GH zurück ſtrahlet. Die Stellen B, C, D, E, F, G, H, I, u. ſ. f. ſind ſehr kenntlich, und wenn RPQS eine etwas dicke Glastafel iſt, ſo iſt der gebrochene Weg BCDEFGHI des Lichts im Glaſe ganz wohl wahrzunehmen. Fängt man die Strahlen, welche zu beyden Seiten aus der Glastafel in die Luft fahren, mit einem weiſſen Papier auf, ſo zeigen ſich auf demſelben eben ſoviele kleine Sonnenbilder. Das erſte, welches von dem zurück geworfenen Strahl B*b* herrührt, iſt ſchwächer, als dasjenige, welches der zum zweytenmahl gebrochene Strahl C*c* aufs Papier wirft. Die folgenden Bilder, welche die aus dem Glaſe in die Luft gehenden Strahlen D*d*, E*e*, F*f*, G*g*, H*h*, I*i*, zuwege bringen, werden nach der Ordnung immer ſchwächer, bis endlich das zehnte oder zwölfte Bild kaum merklich bleibt. Wird der Einfallswinkel PBA vergröſſert, ſo rücken dieſe Sonnenbilder näher zuſammen, und verlieren ſich deſto früher in einander, je geringer die Dicke der Glastafel, und je gröſſer die Oefnung iſt, durch welche das Sonnenlicht einfällt.

200. §.

In dem Verſtande iſt keine Maſſe in der Natur durchſichtig, daß ſie alles auffallende Licht durchlieſſe, und gar nichts entweder ſpiegelartig zurück würfe, oder doch ſchon an der Stelle, wo es auffällt, etwas nach allen Seiten zerſtreuete. Die mehrere oder mindere Durchſichtigkeit hängt ab von der gröſſern oder geringern Menge des innerhalb der Maſſe, und an der zurückwerfenden und brechenden Fläche ſelbſt zerſtreueten Lichts. Eine vollkommen durchſichtige Maſſe wäre diejenige, welche gar kein Licht

zerſtreuete, und alles, was nicht ſpiegelartig zurück geworfen wird, durchlieſſe. In unvollkommen **durchſichtigen Maſſen** ſind die Theilchen, welche den Durchgang des auf ſie fallenden Lichts hindern, oder ſelbiges innerhalb der Maſſe zerſtreuen, entweder durch die ganze Maſſe gleichförmig, oder ungleichförmig vertheilt, und ſie kann im erſten Fall eine **gleichförmig durchſichtige**, im zweyten Fall eine **ungleichförmig durchſichtige** Maſſe heiſſen.

201. §.

112 Fig. Die Maſſe HFGI ſey gleichförmig durchſichtig, und zwiſchen den parallelen Ebenen FG, HI eingeſchloſſen; auch ſey eben dieſe Maſſe mit andern den äuſſern Gränzen FG, HI, parallelen Ebenen in ſoviele Schichten von gleicher Dicke, als man will, getheilt. Wenn alsdenn in B die Lichtmenge L ſenkrecht auffällt, ſo geht gleich anfangs theils wegen der ſpiegelartigen, theils wegen der nach allen Seiten erfolgenden Zurückſtrahlung ein Theil davon ab, und der übrige Theil dringt in die Maſſe hinein. Dieſe in die Maſſe wirklich hineinfallende Lichtmenge ſey $= \Lambda$, und dieſelbe vermindere ſich in dem Verhältniß $1 : m$, indem ſie um die Tiefe BC eindringt, ſo daß in C die Lichtmenge $m\Lambda$ anlangt. Wenn alsdenn $CD = BC$ iſt, ſo ſind wegen der gleichförmigen Durchſichtigkeit von C bis D eben die Urſachen der Zerſtreuung des Lichts vorhanden, die von B bis C vorhanden waren: alſo hat man Grund, wenigſtens bis auf weitere Prüfung anzunehmen, die in C angelangte Lichtmenge $m\Lambda$ vermindere ſich von C bis D wieder in dem Verhältniß $1 : m$, und die in D anlangende Licht-

menge

menge ſey $= m^2 \Lambda$. Man ſetze $BC = c$, ſo will dieſe Vorausſetzung ſoviel ſagen: wenn das Licht in der gleichförmig durchſichtigen Maſſe die Wege c, $2c$, $3c$, und überhaupt nc zurückgelegt hat, ſo habe ſich die anfänglich bey B einfallende Lichtmenge Λ in die Lichtmengen $m\Lambda$, $m^2\Lambda$, $m^3\Lambda$, und allgemein ausgedrückt in die Lichtmenge $m^n\Lambda$ verwandelt.

202. §.

Eine Gleichung zu finden, welche das Geſetz ausdrückt, in welchem Verhältniß das Licht vermindert wird, wenn es in einer gleichförmig durchſichtigen Maſſe einen gegebenen Weg zurück leget.

Aufl. Wenn der zurück gelegte Weg $= nc$ iſt, ſo iſt die noch übrige Lichtmenge $= m^n\Lambda$. (201. §.) Man ſetze $m^n\Lambda = Z$, und $1 : m = a : b$, ſo muß $b < a$ ſeyn, weil $m < 1$ iſt, und man hat $\frac{b^n}{a^n} \cdot \Lambda = Z$, mithin $\frac{\Lambda}{Z} = \frac{a^n}{b^n}$. Man nehme auf beyden Seiten die Logarithmen, ſo erhält man $l\frac{\Lambda}{Z} = n\, l\frac{a}{b}$. Ferner ſey $nc = x$, ſo iſt $n = \frac{x}{c}$, alſo $l\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}\, l\frac{a}{b}$, und man muß bemerken, daß den Schlüſſen des 201. §. gemäß das Verhältniß $a : b = 1 : m$ dasjenige ſey, in welchem das Licht abnimmt, wenn es in die Maſſe um die Tiefe c eindringt. Wenn

alſo vermittelſt eines Verſuchs dies Verhältniß $a : b$ für die bekannte Tiefe c gefunden iſt, ſo kann vermittelſt der Gleichung $l\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}\, l\frac{a}{b}$ das Verhältniß $\Lambda : Z$ für jede andre Tiefe x gefunden werden, wenn man die Zahl ſucht, die mit dem Logarithmen $\frac{x}{c}\, l\frac{a}{b}$ zuſammen gehört.

Eben dieſelbe Gleichung giebt umgekehrt den Weg $x = \frac{c \,.\, l(\Lambda : Z)}{l(a : b)}$, den das Licht in eben der Maſſe zurück legen muß, wenn es in jedem andern Verhältniſſe $\Lambda : Z$, das von $a : b$ verſchieden iſt, abnehmen ſoll.

203. §.

Will man die Durchſichtigkeit verſchiedener, jedoch für ſich gleichförmig durchſichtiger Maſſen mit einander vergleichen, ſo iſt es wohl am natürlichſten anzunehmen, eine Maſſe ſey nochmahl ſo durchſichtig, als eine andre, wenn bey gleicher Dicke das Verhältniß der Lichtverminderung, alſo der Logarithme dieſes Verhältniſſes für die erſte Maſſe nur halb ſo groß, als für die andre iſt. Ueberhaupt alſo würde ſich die Durchſichtigkeit **umgekehrt verhalten, wie der Logarithme des Verhältniſſes der Lichtverminderung bey gleicher Dicke.**

Wenn dagegen bey gleichem Verhältniß der Lichtverminderung die Dicke der einen Maſſe nochmahl ſo groß iſt, als die Dicke der andern, ſo iſt die erſte Maſſe nochmahl ſo durchſichtig, als die andre: denn

bey gleicher Dicke, alſo für die erſte Maſſe bey ihrer halben Dicke, wäre das Verhältniß der Lichtvermin- derung nur halb ſo groß, als für die andre. Dem- nach verhalten ſich die Durchſichtigkeiten zweyer Maſſen auch, wie die Tiefen, um welche das Licht bey einerley Verhältniß der Lichtverminderung in beyde eindringt.

204. §.

Weil es gleichgültig iſt, aus welchem Syſtem man die Logarithmen nehmen will, wenn vermittelſt der Gleichung $l\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c} l \frac{a}{b}$ das Verhältniß der Lichtverminderung gefunden werden ſoll; ſo könnte man die Briggiſchen, als die bekannteſten brauchen. Wenn alsdem c diejenige Tiefe iſt, um welche das Licht in die Maſſe eindringen muß, wenn es im Ver- hältniß 10 : 1 abnehmen ſoll; ſo muß $a : b = 10 : 1$ ſeyn, und es iſt log. Brigg. $\frac{a}{b}$ alsdenn $= 1$, mithin $c = \frac{x}{\text{l. Brigg.} (\Lambda : Z)}$. Kann man hiernächſt vermit- telſt eines Verſuchs finden, welche Tiefe x mit einem bekannten Verhältniß $\Lambda : Z$ zuſammen gehöre; ſo giebt die Gleichung $c = \frac{x}{\text{l. Brigg.} (\Lambda : Z)}$ die Tiefe, um welche das Licht in dieſelbe Maſſe, womit der Verſuch angeſtellet iſt, eindringen müſſe, wenn es in dem Verhältniß 10 : 1 abnehmen ſoll. Stellt man den Verſuch eben ſo für mehrere Maſſen an, ſo verhalten ſich die ſo gefundenen Tiefen, wie die Durchſichtigkeiten der Maſſen.

Bey ſehr durchſichtigen Maſſen iſt der Weg ſehr groß, den das Licht zurück legen muß, wenn es zehnmahl ſchwächer werden ſoll: deßwegen ſetzt man bequemer das Verhältniß $e : 1$ zum Grunde, wenn e die baſin der natürlichen Logarithmen bezeichnet: (M. ſ. den am Ende dieſes Buchs beygefügten Zuſatz) da dann $e : 1 = 2{,}71828 \ldots : 1$ beynahe $= 19 : 7$, oder auch ziemlich nahe $= 8 : 3$ iſt. Soll demnach c die Tiefe ſeyn, um welche das Licht eindringen muß, bevor es in dem Verhältniß $8 : 3$ geſchwächt iſt, ſo wird $\text{l. nat.}\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}$, und $c = \frac{x}{\text{l. nat.}(\Lambda : Z)}$, mithin auch $c = \frac{x}{2{,}302585 \; \text{l. Brigg.}(\Lambda : Z)} = \frac{0{,}4342944 \, . \, x}{\text{l. Brigg.}(\Lambda : Z)}$.

205. §.

Man findet beym Herrn Bouguer ſowohl, als auch beym Herrn Lambert, in ihren mehrmahls angeführten photometriſchen Werken, mehrere Methoden beſchrieben, wie man verfahren kann, um vermittelſt eines Verſuchs das Verhältniß der Lichtverminderung zu finden, welches mit einem bekannten in der Maſſe zurück gelegten Wege zuſammen gehört, wovon ich hier wegen der nöthigen Kürze nur einige Reſultate anführen kann. Sechs auf einander gelegte Stücken Spiegelglas, zuſammen $11\frac{1}{2}$ Linien dick, haben nach H. Bouguer das Licht in dem Verhältniß $10 : 3$, einandermahl in dem Verhältniß $100 : 27$ vermindert. Ein einziges ſolides Stück Glas, das eben die Dicke hätte, als jene zuſammen

ſammen genommen, aber nicht aus mehrern auf einander gelegten Plangläſern beſtünde, würde jedoch das Licht nicht in eben dem Verhältniß vermindern, wenn gleich die Glasmaſſe für ſich eben die Durchſichtigkeit hätte. H. Lambert hat über den Durchgang des Lichts durch ſolche auf einander gelegte Glastafeln ihm eigene ſcharfſinnige Unterſuchungen angeſtellet. (Photomet. P. II. Cap. II.) Nach einer Erfahrung, die H. Bouguer im Traité d' Optique Liv. I. Sect. II. Art. V. p. 60 anführt, hat derſelbe ein 3 Zoll dickes Stück Glas geſehen, welches das Licht kaum bis zur Hälfte verminderte. Wird alſo in der Gleichung $c = \frac{0{,}4342944 \cdot x}{\text{l. Brigg.}(\Lambda : Z)}$ das Verhältniß $\Lambda : Z = 2 : 1$, und $x = 3$ Zoll geſetzt, ſo findet man für dieſe Glasart $c = 4{,}318$ Zoll, ohngefehr $4\frac{1}{3}$ Zoll, als die Dicke des Glaſes, die es haben muß, um das Licht im Verhältniß 8 : 3 zu ſchwächen.

206. §.

Waſſer iſt ungemein viel durchſichtiger, als Glas. Um die Durchſichtigkeit des Meerwaſſers zu prüfen, bediente ſich Herr Bouguer eines 9 Fuß 7 Zoll langen Canals, deſſen äuſſerſte Enden mit einer Glasſcheibe verſchloſſen waren. Dadurch ließ er das Licht einer ziemlich weit entfernten Fackel zur Nachtzeit fallen, und fieng es mit einer weiſſen Fläche auf. Eine andre weiſſe Fläche war eben ſo ſtark erleuchtet, wenn er eine Wachskerze 9 Fuß weit davon entfernte. Nun füllte er den Canal mit Waſſer, ſo ward die Erleuchtung der erſten Fläche geſchwächt, und die Kerze muſte 16 Fuß weit von der andern

Fläche

Fläche entfernt werden, um ihre Erleuchtung eben ſo zu ſchwächen. Das giebt für das Verhältniß der Lichtverminderung $16^2 : 9^2$ beynahe 3 : 1. Ein Mittel aus mehrern Verſuchen gab 14 : 5, = 2, 8 : 1, und dies Verhältniß kommt dem Verhältniß $e : 1 = 2{,}71828 \ldots : 1$ ziemlich nahe. Indeſſen hält Hr. Bouguer dieſe Verſuche nicht für zuverläßig genug, und ſchreibt dem Meerwaſſer aus andern Gründen eine gröſſere Durchſichtigkeit zu, vermöge der es in der Tiefe von 10 Fuß das Licht nur im Verhältniß 5 : 3, vielleicht nur $5 : 3\frac{1}{2}$ vermindre. Noch an einer andern Stelle giebt es dies Verhältniß = 3 : 2 für 10 Fuß Tiefe an. Bleibt man bey dieſer Beſtimmung, ſo wird $c = \frac{4342944 \cdot 10}{1760913} = 24\frac{2}{3}$ Fuß für die Tiefe gefunden, womit das Verhältniß der Lichtverminderung 8 : 3 zuſammen gehört.

Im Glaſe ward das Licht ſchon in eben dem Verhältniß geſchwächt, wenn es in demſelben einen Weg von $4\frac{1}{3}$ Zoll oder $\frac{13}{36}$ Fuß zurücklegt: alſo iſt das Meerwaſſer, wenn anders jene Beſtimmungen nicht zu ſehr fehlerhaft ſind, $\frac{74 \cdot 36}{3 \cdot 13}$ oder $\frac{12}{13} \cdot 74 = 68$ mahl durchſichtiger, als die damit verglichene Glasart.

207. §.

Wenn in dem feſtgeſetzten Sinn die Durchſichtigkeit einer Maſſe bekannt iſt, ſo giebt die Gleichung l. nat. $\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}$ auch die Tiefe $x = c$.

log.

log. nat $\frac{\Lambda}{Z}$, um welche das Licht in die Maſſe eindringen muß, um eine Schwächung des Lichts im gegebenen Verhältniß $\Lambda : Z$ zuwege zu bringen. Man kann aber auch eben ſo bequem aus der allgemeinen Gleichung $l\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}\ l\frac{a}{b}$ rechnen, woraus wie im 202. §. ſchon bemerkt iſt, $x = \frac{c \,.\, l(\Lambda : Z)}{l(a : b)}$ gefunden wird. Alsdenn iſt es gleichgültig, was man für Logarithmen brauchen will, und man kann die Briggiſchen nehmen; nur muß für einen beſondern Fall bekannt ſeyn, welche Tiefe c mit einem bekannten Verhältniſſe $a : b$ zuſammen gehört.

Geſetzt die Frage wäre: **in welcher Tiefe des Meers der Glanz der Sonne der Klarheit des Mondes gleich zu ſeyn ſcheinen würde?** kann man vorausſetzen, der Glanz der Sonne ſey 300000mahl gröſſer als der Glanz des Mondes; (194. §.) ſo muß man die Tiefe x ſuchen, welche mit dem Verhältniß $\Lambda : Z = 300000 : 1$ zuſammen gehört. Bleibt es alsdenn bey der Vorausſetzung, daß die Tiefe $c = 10$ Fuß mit dem Verhältniß $a : b = 3 : 2$ zuſammen gehöre, ſo findet man $x = \frac{10 \,.\, 5{,}4771213}{0{,}1760913} = 311$ Fuß.

208. §.

Wofern das im 201. §. angenommene Geſetz der Schwächung des Lichts in durchſichtigen Maſſen,

ver-

vermöge deſſen das Licht in geometriſcher Progreßion abnimmt, wenn die Tiefe, um welche es eindringt, in arithmetiſcher Progreſſion wächſt, der Natur gemäß iſt: ſo kann das Licht eigentlich nie ganz verſchwinden, vielmehr muß bey jeder Dicke des durchſichtigen Körpers noch etwas durchfallen, es ſey ſo wenig es wolle. Dieſe noch durchfallende Lichtmenge kann jedoch ſo geringe ſeyn, daß ſie für unſre Empfindung nicht mehr merklich iſt, und alsdenn iſt der Körper wenigſtens für unſre Empfindung undurchſichtig. Demnach folgt aus dieſem Geſetz der Schwächung des Lichts noch eben das, was im 162. §. angenommen ward: alle durchſichtige Maſſen kommen mit denjenigen, die wir undurchſichtig nennen, darin überein, daß ſie bey einer gewiſſen Dicke, ſollte dieſe auch ſehr groß ſeyn, für unſre Empfindung undurchſichtig werden. Das Sonnenlicht iſt das ſtärkſte, was wir kennen. Wüſte man alſo, wie dick eine Maſſe von bekannter Durchſichtigkeit ſeyn muß, wenn das noch durchfallende Sonnenlicht nicht mehr empfunden werden kann: ſo lieſſe ſich daraus finden, in welchem Verhältniß das Sonnenlicht abnehmen muß, wenn es unſer Auge nicht mehr empfindlich rühren ſoll. Eben dies Verhältniß würde zugleich dienen, zu finden, bey welcher Dicke jede andre Maſſe, deren Durchſichtigkeit bekannt iſt, durchſichtig zu ſeyn, aufhöre. Denn iſt ein Körper für das Sonnenlicht undurchſichtig, ſo iſt er es auch für jedes ſchwächere Licht.

209. §.

H. Bouguer legte 16 Scheiben aus gemeinem Glaſe auf einander, und fand, daß ſie das auffallende Licht 247mahl ſchwächer machten. Durch 76 bis 77 Scheiben von eben der Glasart konnte er nicht die geringſte Spur vom Sonnenlicht mehr ſehen, zu einer Zeit, da die Sonne 50 Grade hoch ſtand. Er nimmt alſo an, daß ſicher durch 80 ſolche Scheiben kein Sonnenlicht falle, das noch empfunden werden könne, und ſucht vermittelſt der Gleichung $l\frac{\Lambda}{Z} = \frac{x}{c}\, l\frac{a}{b}$, in welchem Verhältniſſe das Sonnenlicht durch 80 ſolche Scheiben vermindert werde. Wenn nemlich $x = 80$, $c = 16$, $\frac{a}{b} = 247$ geſetzt wird, ſo findet man $l\frac{\Lambda}{Z} = 5$ $l\,247 = 11{,}9634850$, alſo $\frac{\Lambda}{Z}$ ohngefehr $=$ 919358600000. Was bey dieſer Rechnung zum Grunde geſetzt wird, als werde das Licht beym Durchgang durch auf einander gelegte Glasſcheiben eben ſo geſchwächt, als wenn es durch ein eben ſo dickes maßives Stück Glas fiele, iſt nicht vollkommen richtig, wie ſchon oben bemerckt iſt: (203. §.) beym H. Lambert (Photom. 450 u. f. §. §.) findet man darüber ſchärfere Unterſuchungen.

Will man indeſſen jene Bouguerſche Zahl als ohngefehr richtig gelten laſſen, ſo kann man auf folgende Art die Tiefe des Meeres ſuchen, wohin kein für uns empfindliches Sonnenlicht mehr kommen kann. Man behalte $c = 10$ Fuß für $a : b =$

3 : 2,

3 : 2, und nehme $l\frac{\Lambda}{Z} = 11{,}9634850$, ſo findet man $x = \frac{c \,.\, l(\Lambda : Z)}{l(a : b)} = \frac{10 \,.\, 11{,}9634850}{0{,}1760913} =$ 679 Fuß.

210. §.

Ueber die Durchſichtigkeit der heitern Luft, wenn ſie, wie hier vorausgeſetzt wird, wenigſtens von groben Dünſten frey iſt, haben die Herrn **Bouguer** und **Lambert** ebenfalls Unterſuchungen angeſtellet, die jedoch theils zu weitläuftig ſind, theils zu viele Theorie aus der höhern Mathematik vorausſetzen, als daß ſie hier vollſtändig mitgetheilet werden könnten. Wenn das Sonnenlicht durch die Atmoſphäre fällt, ſo durchdringt es eine Maſſe, die eben darum, weil die Dichtigkeit der Luft von der höchſten Gränze der Atmoſphäre gegen die Erdfläche zu beſtändig gröſſer wird, auch auf dieſem Wege den das Sonnenlicht nimmt, nicht gleichförmig durchſichtig iſt. Wenn dagegen das von einer Lichtflamme, oder ſonſt von einer glänzenden Maſſe herkommnde Licht einen wagrechten mit der Erdfläche parallelen Weg nimmt, ſo bleibt es in mäßigen Entferuungen in Luft von einerley Dichtigkeit, mithin auch von gleichförmiger Durchſichtigkeit.

Fällt das Sonnenlicht vertical durch die Atmoſphäre herab, ſo ſiehet man wohl, daß es in eben dem Verhältniß würde geſchwächt werden, wenn die ganze Atmoſphäre ſoweit zuſammengepreßt wäre, daß ſie überall mit der unterſten Luft einerley Dichtigkeit hätte. Wäre alsdenn k die Höhe der ſo zuſam-

ſammen gedrückten Atmoſphäre, und wäre dieſe Höhe richtig bekannt, die vielleicht nach H. Bouguer Beſtimmung 4197 Toiſen beträgt; (40. §. Aerom.) wäre überdem das Verhältniß bekannt, in welchem das Sonnenlicht geſchwächt wird, wenn es vertical herab fällt: ſo wäre wenigſtens die Durchſichtigkeit der untern Luft bekannt. Nach H. Bouguer wäre dis Verhältniß 1 : 0,8123, ohngefehr = 5 : 4, (Traité d' Optique Liv. I. Sect. II. Art. IX. pag. 79. ſqq.) in dieſem Verhältniß würde alſo das Licht geſchwächt, wenn es in der untern Luft einen Weg von ohngefehr 4000 Toiſen zurück legt. Nach Herrn **Lambert** aber wäre jenes Verhältniß = 1 : 0,5889 faſt = 5 : 3, alſo die Undurchſichtigkeit der Luft gröſſer, als nach H. Bouguer (Photom. Part. V. Cap. I. §. 886. p. 387.)

211. §.

Je weiter die Sonne vom Scheitel entfernt, und je näher ſie dem Horizont iſt, deſto gröſſer iſt der Weg, den das Sonnenlicht in der ungleichförmig dichten Luft zurück legen muß, alſo das Verhältniß der Schwächung des Lichts auch deſto gröſſer. Nach H. **Lamberts** darüber angeſtellten Unterſuchungen wächſt der Logarithme des Verhältniſſes, worin das Sonnenlicht in der Atmoſphäre geſchwächt wird, beynahe im Verhältniß des Abſtandes der Sonne vom Scheitel, wenigſtens ſo lange ſie dem Horizont nicht ſehr nahe kommt. Weil $l\frac{10000}{5889}$ = 0,2299584 beynahe = 0,23 gefunden wird, ſo iſt für den Fall der im Scheitel ſtehenden Sonne $l\frac{\Lambda}{Z} = 0{,}23$, und nach H. **Lambert** hat man für

jeden Abſtand γ vom Scheitel $l\frac{\Lambda}{Z} = 0{,}23 \,.\, \sec\gamma$ nur muß γ den rechten Winkel nicht ſehr nahe kommen. Uebrigens ſcheinen H. Bouguer und H. Lambert darin überein zu kommen, daß das Licht der im Horizont ſtehenden Sonne in der Atmoſphäre 2000mahl ſchwächer werde, bevor es zur Erdfläche gelangt.

212. §.

Was wir das Tageslicht nennen, wenn wir es vom Sonnenlicht unterſcheiden, iſt nichts anders als Sonnenlicht, das die Lufttheilchen, welche die Sonne erleuchtet, zurück ſenden, und nach allen Seiten zerſtreuen: jeden Lufttheilchen kann man alsdenn in eben dem Verſtande eine gewiſſe Klarheit zuſchreiben, in welchem man ſonſt für ſich dunklen von der Sonne erleuchteten Maſſen eine gewiſſe Klarheit zu-
117 ſchreibt. Es ſey AD ein Stück der Erdfläche nur
Fig. ſo groß, daß die Krümme deſſelben noch nicht ſehr beträchtlich iſt, damit man es als eine ebene Fläche betrachten kann, und CB ſey die äuſſere mit AD parallele Gränze der Atmoſphäre. Das Sonnenlicht falle in der Richtung LA durch die Atmoſphäre, und CAL ſey der Abſtand der Sonne vom Scheitel: ſo wird ein Theil des Sonnenlichts von den Lufttheilchen, die es durchdringt, zurückgeworfen, und nach allen Seiten zerſtreuet. Diejenige Menge, welche auf das Element Aa fallen würde, wenn die Atmoſphäre vollkommen durchſichtig wäre, ſey = L, die darauf wirklich fallende = λ, ſo iſt der unterweges in der Luft zerſtreuete Theil = L − λ.

Dieſer

Dieſer zerſtreuete Theil des Lichts wird auf unzählig mannigfaltige Arten von den Lufttheilchen nach allen Seiten umher zurück geworfen, zum Theil aufwärts, zum Theil unterwärts, auch zerſtreuet ſich wiewohl wahrſcheinlich nur ein ſehr kleiner Theil davon ſo unter den Lufttheilchen, daß derſelbe als verlohren angeſehen werden kann. Allemahl aber fällt auch ein Theil der zerſtreueten Lichtmenge wieder auf AD, und wenn derſelbe ſich zur ganzen zerſtreueten Lichtmenge, wie $n : 1$ verhält; ſo empfängt AD einen Theil des zerſtreueten Lichts $= n\,(L - \lambda) = l$,

und das giebt $\frac{\lambda}{l} = \frac{\lambda}{n\,(L - \lambda)} = \frac{1}{n\,(L : \lambda - 1)}$.

213. §.

Jede Stelle Zz der Erdfläche empfängt von allen Seiten her Licht, welches die erleuchteten Lufttheilchen dahin ſenden, nicht anders, als wenn ſich Zz im Mittelpunct einer leuchtenden Halbkugelfläche befände, und von jeder Stelle dieſer Halbkugelfläche eben ſoviel Licht auf Zz fiele, als die Atmoſphäre unter eben dem Einfallswinkel wirklich dahin ſendet. Weil man nun nicht annehmen kann, daß das Licht von allen Seiten her gleichförmig auf die Stelle Zz falle; ſo würde auch bey der vorausgeſetzten Bedingung der Glanz jener Halbkugelfläche, welche die Stelle Zz von allen Seiten her völlig eben ſo, wie die Atmoſphäre erleuchten ſollte, nicht völlig gleichförmig ſeyn. Wenn man indeſſen nur die geſammte Lichtmenge ſucht, welche die Stelle Zz von der Atmoſphäre empfängt; ſo kann man ſich auch eine Halbkugelfläche von gleichförmiger Klarheit 117. Fig.

vorſtellen, welche auf Zz eben ſo viel Licht ſenden würde, als die ganze Atmoſphäre wirklich dahin ſendet. Die gleichförmige Klarheit einer ſolchen Halbkugelfläche, kann die **mittlere Klahrheit der Atmoſphäre** heiſſen.

Dieſe mittlere Klarheit der Atmoſphäre hängt der jedesmahligen Höhe der Sonne über dem Horizont vornehmlich ab: überdem läßt ſich die vollſtändige Theorie von der Klarheit der Atmoſphäre, und von der Erleuchtung, welche entweder die ganze Atmoſphäre, oder auch nur ein Theil ihrer ſcheinbaren Halbkugelfläche einer gegebenen Stelle auf der Erde zuſendet, nicht wohl ohne Gebrauch der höhern Mathematik vortragen. Deßwegen kann hier nur für den beſondern Fall, wenn die Sonne im Scheitel ſteht, einigermaſſen gezeigt werden, wie ſich die mittlere Klarheit der Atmoſphäre mit dem Glanz der Sonne vergleichen laſſe.

214. §.

Wenn S den wegen der nicht ganz vollkommenen Durchſichtgkeit der Atmoſphäre ſchon geſchwächten Glanz der im Scheitel ſtehenden Sonne, ϱ ihren ſcheinbaren Halbmeſſer bezeichnet; ſo iſt die auf Zz ſenkrecht fallende Erleuchtung der Sonne $= S \sin\varrho^2$, und was im 209. §. λ war, iſt $= Zz \,.\, S \sin\varrho^2$. Ferner war l im 212. §. diejenige Lichtmenge, welche die Atmoſphäre auf Zz wirft; und wenn Σ die mittlere Klahrheit der Atmoſphäre bezeichnet, ſo iſt $l = Zz \,.\, \Sigma$, weil der ſcheinbare Halbmeſſer der ganzen Atmoſphäre $= 90°$ iſt. Demnach hat man $\frac{\lambda}{l}$

=

$= \frac{S \sin \varrho^2}{\Sigma}$, alſo $\frac{S}{\Sigma} = \frac{\lambda}{\sin \varrho^2 . l'}$, und im 200. §. war $\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{nL : \lambda - 1}$. Wenn alſo die Zahlen n und $\frac{L}{\lambda}$ gefunden werden könnten, ſo wäre auch das Verhältniß des in der Atmoſphäre ſchon geſchwächten Glanzes der Sonne zur mittlern Klarheit der Atmoſphäre gefunden. Die theoretiſchen Unterſuchungen hierüber haben ihre ganz eigenen Schwierigkeiten, und wer in der höhern Mathematik geübt iſt, kann Hrn. Lamberts Photometrie Part. VI. Cap. II. zu Rath ziehen. Nach H. Lambert kann die Zahl n ohngefehr $= \frac{1}{2}$ angenommen werden. Nach eben demſelben und deſſen darüber angeſtellten theoretiſchen Unterſuchungen wäre das Verhältniß $L : \lambda$, in welchem das lothrecht durch die Atmoſphäre fallende Licht wegen ihrer nicht vollkommenen Durchſichtigkeit vermindert wird, $= 1 : 05889$: nach H. Bouguer aber wäre es $1 : 0,8123$. Die erſte Beſtimmung, wenn $n = \frac{1}{2}$ geſetzt wird, giebt $\frac{L}{\lambda}$ $= \frac{10000}{5889} = 1,6981$, und $\frac{\lambda}{l}$ $\frac{100000}{34905} = 2,859$. Die andre Bouguerſche Beſtimmung aber giebt $\frac{L}{\lambda}$ $= \frac{10000}{8123} = 1,2310$, und $\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{0,1155} = 8,7$. Zwiſchen beyden Beſtimmungen iſt 6 eine Mittelzahl, die auch H. Lambert annimmt: demnach

wäre $\frac{S}{\Sigma} = \frac{6}{\sin \varrho^2}$. Wird endlich $\varrho = 16' \, 7''$, alſo $\sin \varrho^2 = 0{,}000022$ angenommen, ſo findet man $\frac{S}{\Sigma} = 272727$. Herr **Lambert** nimmt in einer runden Zahl den Glanz der Sonne 277000mahl gröſſer an, als die mittlere Klarheit der Atmoſphäre, und dieſer Zahl kommt man ſehr nahe, wenn $\varrho = 16'$ angenommen wird. Wenn man dies Reſultat mit demjenigen vergleicht, was im 194. §. gefunden ward, ſo findet ſich, daß die mittlere Klarheit der Atmoſphäre der Klarheit des Vollmonds ohngefehr gleich ſey, welches mit H. Smiths Gedanken übereinkommt. M. ſ. den **Lehrbegriff der Optik nach Herrn Käſtner** 28. S.

Will man die Beſtimmungen $\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{n(L : \lambda - 1)} = 6$, und $n = \frac{1}{2}$ als ohngefehr richtig annehmen, ſo iſt $L : \lambda - 1 = \frac{1}{3}$, alſo $L : \lambda = \frac{4}{3}$. Das heißt, annehmen, das Sonnenlicht werde um den vierten Theil geſchwächt, wenn es in der Atmoſphäre lothrecht herab fällt. Auch wird hiemit angenommen, die ſenkrechte Erleuchtung einer wagrecht liegenden Ebene von der im Scheitel ſtehenden Sonne ſey ſechsmahl gröſſer, als die Erleuchtung, welche dieſelbe Ebene alsdenn von der ganzen Atmoſphäre empfängt.

215. §.

Bey der Erleuchtung, welche die Atmoſphäre verurſacht, wenn ſie ſelbſt von der Sonne erleuchtet wird, iſt noch der Umſtand merkwürdig, daß der

wolken-

wolkenfreye heitere Himmel mit einer ſchönen blauen Farbe erſcheint: und nichts iſt natürlicher, als daß man ſich die Erſcheinung dieſer blauen Farbe den im 164. §. vorgetragenen Gründen gemäß eben ſo, wie die Erſcheinung der Farben bey andern körperlichen Maſſen vorſtelle. Die Lufttheilchen zerſtreuen das blaue Licht nach allen Seiten, und laſſen dagegen das rothe Licht am häufigſten durchfallen. Daraus erklärt es ſich zugleich, warum Sonne und Mond, wenn ſie am höchſten ſtehen, am weiſſeſten ausſehen, dagegen aber ſich nach und nach zum blaßgelben, dunkelgelben und rothen deſto mehr neigen, je näher ſie dem Horizont kommen. Weil nemlich der Weg, den die Strahlen von der niedrig ſtehenden Sonne, oder dem nahe beym Horizont befindlichen Mond durch die Luft nehmen müſſen, viel länger iſt, als wenn dieſe Weltkörper höher ſtehen; ſo werden deſto mehr blaue Strahlen nach allen Seiten zerſtreuet, und das durchgehende Licht muß mehr ins gelbe und rothe fallen.

Eben daraus erklärt ſich auch ganz ungezwungen die ſehr artige Erſcheinung, daß der Schatten eines undurchſichtigen Körpers, wenn derſelbe auch nur von einem Theil der Atmoſphäre erleuchtet wird, nicht ſchwarz, ſondern blau ausſiehet. Wenn in den Morgenſtunden kurz vor Sonnenaufgang in einem Zimmer, das nicht gegen Morgen liegt, oder wenigſtens nicht gleich von der aufgehenden Sonne erleuchtet wird, eine Lampe oder Kerze brennt, ſo ſind die auf eine weiſſe Fläche fallenden Schatten der Körper, welche kein Kerzenlicht erhalten, alsdenn blau, wenn ſie von dem durch die Fenſteröfnungen einfallenden Tageslicht erleuchtet werden. Auch un-

ter freyen Himmel, kurz nach Aufgang, und nicht lange vor Untergang der Sonne, färben ſich die Schatten der dem Sonnenlicht ausgeſetzten Körper ebenfalls blau, wenn man ſie mit einer weiſſen Fläche auffängt. M. ſ. davon Prieſtleys Geſchichte der Optik vom H. Klügel überſetzt, des III. Abſchn. III. Cap. 327. S.

Der XIII. Abſchnitt.

Die allgemeinen Gründe der Theorie von den Fernröhren und Microſcopen.

216. §.

113 Fig. Zwey, drey und mehr Glaslinſen PP, QQ, RR, SS kann man in einer Röhre, oder auch auf andre Art, ſo hinter einander ſtellen, daß ihre Axen insgeſammt in einer graden Linie ED zuſammen fallen. Wenn alsdenn die Axe gegen ein Object E*e* gerichtet iſt, davon das vorderſte Glas PP ein deutliches Bild in F*f* zuwege bringt; ſo iſt F*f* als ein Object anzuſehen, wovon das zweyte Glas QQ wieder ein Bild in G*g* zuwege bringt. Von dieſem Bilde G*g* bringt alsdenn das dritte Glas RR ein Bild in H*h*, von dieſem Bilde H*h* abermahl das vierte Glas SS ein neues Bild in I*i* zuwege, und ſo ferner fort, wieviele Gläſer man auch annehmen will. Hiebey wird eine ſo groſſe Entfernung eines jeden Glaſes von dem nächſtvorhergehenden vorausgeſetzt, daß jedes Glas ein wirkliches phyſiſches Bild zuwege bringen könne: auch wird eben darum angenommen, daß jedes von

dieſen

dieſen Gläſern ein Sammlungsglas ſey. Indeſſen werden die Fälle nicht ausgeſchloſſen, wenn eins davon oder mehrere Zerſtreuungsgläſer wären, man weiß, daß alsdenn die Brennweite eines ſolchen Glaſes negativ ſey. Eben ſo wenig werden die Fälle ausgeſchloſſen, daß vielleicht eins oder das andre dieſer Gläſer dem nächſtvorhergehenden näher ſeyn kann, als das phyſiſche Bild, welches daſſelbe zuwege bringen würde. Wenn nemlich die Entfernungen FB, GC, HD, in dem Fall, welchen die Figur vorſtellt, poſitiv angenommen ſind, ſo wird für dasjenige Glas eine ſolche Entfernung negativ, das dem nächſtvorhergehenden näher liegt, als das dazu gehörige deutliche Bild.

Man ſetze die Entfernungen

$$\begin{aligned} EA &= a, & AF &= \alpha, \\ FB &= b, & BG &= \beta, \\ GC &= c, & CH &= \gamma, \\ HD &= d, & DI &= \delta, \text{ u. ſ. f.} \end{aligned}$$

und gebe ihnen, um die Ausdrücke mehr abzukürzen, den allgemeinen Nahmen: **Vereinigungsweiten.** Ferner bezeichne man die Brennweiten der Gläſer nach der Ordnung mit p, q, r, s, u. ſ. w. ſo iſt

$$p = \frac{a\alpha}{a+\alpha},\ q = \frac{b\beta}{b+\beta},\ r = \frac{c\gamma}{c+\gamma},\ s = \frac{d\delta}{d+\delta},$$

u. ſ. f. (121. §.) Wenn überdem von nun an die Halbmeſſer der vordern und hintern ſphäriſchen Fläche einer ſolchen Linſe mit den Buchſtaben f und g bezeichnet werden; ſo iſt die Brennweite $=$

$$\frac{f \cdot g}{(n-1)(f+g)} \text{ (119. §.)}$$

Noch ſey der Halbmeſſer Ap der Oefnung des erſten Glaſes $= x$, und das Object ſo weit entlegen, daß Ap in Vergleichung mit AE ſehr klein iſt: ſo hat man $\tang AEp = \frac{x}{a}$, und dieſe Tangente gehört, wie bekannt iſt, zum Halbmeſſer = 1. Weil aber der Winkel nur klein angenommen wird, ſo iſt dieſe Tangente ſehr nahe eben ſo groß, als ihr zum Halbmeſſer = 1 gehörige Bogen: alſo kann der Winkel $AEp = \frac{x}{a}$ geſetzt werden, da dann nicht der 90ſte Theil des rechten Winkels, ſondern derjenige = 1 iſt, wozu ein Bogen gehört, der ſeinem Halbmeſſer gleich iſt. (254. §. Geom.) Selbſt Ap wird alsdenn als ein kleiner zum Halbmeſſer EA gehöriger Kreisbogen angeſehen.

217. §.

113 Fig. Aus dem Winkel $AEp = \frac{x}{a}$ des äuſſerſten auf das Glas fallenden Strahls mit der Axe deſſelben findet man die Winkel dieſes Strahls mit eben der Axe nach der Brechung

im 1ſten Glaſe $AFp = \frac{a}{\alpha} AEp$ (117. §.)

alſo $AFp = \frac{x}{\alpha}$: mithin

ferner nach der Brechung

im 2ten Glaſe $BGq = \frac{bx}{\alpha\beta}$,

im 3ten Glaſe CH$r = \frac{cbx}{\alpha\beta\gamma}$,

im 4ten Glaſe DI$s = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma\delta}$, u. ſ. f.

Damit überdem alles aus dem Punct E in der Axe auf das erſte Glas fallende Licht auch durch das zweyte, dritte und die folgenden Gläſer hindurch gehen könne, (das, was wegen der Undurchſichtigkeit des Glaſes zurück bleibt, beyſeit geſetzt,) müſſen die Halbmeſſer für die Oefnungen der Gläſer die hier beygefügte Gröſſe haben.

Für das 2te Glas B$q = \frac{bx}{\alpha}$,

für das 3te Glas C$r = \frac{bcx}{\alpha\beta}$,

für das 4te Glas D$s = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma}$, u. ſ. w.

Man ſiehet wohl, daß dieſe Halbmeſſer die beym undeutlichen Bilde ſo genannten Zerſtreuungshalbmeſſer ſind: (179. §.) hier können ſie die Oefnungshalbmeſſer wegen der Helligkeit heiſſen.

Wenn endlich noch der ſcheinbare Halbmeſſer 114
EAe des Objects aus der Mitte des erſten Glaſes Fig.
geſehen $= \varphi$ geſetzt wird; ſo ſind die mit dem Halbmeſſer E$e = z$ des Objects in einerley Ebene EAe zuſammengehörige Halbmeſſer der Bilder folgende:

für das 1ſte Glas F$f = \frac{\alpha}{a} z = \alpha\varphi$,

für

für das 2te Glas $Gg = \frac{\beta\alpha}{ba} z = \frac{\alpha\beta}{b} \varphi$,

für das 3te Glas $Hh = \frac{\gamma\beta\alpha}{cba} z = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \varphi$,

für das 4te Glas $Ii = \frac{\delta\gamma\beta\alpha}{dcba} z = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd} \varphi$.

218. §.

114 Fig. Wenn *e* einer von den äuſſerſten Puncten des Objects, und *e*A der daher auf das erſte Glas fallende mittlere oder Hauptſtrahl iſt, (127. §.) der durch die Mitte A des erſten Glaſes ſo gut als ungebrochen durchgehet, und dieſer Strahl das zweyte Glas in Q trift; ſo iſt BQ das, was beym undeutlichen Bilde der projicirte Halbmeſſer des deutlichen Bildes hieß, und Q*q* iſt der Zerſtreuungshalbmeſſer, ſo wie $Bq = BQ + Qq$ der Halbmeſſer des ganzen undeutlichen Bildes. (179. §.) Das hinter *f* in den Kegel *qfk* ſich wieder ausbreitende Licht verwandelt ſich hinter dem zweyten Glaſe wieder in den Kegel zuſammen gehender Strahlen *qgk*, und es kommt auf die Entfernung FB an, ob einer von den zum Kegel *kfq* gehörigen Strahlen durch des zweyten Glaſes Mitte B, alſo durch daſſelbe ungebrochen durchgehen kann. Allemahl aber wird der durch das erſte Glas ungebrochen durchgehende mittlere Strahl beym Durchgang durchs zweyte Glas in die Lage Q*g* gebrochen, da er dann die Axe in O ſchneidet. Ein Auge alſo, das in O ſtehet, und das Object durch beyde Gläſer betrachtet, empfängt gewiß noch Licht von dem äuſſerſten Punct *e* des Objects.

Objects. Wofern alſo die von e kommenden durch beyde Gläſer ſchon durchgegangenen Strahlen bey O nur in einer ſolchen Lage ins Auge kommen, daß auf der Netzhaut ein deutliches Bild von e zuwege gebracht werden kann; ſo kann es das Object von E bis e überſehen. Wenn ſich aber das Object von E noch weiter über e hinaus erſtreckte, und der Oefnungshalbmeſſer des zweyten Glaſes nicht gröſſer, als BQ wäre, ſo könnte das Object vom Auge nicht ganz überſehen werden.

Der ganze Raum, welchen das Auge in O durch beyde Gläſer PP, QQ, überſehen kann, erſcheint um deswillen allemahl kreisförmig, weil die Oefnungen der Gläſer kreisförmig ſind. Er heißt das Geſichtsfeld, und man überſiehet leicht vorläufig, daß dies Geſichtsfeld auch kreisförmig erſcheinen müſſe, wenn das Auge durch mehr als zwey Gläſer ſiehet. Der Winkel EAe iſt der halbe ſcheinbare Durchmeſſer des Geſichtsfeldes; und weil die Oefnungshalbmeſſer BQ, CR, DS, von dem ſcheinbaren Halbmeſſer EAe des Geſichtsfeldes abhängen: ſo können ſie die wegen des Geſichtsfeldes nöthigen Oefnungshalbmeſſer heiſſen. 114 Fig.

Weil die Brennweite eines jeden Glaſes als gegeben angeſehen wird, ſo kann man für jedes Glas den wegen des Geſichtsfeldes nöthigen Halbmeſſer mit der Brennweite deſſelben vergleichen. Die Exponenten dieſer Verhältniſſe ſollen hier nach der Ordnung für das 2te, 3te, 4te Glas mit π, π', π'', u. ſ. f. bezeichnet, alſo BQ $= \pi q$, CR $= \pi' r$, DS $= \pi'' s$ geſetzt werden: alsdenn können die Zahlen π, π', π'', u. ſ. f. Kürze halber die Oefnungsmaaſſe wegen des Geſichtsfeldes heiſſen.

219. §.

219. §.

Je gröſſer *Ap* iſt, und die davon abhängenden Zerſtreuungshalbmeſſer B*q*, C*r*, D*s*, (113. Fig.) deſto gröſſer iſt die centrale Erleuchtung des deutlichen Bildes: deßwegen heiſſen ſie im 217. §. die **Oefnungshalbmeſſer wegen der Helligkeit.** Für das aus dem äuſſerſten Punct *e* des Objects kommende und durch die Gläſer fallende Licht ſind Q*q*, R*r*, S*s*, dieſe Halbmeſſer wegen der Helligkeit. Wenn nemlich auch alles vom äuſſerſten Punct *e* auf das erſte Glas fallende Licht (das wegen der unvollkommenen Durchſichtigkeit der Gläſer verlohrne beyſeit geſetzt) durch die übrigen Gläſer durchgehen ſoll, ſo iſt für jedes Glas ein **Oefnungshalbmeſſer nöthig, der ſo groß iſt, als die Summe jener beyden Halbmeſſer** *BQ* + *Qq* **wegen des Geſichtsfeldes und wegen der Helligkeit zuſammen.**

Wenn alle Puncte des Objects gleich ſtark glänzend ſind, ſo fällt auch beynahe einerley Lichtmenge von jedem Punct des Objects auf das erſte Glas PP: alsdenn iſt auch das Bild auf der Netzhaut im Auge, wenn es das Object durch die Gläſer betrachtet, in allen Stellen beynahe gleich ſtark erleuchtet. Unter allen auf das erſte Glas PP fallenden Strahlenkegeln kann derjenige der **mittlere** heiſſen, deſſen Axe mit der Axe der Gläſer zuſammen fällt, deſſen Spitze, alſo in der Mitte des Geſichtsfeldes liegt. Die Lichtmenge, welche das in der Mitte des Geſichtsfeldes liegende Element des Objects auf das Glas PP ſendet, füllet den Raum dieſes mittlern Kegels aus, und hiernächſt die Räume in der ganzen Reihe der

Kegel,

Kegel, PFp, qFq, qGq, rGr, u. ſ. f. worin ſich der auffallende mittlere Kegel pEq nach den Brechungen in den folgenden Gläſern verwandelt. Man kann ſie die mittlere Reihe der durch die Brechungen zuwege gebrachten Lichtkegel nennen: und wenn man einen ſolchen Kegel mit einer Ebene auf der Axe der Kegel ſenkrecht ſchneidet; ſo iſt der Schnitt ein Zerſtreuungskreis.

220. §.

Die Brennweiten der Gläſer und ihre Oeffnungsmaaſſe wegen des Geſichtsfeldes ſind gegeben: man ſoll den Durchſchnittspunct des Hauptſtrahls mit der Axe und beyder Neigung gegen einander nach der Brechung in jedem Glaſe finden.

Aufl. Man ſetze von nun an ein für allemahl 114
den ſcheinbaren Halbmeſſer des Geſichtsfeldes EAe Fig.
$= \varphi$, und behalte, wie ſchon feſtgeſetzt iſt, für die Brennweiten des erſten, zweyten, und der folgenden Gläſer, die Buchſtaben, p, q, r, s, u. ſ. f. Weil nun alle Hauptſtrahlen in einer ſolchen Lage auf das zweyte Glas QQ fallen, als kämen ſie aus A her: ſo iſt $BO = \frac{AB \cdot q}{AB - q}$, (121. §.) und $\varphi = \frac{BQ}{AB}$, alſo $AB = \frac{BQ}{\varphi}$, mithin auch $BO = \frac{(BQ : \varphi) \cdot q}{(BQ : \varphi) - q}$ oder $BO = \frac{BQ \cdot q}{BQ - \varphi \cdot q}$. Statt BQ ſetze man πq (219. §.) ſo erhält man $BO = \frac{\pi \cdot q}{\pi - \varphi}$.

Weiter

Weiter iſt $BOQ = \frac{BQ}{BO} = \frac{\pi \cdot q}{BO}$, alſo $BOQ = \pi - \varphi$.

Wenn nun dieſer nach der Brechung im zweyten Glaſe in die Lage QO gebrachte Hauptſtrahl das dritte Glas in R trift, von demſelben in die Lage RO′ gebrochen wird, und alsdenn das vierte Glas in S trift, durch die Brechung in demſelben aber wieder in die Lage SO″ kommt, u. ſ. weiterfort; ſo hat man $BQ : CR = BO : OC$, oder $\pi q : \pi' r = \frac{\pi q}{\pi - \varphi} : OC$, alſo $OC = \frac{\pi' r}{\pi - \varphi}$.

Alle durch O laufende mittlere Strahlen fallen auf das Glas RR ſo als kämen ſie aus O her: alſo iſt $CO' = \frac{OC \cdot r}{OC - r}$, und $OC - r = \frac{(\pi' - \pi + \varphi) r}{\pi - \varphi}$, mithin $CO' = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi}$, und $CO'R = \frac{CR}{CO'} = \pi' - \pi + \varphi$. Ueberdem iſt wieder $CR : DS = CO' : O'D$, oder $\pi' r : \pi'' s = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi} : O'D$, alſo $O'D = \frac{\pi'' S}{\pi' - \pi + \varphi}$.

Aus O′D findet man wieder $DO'' = \frac{O'D \cdot s}{O'D - s}$, und $O'D - s = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi - \varphi) s}{\pi' - \pi + \varphi}$, alſo $DO'' = \frac{\pi'' s}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$, und $DQ''S = \frac{DS}{DO''} = \pi'' - \pi'$

$-\pi' + \pi - \varphi$. Das Geſetz, nach welchem ſich dieſe Formuln auch für noch mehrere Gläſer richten würden, iſt leicht zu überſehen, wenn man ſie, wie folget, gegen einander ſetzt.

$$BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi},\ BOQ = \pi - \varphi.$$

$$OC = \frac{\pi' r}{\pi - \varphi},$$

$$CO' = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi},\ CO'R = \pi' - \pi + \varphi.$$

$$O'D = \frac{\pi'' s}{\pi' - \pi + \varphi},$$

$$DO'' = \frac{\pi'' s}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi},\ DO''S = \pi'' - \pi' + \pi - \varphi.$$

221. §.

Aus dieſen Formuln mit denjenigen verbunden, welche im 217. §. die Halbmeſſer der Bilder ausdrückten, findet man folgende für die Entfernungen der Durchſchnittspuncte des Hauptſtrahls mit der Axe von jedem zunächſt darauf folgenden Bilde. Es iſt nemlich $BQ : BO = Gg : OG$, alſo $\pi q : \frac{\pi q}{\pi - \varphi} = \frac{\alpha\beta}{b} . \varphi : OG$, mithin $OG = \frac{\alpha\beta}{b} . \frac{\varphi}{\pi - \varphi}$. 114 Fig.

Ferner iſt $CR : CO' = Hh : O'H$, oder $\pi' r : \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi} = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \varphi : O'H$, und das giebt

$$O'H = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \cdot \frac{\varphi}{\pi' - \pi + \varphi}.$$

Weiter hat man DS : DO″ = I*i* : O″I, alſo

$$\pi''s : \frac{\pi''s}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi} = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\varphi : O''I, \text{ und}$$

$$O''I = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd} \cdot \frac{\varphi}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}.$$

222. §.

Die Entfernungen eines jeden Glaſes von dem folgenden ſind gegeben, auch die Brennweiten der Gläſer und der ſcheinbare Halbmeſſer des Geſichtsfeldes: man ſoll die wegen des letztern nöthigen Oefnungshalbmeſſer finden.

Aufl. Man ſetze die Halbmeſſer $BQ = x'$, $CR = x''$, $DS = x'''$, u. ſ. f. ſo iſt $BAQ = \varphi = \frac{x'}{AB}$, alſo $x' = AB \cdot \varphi$. Ferner iſt $BO = \frac{AB \cdot q}{AB - q}$ (220. §.) und $BO : x' = BC - BO : x''$, mithin $x'' = \frac{BC - BO}{BO} x'$. Eben ſo findet man $x''' = \frac{CD - CO'}{CO'} \cdot x''$, u. ſ. f. und man hat $CO' = \frac{OC \cdot r}{OC - r}$.

Aus eben dieſen Werthen leitet man auch folgende her. Es iſt $AB = \alpha + b$, alſo $x' = (\alpha + b)\varphi$. Ferner

Ferner iſt BC − BO = CO = OG + CG = $\frac{\alpha\beta}{b}$

$. \frac{\varphi}{\pi-\varphi} + c$, und $\frac{x'}{BO}$ = BOQ = $\pi - \varphi$, alſo

$x'' = CO.(\pi-\varphi) = \frac{\alpha\beta}{b}.\varphi + c\,(\pi-\varphi)$.

Weiter hat man CD − CO′ = DO′ = O′H + DH = $\frac{\alpha\beta\gamma}{bc} . \frac{\varphi}{\pi'-\pi+\varphi} + d$, und $\frac{x''}{CO'}$ = CO′R = $\pi' - \pi + \varphi$, alſo $x''' = DO'\,(\pi'-\pi+\varphi)$, oder $x''' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}\varphi + (\pi'-\pi+\varphi)\,d$, und nach eben dem Geſetz

$$x'''' = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\varphi + (\pi''-\pi'+\pi-\varphi)\,e.$$

223. §.

Das Auge einer Perſon, die mehr weitſichtig als kurzſichtig iſt, ſiehet ein Object deutlich, wenn die von jedem Punct deſſelben auf den Stern fallenden Strahlen ſehr nahe in paralleler Lage in die Augenöfnung kommen. (153. §.) Eine mehr kurzſichtige als weitſichtige Perſon aber ſiehet nur alsdenn deutlich, wenn die zu jedem Punct des Objects gehörigen Strahlen in einer ſolchen Lage ins Auge kommen, als kämen ſie von einem Punct her, der vor dem Auge ſeine Stelle hat. Soll demnach eine ſolche Perſon, wenn ihr Auge in einer von den Stellen O, O′, O″, der gemeinſchaftlichen Axe mehrerer Glaslinſen, das in den Gläſern gebrochene Licht 114 Fig.

auffängt, das Object, wovon das Licht herkommt, durch die Gläſer deutlich ſehen; ſo müſſen die von jedem Punct deſſelben herkommenden Strahlen, nachdem ſie ſich vielleicht ſchon ein oder mehrmahl hinter dem erſten oder noch mehrern folgenden Gläſern in einem Punct eines deutlichen Bildes vereiniget hatten, nach der Brechung durch das letzte Glas in die unter ſich parallele Lage oder doch in eine ſolche Lage kommen, daß ſie hinter dem letzten Glaſe auseinander fahren, als kämen ſie von Puncten her, die jenſeits des Glaſes auf eben der Seite, wo das Object iſt, ihre Stelle haben.

Wenn nun die mit dem Hauptſtrahl QO zuſammen gehörigen Strahlen aus dem äuſſerſten Punct *e* eines Objects kommen; ſo hat das Auge eben die Empfindung, als wenn ſich *e* in dem verlängerten Strahl OQ befände, und BOQ der halbe ſcheinbare Durchmeſſer in der Ebene EA*e* wäre. Iſt die Entfernung des erſten Glaſes vom Auge in Vergleichung mit der Entfernung des Objects ſehr klein; ſo würde es ohne Gläſer unter dem Winkel EA*e* = BAQ geſehen werden, das Auge mag in O oder in A ſeine Stelle haben. Durch die Gläſer geſehen erſcheint das Object unter einem Winkel, wie BOQ, oder CO′R, DO″S, alſo **vergröſſert**, wenn ein ſolcher Winkel gröſſer als EA*e* iſt, auch vielleicht nicht in aufrechter, ſondern in verkehrter Stellung, wovon der Fall ſchon ein Beyſpiel giebt, wenn das Auge hinter zweyen Sammlungsgläſern in O ſeine Stelle hat.

In dieſem letztern Fall nemlich, und eben ſo auch, wenn das Auge in O″ ſeine Stelle hätte, empfängt das Auge die Strahlen, welche aus *e* und andern

ober-

oberhalb der Axe liegenden Puncten kommen, in ſolchen Lagen OQ, O″S, als kämen ſie von Puncten unterhalb der Axe her: alſo ſiehet das Auge das unter der Axe, was es ohne Gläſer darüber ſehen würde. Aus eben dem Grunde ſieht man auch durch die Gläſer das zur Rechten, was man ohne Gläſer zur Linken ſehen würde, und umgekehrt.

224. §.

Wenn der bisher gebrauchten Bezeichnung gemäß AE $= a$, und in dieſer Entfernung der Geſichtswinkel E$\Delta e = \varphi$ geſetzt wird; ſo iſt derſelbe in jeder andern Entfernung h für eben das Object $= \frac{a\varphi}{h}$. (23. §. Opt.) Um dieſen Geſichtswinkel von dem vorigen zu unterſcheiden, ſetze man $\frac{a\varphi}{h} = \varphi'$, ſo iſt $\varphi = \frac{h}{a}\varphi'$. Man nehme an, wenn das Auge in einer von den Stellen O, O′, O″, daſſelbe Object durch die Gläſer betrachtet, daß alsdenn der Geſichtswinkel m mahl gröſſer ſcheine, als wenn es ohne Gläſer aus der Stelle A in der Entfernung AE $= a$ geſehen wird; ſo kann man Kürze halber m die **Vergröſſerungszahl** nennen, und in einer von den Stellen O, O′, O″, u. ſ. f. den Geſichtswinkel $= m\varphi = \frac{mh\varphi'}{a}$ ſetzen. Hiemit verbinde man die im 220. §. ſchon gefundenen Werthe der Winkel an den Stellen O, O′, O″, u. ſ. f. ſo hat man

für zwey Gläſer

$$m\varphi = \pi - \varphi, \text{ alſo } m = \frac{(\pi - \varphi)}{\varphi},$$

für drey Gläſer

$$m\varphi = \pi' - \pi + \varphi, \text{ und } m = \frac{(\pi' - \pi + \varphi)}{\varphi};$$

für vier Gläſer

$$m\varphi = \pi'' - \pi' + \pi - \varphi, \text{ mithin } m = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi - \varphi)}{\varphi}.$$

Will man den Geſichtswinkel, wie er durch die Gläſer erſcheint, mit dem Geſichtswinkel $\varphi' = \frac{a\varphi}{h}$ vergleichen, der ſich auf die Entfernung h bezieht; ſo ſetze man $\frac{mh}{a} = M$, alſo $m\varphi = M\varphi'$. Das giebt für zwey, drey oder vier Gläſer die Zahlen

$$M = \frac{\pi - \varphi}{\varphi'} = \frac{h(\pi - \varphi)}{a\varphi}, \quad M = \frac{\pi' - \pi + \varphi}{\varphi'}$$

$$= \frac{h(\pi' - \pi + \varphi)}{a\varphi}, \quad M = \frac{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi'}$$

$$= \frac{h(\pi'' - \pi' + \pi - \varphi)}{a\varphi}.$$

225. §.

Die Vereinigungsweiten (216. §.) und die Brennweiten der Gläſer ſind gegeben, man ſoll die Vergröſſerungszahl finden.

Aufl. Aus den im 222. §. gefundenen Gleichungen erhält man folgende Werthe für die Vergröſſerungszahlen:

Für

Für 2 Gläſer $\pi = \frac{\alpha + b}{q} \varphi$, alſo $\pi - \varphi = \frac{\alpha + b - q}{q} \varphi$, und $m = \frac{\alpha + b - q}{q}$.

Für 3 Gläſer iſt $\pi' r - (\pi - \varphi) r = \frac{\alpha\beta}{b} \varphi + (c - r)(\pi - \varphi)$, alſo $m = \frac{\alpha\beta}{br} + \frac{c - r}{r} \cdot \frac{\alpha + b - q}{q}$.

Für 4 Gläſer $\pi'' s - (\pi' - \pi + \varphi) s = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \varphi + (d - s)(\pi' - \pi + \varphi)$, alſo $m = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs} + \frac{d - s}{s} \left(\frac{\alpha\beta}{br} + \frac{c - r}{r} \cdot \frac{\alpha + b - q}{q} \right)$.

Wenn man die Vergröſſerungszahlen für 2, 3, 4, 5, Gläſer, u. ſ. f. nach der Ordnung mit m, m', m'', m''', u. ſ. f. bezeichnet, ſo iſt

$$m = \frac{\alpha + b - q}{q},$$

$$m' = \frac{\alpha\beta}{br} + \frac{c - r}{r} \cdot m,$$

$$m'' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs} + \frac{d - s}{s} \cdot m',$$

$$m''' = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcdt} + \frac{e - t}{t} \cdot m''.$$

Sollen die zu einerley Lichtkegel gehörige Strahlen nach der Brechung im letzten Glaſe parallel werden; ſo muß die Entfernung des letzten Glaſes von dem Bilde des nächſtvorhergehenden der Brennweite jenes letzten Glaſes gleich ſeyn: alſo für 2 Gläſer $b = q$, für 3 Gläſer $c = r$, für 4 Gläſer $d = s$, u. ſ. f. und man erhält

für 2 Gläſer $m = \frac{\alpha}{q}$,

— 3 Gläſer $m = \frac{\alpha\beta}{br}$,

— 4 Gläſer $m = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs}$,

— 5 Gläſer $m = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcdt}$, u. ſ. f.

226. §.

Bey Betrachtung des Objects, durch ſo zuſammengeordnete Gläſer, beſonders am hellen Tage, iſt nöthig, das ſeitwärts herkommende fremde Licht abzuhalten, damit kein andres als das von dem betrachteten Object her durch die Gläſer fallende Licht ins Auge komme, und das Bild auf der Netzhaut undeutlich mache. Schon um deßwillen würde es dienlich ſeyn, die gehörig hinter einander geſtellten Gläſer in eine Röhre einzuſchlieſſen, wenn dies nicht ohnehin auch ſeine Bequemlichkeit hätte. Man kann die Anordnung ſo machen, daß die ganze Röhre aus zweenen oder mehrern Theilen, die ſich in einander mit den Gläſern verſchieben laſſen, zuſammengeſetzt werde;

werde; ſo dient das Werkzeug, wenn gleich die Gläſer einerley bleiben, Objecte auch in verſchiedenen Entfernungen deutlich zu ſehen, wenn nur diejenige Entfernung der Gläſer von einander zuwege gebracht werden kann, welche die jedesmahlige Entfernung des Objects, um es deutlich zu ſehen, erfodert. Um ſehr weit entfernte Gegenſtände deutlich und zugleich vergröſſert zu ſehen, iſt jedoch eine andre Anordnung der Gläſer nöthig, als erfodert wird, wenn das Werkzeug dienen ſoll, mit Hülfe deſſelben ſehr kleine Sachen, die man dem Auge ſehr nahe bringen muß, deutlich und unter einem gröſſern Geſichtswinkel zu ſehen, als ſie in der gewöhnlichen Entfernung vom Auge geſehen werden können.

Optiſche Werkzeuge der erſten Art heiſſen **Fernröhre, Teleſcope**, wenn ſie weit entfernte Sachen dem Auge deutlich und unter einem vergröſſerten Geſichtswinkel darſtellen: im beſondern Sinn aber **Vergröſſerungswerkzeuge, Microſcope**, wenn ſie dem Auge dazu behülflich ſind, ſehr kleine Sachen, die dem Auge nahe liegen, unter einem gröſſern Geſichtswinkel als ohne Gläſer deutlich zu ſehen. Das erſte von den Gläſern, wenn ſie von der Seite her, wo das Object ſeine Stelle hat, nach dem Auge zugezählt werden, heißt das **Objectivglas**, und die übrigen erhalten den gemeinſchaftlichen Nahmen der **Augengläſer.**

227. §.

Kleine Sachen, die nicht ſo gar klein ſind, daß ſie ſich auch in der gewöhnlichen Entfernung vom Auge dem Geſicht ſchon entziehen, ſiehet ein geſundes und fehlerfreyes Auge, das weder zu ſehr weit-

ſichtig, noch auch zu ſehr kurzſichtig iſt, in der Entfernung von 8, 10, bis 12 Zollen vom Auge deutlich. Kleine gedruckte oder geſchriebene Schrift lieſet ein fehlerfreyes Auge gewöhnlich ohne Anſtoß, bey einer Entfernung von etwa 8 Zollen. Dieſerwegen verſteht man bey Microſcopen durch die Vergröſſerungszahl, diejenige, welche angiebt, wievielmahl der Geſichtswinkel, unter welchem das Object durch die Gläſer geſehen wird, gröſſer ſey, als derjenige, unter welchem es mit bloſſen Auge würde geſehen werden, wenn es 8 Zoll weit davon entfernt wäre. Man kann alſo die im 224. §. mit M bezeichnete Zahl dafür annehmen, wenn $h = 8$ Zoll geſetzt wird. Uebrigens aber kann man die Formuln, welche daſelbſt für die Zahl m gefunden ſind, allgemein für jedes Vergröſſerungswerkzeug brauchen, weil man ſie leicht auf Microſcope anwendet, wenn $\frac{Ma}{h}$ ſtatt m, und $\frac{M\varphi'}{m} = \frac{h}{a}\varphi'$ ſtatt φ geſetzt wird.

228. §.

Die Oefnungsmaaſſe der Gläſer und die Vergröſſerungszahl ſind gegeben, man ſoll den ſcheinbaren Halbmeſſer des Geſichtsfeldes und die Stelle finden, wo das Auge hinter dem letzten Glaſe ſtehen muß, um das ganze Geſichtsfeld zu überſehen.

Aufl. Aus dem 224. und 220. §. findet man für die in der erſten von nachſtehenden Columnen angezeigte Zahl von Gläſern

2	$\varphi = \frac{\pi}{m+1}$,	$BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi} = \frac{\pi q}{m\varphi}$
3	$\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m-1}$,	$CO' = \frac{\pi' r}{\pi' - \pi + \varphi} = \frac{\pi' r}{m\varphi}$
4	$\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m+1}$,	$DO'' = \frac{\pi'' s}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi} = \frac{\pi'' s}{m\varphi}$
5	$\varphi = \frac{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi}{m-1}$.	u. ſ. f.

Der ſcheinbare Halbmeſſer des Geſichtsfeldes iſt demnach deſto kleiner, je gröſſer die Vergröſſerungszahl m iſt, wenn die Zahl der Gläſer und ihre Oefnungsmaaſſe einerley bleiben. Wird die Zahl m ſehr groß, ſo ſtehen m und φ beynahe im umgekehrten Verhältniß.

229. §.

Will man die Entfernung OG, O'H, O''I, zwiſchen der jedesmahligen Stelle des Auges O, O', O'', und demjenigen Bilde, welches das letzte Glas machen würde, überhaupt mit l bezeichnen, ſo hat man aus dem 221. und 225. §.

für zwey Gläſer

$$l = \frac{\alpha\beta}{b} \cdot \frac{\varphi}{\pi - \varphi}, \text{ und } \frac{\varphi}{\pi - \varphi} = \frac{1}{m}, \text{ alſo}$$

$$l = \frac{\alpha\beta}{mb} \text{ und } m = \frac{\alpha\beta}{bl}.$$

für drey Gläſer

$$l = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc} \cdot \frac{\varphi}{\pi' - \pi + \varphi}, \text{ und } \frac{\varphi}{\pi' - \pi + \varphi} = \frac{1}{m},$$

alſo

alſo $l = \frac{\alpha\beta\gamma}{mbc}$, und $m = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcl}$.

für vier Gläſer

$$l = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd} \cdot \frac{\varphi}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}, \text{ und } \frac{\varphi}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$$

$= \frac{1}{m}$, alſo $l = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{mbcd}$, und $m = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcdl}$.

Wenn die zu einerley Lichtkegel gehörigen Strahlen, wie gewöhnlich erfodert wird, in paralleler Lage ins Auge kommen ſollen, ſo iſt l unendlich groß, und die letzte Vereinigungsweite $\beta = BG$, oder $\gamma = CH$, oder $\delta = DI$, iſt es ebenfalls: alſo werden alsdenn die Quotienten $\frac{\beta}{l}$, $\frac{\gamma}{l}$, $\frac{\delta}{l}$, nachdem das Auge durch 2, 3, oder 4 Gläſer ſiehet, $= 1$.

230. §.

Wird der Gegenſtand durch eine einzige Glaslinſe betrachtet, ſo behält der Hauptſtrahl nach der Brechung im Glaſe dieſelbe Lage, welche er vor der Brechung hatte: deßwegen kann diejenige Vergrößſerung des optiſchen Winkels, welche bey zweyen und mehrern Gläſern von der geänderten Lage des Hauptſtrahls herrührte, bey einer Glaslinſe allein nicht ſtatt haben. Indeſſen kommt es auf die Stelle des Auges und des betrachteten Objects an, ob das Object durchs Glas unter einem andern optiſchen Winkel als ohne Glas geſehen werde.

115 Fig. Es ſey PL ein auf der Axe des Glaſes ſenkrechter Halbmeſſer des Objects, und der Abſtand CP vom Glaſe AB kleiner, als des Glaſes Brennweite; ſo

ſo macht das Glas ein Bild *pl*, das von demſelben weiter als um den Abſtand CP entfernt iſt, und vor dem Glaſe liegt. (134. §. n. 1.) Das aus P auf AB fallende Licht wird ſo gebrochen, als käme es aus *p* her, und die zum Lichtkegel ALB gehörigen Strahlen ſo, als kämen ſie aus *l* her. Wenn alſo das Auge unmittelbar am Glaſe bey C ſeine Stelle hat, und überdem die Dicke des Glaſes in Vergleichung mit den Halbmeſſern ſeiner Flächen ſehr klein iſt; ſo ſiehet es das Bild *pl* unter dem Winkel *pCl*, der eben ſo groß, als der Winkel PCL iſt, unter welchem es das Object ohne Glas ſehen würde.

Der äuſſerſte Strahl LA, der an der Gränze der Oefnung noch durchs Glas gehen kann, und nach der Brechung im Glaſe die Lage A*l* hat, ſchneide nun die Axe in Ω; ſo erhellet, daß das Auge in jeder Stelle O, die zwiſchen C und Ω liegt, noch Licht von demjenigen erhalte, das zum Kegel A*l*B gehört, und von *l* herzukommen ſcheint. Iſt alſo O dieſe Stelle des Auges, ſo erſcheint das Object unter dem optiſchen Winkel CO*l*, welches ohne Glas unter dem Winkel COL erſcheinen würde.

231. §.

Durch L ziehe man eine grade Linie mit des Glaſes Axe parallel, die den aus der Lage LM in die Lage MO gebrochenen Strahl in Λ ſchneidet: wenn alsdenn $\Lambda\Pi$ auf die Axe ſenkrecht fällt, ſo iſt $\Pi\Lambda = PL$, und PL würde in der Entfernung $O\Pi$ ohne Glas unter eben dem optiſchen Winkel geſehen werden, unter welchem dies Object in der Entfernung OP durchs Glas geſehen wird. Dieſemnach kann $O\Pi$ die ſcheinbare Entfernung des Objects heiſſen, 115 Fig.

heiſſen, welche mit der wahren Entfernung OP zuſammen gehört, und die von der Brechung des Lichts im Glaſe herrührende Veränderung des optiſchen Winkels hat eben den Erfolg, als wenn das Object dem Auge näher gerückt, oder vielleicht in andern Fällen, als wenn es davon weiter entfernt würde. Weil übrigens $PL = OP \tang POL$ und $\Pi\Lambda = O\Pi \tang pOl$, PL aber $= \Pi\Lambda$ iſt; ſo hat man $OP\ tg.\ POL = O\Pi\ tg.\ pOl$, und $tg\ POL : tg.\ pOl = O\Pi : OP$. Weil die Winkel klein ſind, ſo iſt dies zugleich das Verhältniß der Winkel ſelbſt: die optiſchen Winkel ohne Glas und durchs Glas verhalten ſich wie die ſcheinbare Entfernung zur wahren Entfernung, und man hat die Vergröſſerungszahl $\frac{pOl}{POL} = \frac{OP}{O\Pi}$.

232. §.

Die Entfernungen des Glaſes und des Objects vom Auge mit der Brennweite des Glaſes ſind gegeben: man ſoll die ſcheinbare Entfernung finden.

115 Fig. Aufl. Wenn der Strahl LM die Axe in D ſchneidet, ſo iſt $CD : CM = DP : PL$, und $CM : CO = \Pi\Lambda : O\Pi$; alſo $CD : CO = DP : O\Pi$, (162. §. Geom.) weil $PL = \Pi\Lambda$ iſt, und man erhält $O\Pi = \frac{CO}{CD} . DP$. Ferner iſt $DP = CD + CP$, alſo $O\Pi = CO + \frac{CO}{CD} . CP$. Weil nun der Strahl LM, welcher in die Lage MO gebrochen

chen wird, in einer ſolchen Lage auf die Linſe fällt, worin er verlängert die Axe in D ſchneiden würde; ſo iſt $CO = \frac{CD \cdot f}{CD + f}$, wenn f die Brennweite des Glaſes bezeichnet: (121. §.) mithin $CO \cdot CD + CO \cdot f = CD \cdot f$, und $(f - CO)\, CD = CO \cdot f$. Das giebt ferner $\frac{CO}{CD} = 1 - \frac{CO}{f}$, folglich $O\Pi = CO + CP - \frac{CO \cdot CP}{f}$, oder $O\Pi = OP - \frac{CO \cdot CP}{f}$.

233. §.

Wenn LA der äuſſerſte Strahl iſt, der aus L auf das Glas fällt, und in die Lage $A\Omega$ gebrochen wird, vor der Brechung aber die Axe in Δ ſchneidet; ſo werden die Entfernungen $C\Delta$ und $C\Omega$ durch die Halbmeſſer CA, PL, des Glaſes und des Objects mit der Entfernung CP beſtimmt. Es iſt nemlich $C\Omega = \frac{C\Delta \cdot f}{C\Delta - f}$, (121. §.) und $CA - PL : CP = CA : C\Delta$, alſo $C\Delta = \frac{CP \cdot CA}{CA - PL}$, mithin ferner $C\Delta - f = \frac{CP \cdot CA - (CA - PL) f}{CA - PL}$, und $C\Omega = \frac{CP \cdot CA \cdot f}{CP \cdot CA - (CA - PL) f}$. Weiter als um dieſe Entfernung kann das Auge vom Glaſe nicht weggerückt werden, wenn das Object ganz geſehen werden ſoll.

In

In dem Fall $CP = f$ wäre $C\Omega = \frac{CA}{PL} \cdot f$. Wenn alsdenn Ω ſelbſt die Stelle des Auges iſt, ſo wird $\Omega\Pi = CP = f$, alſo $\Omega P = C\Omega + CP = \left(1 + \frac{CA}{PL}\right) f$, und die Vergröſſerungszahl $\frac{\Omega P}{\Omega\Pi} = 1 + \frac{CA}{PL}$. Wenn $PL < CA$ iſt, wie es die Figur vorſtellt, und CP abnimmt, ſo wächſt $C\Omega = \frac{CA \cdot f}{CA - (CA - PL) f : CP}$ und in dem Fall $CP = \left(1 - \frac{PL}{CA}\right) f$ wird $C\Omega$ unendlich: alsdenn kann das Auge hinter dem Glaſe wo man will ſtehen, es überſiehet allemahl das ganze Object.

Wird $CP < \left(1 - \frac{PL}{CA}\right) f$, ſo wird $C\Omega$ negativ, der in die Lage Al gebrochene Strahl AL ſchneidet nun die Axe in einer Stelle vor dem Glaſe, und das Auge mag hinter demſelben ſeine Stelle haben, wo man will, ſo überſiehet es ebenfalls noch den ganzen Gegenſtand. Je kleiner CP wird, deſto kleiner wird auch $C\Omega = -\frac{CA \cdot f}{(CA - PL) f : CP - CA}$, der nun vor dem Glaſe befindliche Durchſchnittspunct Ω rückt dem Glaſe näher, hinter dem Glaſe überſieht das Auge jedoch in jeder Stelle den ganzen Gegenſtand. Mit CP verſchwindet auch $C\Omega$: jedoch kann der Gegenſtand hinter dem Glaſe noch immer ganz geſehen werden, weil $PL < CA$ angenommen iſt.

In

In dem Fall $PL = CA$, wird $C\Omega = f$, und die Entfernung des Auges vom Glaſe muß nicht gröſſer als die Brennweite ſeyn, wenn es das Object ganz ſehen ſoll. Wenn aber $PL > CA$ iſt, ſo hat man $C\Omega = \frac{CA \,.\, f}{CA + (PL - CA) f : CP}$; in dem Fall $CP = f$, wird wie vorhin $C\Omega = \frac{CA}{PL} f$, alſo nun $C\Omega < f$. Je kleiner CP wird, deſto kleiner wird $C\Omega$; mit CP würde auch $C\Omega$ verſchwinden, und das heißt nun ſoviel, das Auge kann das Object nicht ganz ſehen, woſern es nicht unmittelbar am Glaſe ſeine Stelle hat.

Die Gleichung $O\pi = OP - \frac{CO \,.\, CP}{f}$, giebt allemahl $O\pi = OP$, wenn $CP = 0$ iſt, alſo gar keine Vergröſſerung, wenn das Object dichte am Glaſe anliegt. Eben die Gleichung giebt $O\pi = OP$, wenn $CO = 0$ iſt, alſo das Auge unmittelbar am Glaſe ſeine Stelle hat, wie auch aus den bey der Rechnung zum Grunde genommenen Vorausſetzungen von ſelbſt folgt. In andern Fällen iſt die Vergröſſerungszahl $\frac{OP}{O\pi} = \frac{OP \,.\, f}{OP \,.\, f - CO \,.\, CP} = \frac{f}{f - (CO : OP) CP}$. Je gröſſer alſo, wenn alles übrige einerley bleibt, CO genommen werden kann, ohne die vorhin feſtgeſetzte Gränze $C\Omega$ zu übertreffen, deſto gröſſer wird die Zahl $\frac{CO}{CP}$, die ſich alsdenn der Einheit deſto mehr nähert: alſo wird auch die Ver-

gröſſerungszahl gröſſer, wiewohl dieſe mit CO nur langſam wächſt.

234. §.

116 Fig. Bisher iſt angenommen worden, die Linſe ſey ein Sammlungsglas. Wenn es ein Zerſtreuungsglas, alſo f negativ iſt, ſo wird $O\Pi = OP + \frac{CO \cdot CP}{f}$, die Zahl $\frac{OP}{O\Pi}$ wird ein ächter Bruch, und der optiſche Winkel durchs Glas iſt kleiner, als am bloſſen Auge. Ferner wird $C\Omega = -\frac{CP \cdot CA \cdot f}{CP \cdot CA + (CA - PL) f}$ negativ, ſo lange $PL < CA$ iſt. Das heißt, Ω liegt vor dem Glaſe, und das Auge mag hinter demſelben in O wo man will ſtehen, es überſiehet allemahl das ganze Object.

In dem Fall $PL = CA$ iſt $C\Omega = -f$. Wenn aber $PL > CA$ iſt, ſo hat man $C\Omega = \frac{CP \cdot CA \cdot f}{(PL - CA) f - CP \cdot CA}$, und $C\Omega$ wird poſitiv, wenn $CP < \left(\frac{PL}{CA} - 1\right) f$ iſt. Alsdenn muß das Auge nicht weiter, als um dieſen Abſtand vom Glaſe entfernt ſeyn, um das Object ganz zu überſehen.

Beyde Vorausſetzungen $CP = 0$, und $CO = 0$, geben wie beym Sammlungsglaſe keine Veränderung des optiſchen Winkels, und $\frac{OP}{O\Pi}$ iſt hier in den übri-

gen

gen Fällen eine Verkleinerungszahl, die = $\frac{f}{f+(CO:OP)CP}$ gefunden wird. Je gröſſer man alſo CO nehmen kann, deſto mehr beträgt die Verkleinerung, wiewohl die Zahl $\frac{OP}{O\Pi}$ nur langſam abnimmt, und nicht kleiner als $\frac{f}{f+CP}$ werden kann.

235. §.

Wenn das Auge in der Axe einer auf beyden Seiten erhabenen Linſe BADG unmittelbar an derſelben bey G ſeine Stelle hat, und die Dicke AG der Linſe in Vergleichung mit den beyden Halbmeſſern der vordern und hintern Fläche nicht ſo gar klein iſt; ſo kommt der mittlere oder Hauptſtrahl LQRS nicht ins Auge, ſondern ſtatt deſſen ein anderer, der aus L in M auf die Glaslinſe fällt, in M aber ſo gegen das Neigungsloth CM in die Lage MK gebrochen wird, daß dieſer zum erſtenmahl gebrochene Strahl die Axe in G ſchneidet. Nach der zweyten bey G erfolgenden Brechung kommt der Strahl in die Lage GH, und trift in dieſer Lage das Auge. Demnach muß GH ein Strahl ſeyn, der von dem Bilde *l* des Puncts L herzukommen ſcheint, und CGH iſt der optiſche Winkel, wie er durchs Glas erſcheint, der ohne Glas PGL = CGK wäre. 118 Fig.

Damit man beyde Winkel vergleichen könne, ſuche man zuförderſt die Stelle F, worin der Strahl LM verlängert die Axe ſchneiden muß, wenn er nach der erſten Brechung durch G gehen ſoll. Man ſiehet wohl, daß er alsdenn auch nach der zweyten Brechung

durch G gehe, und daß dies der beſondre Fall ſey, wenn im 115. §. die Vereinigungsweite Gp oder $\alpha = 0$ wird. Es war aber a. a. O. Gp oder $\alpha = \frac{\mu\nu\delta r\varrho - (r\varrho\delta - \nu^2 r\varrho)c}{\mu\delta(r+\varrho) - \mu\nu r\varrho - (\delta - \nu r)c}$, und die Vorausſetzung $\alpha = 0$ giebt $(\mu\nu r\varrho - \nu\varrho c)\delta = -\nu^2 r\varrho c$, alſo $\delta = \frac{-\nu^2 r\varrho c}{\mu\nu r\varrho - \nu\varrho c} = -\frac{\nu r c}{\mu r - c}$.

Man ſtelle die Werthe $\nu = \frac{1}{n-1}$, und $\mu = \frac{n}{n-1}$ wieder her, ſo wird $\delta = -\frac{rc}{nr - (n-1)c}$. Beym Glaſe iſt ſehr nahe der Exponent des Verhältniſſes der Refraction $n = \frac{3}{2}$, alſo $n - 1 = \frac{1}{2}$, und es wird alsdenn $\delta = -\frac{2rc}{3r - c}$. In Vergleichung mit r iſt c am gröſten, wenn das Glas eine ganze Kugel, und $c = 2r$ iſt: alſo wird für den jetzigen beſondern Fall allemahl δ oder AF negativ gefunden. Das heißt, F liegt hinter der Vorderfläche des Glaſes, und man findet ferner $GF = GA - AF = c - \frac{rc}{nr - (n-1)c}$ $= \frac{(n-1)(r-c)c}{nr - (n-1)c}$, alſo $\frac{FG}{AF} = \frac{(n-1)(r-c)}{r}$.

236. §.

Die Abmeſſungen einer erhabenen Glaslinſe ſind gegeben: man ſoll für den beſondern Fall die **Vergröſſerungszahl** finden, wenn

wenn das Auge in ihrer Axe ſeine Stelle unmittelbar an der Linſe hat.

Aufl. Weil die Winkel klein ſind, ſo iſt CGH $= n . CGK = n FGM$, und $FGM : FMG = MF : FG$; alſo $FMG = \frac{FG}{MF} FGM$ beynahe $= \frac{FG}{AF} FGM$. 118 Fig.

Das giebt $AFM = FGM + FMG = \left(1 + \frac{FG}{AF}\right)$ FGM, und man hat überdem $\frac{FG}{AF} = \frac{(n-1)(r-c)}{r}$ (235. §.); alſo $1 + \frac{FG}{AF} = \frac{nr-(n-1)c}{r}$, und $AFM = \frac{nr-(n-1)c}{r} . FGM$: mithin auch $FGM = \frac{r}{nr-(n-1)c} . AFM$. Weiter iſt $AFM = \frac{PL}{FP}$, alſo $FGM = \frac{r}{nr-(n-1)c} . \frac{PL}{FP}$, und man findet $CGH = \frac{nr}{nr-(n-1)c} . \frac{PL}{FP}$. Endlich iſt $PGL = \frac{PL}{GP}$, alſo findet man die Vergrößerungszahl $\frac{CGH}{PGL} = \frac{nr}{nr-(n-1)c} . \frac{GP}{FP}$.

Noch ſetze man $AP = a$, ſo iſt $GP = a + c$, und $FP = AP + AF = a + \frac{rc}{nr-(n-1)c}$ (235. §.)

 =

$= \frac{na(r-c)+(a+r)c}{nr-(n-1)c}$; alſo $\frac{GP}{FP} = \frac{(a+c)(nr-(n-1)c)}{na(r-c)+(a+r)c}$ und die Vergröſſerungszahl $\frac{CGH}{PGL} = \frac{nr(a+c)}{na(r-c)+(a+r)c}$, oder eben die

$$\text{Zahl} = \frac{nr(a+c)}{nr(a+c)-(n-1)(a+r)c}.$$

Setzt man dieſe Zahl $= m$, ſo iſt auch $m = 1 : \left(1 - \frac{n-1}{n} \cdot \frac{(a+r)c}{(a+c)r}\right)$. Soll das Object deutlich geſehen werden, ſo müſſen die von jedem Punct ins Auge kommenden Strahlen entweder völlig, oder beynahe parallel ſeyn, und a muß der Brennweite des Glaſes gleich ſeyn, wenn das Auge weitſichtig iſt.

Für eine ganze Kugel, wenn ihr Halbmeſſer $= r$ iſt, hat man die Brennweite $= \frac{(2-n)r}{2(n-1)}$. Dieſe $= a$ geſetzt giebt $\frac{a+r}{r} = \frac{n}{2(n-1)}$, alſo $\frac{n-1}{n} \cdot \frac{a+r}{r} = \frac{1}{2}$. Ferner iſt $c = 2r$, alſo $\frac{c}{a+c} = \frac{4(n-1)}{3n-2}$, und man findet für die Kugel $m = 1 : \left(1 - \frac{2(n-1)}{3n-2}\right)$ oder $m = \frac{3n-2}{n}$.

Iſt

Iſt es eine gläſerne Kugel, und $n = \frac{3}{2}$, ſo hat man $m = 3 - \frac{2}{n} = \frac{5}{3}$.

237. §.

Wenn die Reihe der mittlern Lichtkegel an einer von den Stellen des Auges O, O', O'' mit einer Ebene auf der Axe der Gläſer ſenkrecht geſchnitten wird; ſo verhält ſich der Halbmeſſer des Schnitts zum Oefnungshalbmeſſer des Objectivglaſes, wie der optiſche Winkel, unter welchem das Object ohne Gläſer aus der Mitte der Vorderfläche des Objectivs geſehen würde, zum optiſchen Winkel durch die Gläſer.

Beweis. 1.) Man ſchneide die mittlere Reihe 113 Fig.
der Lichtkegel an einer von den Stellen O, O′, O″, wo das Auge ſtehen muß, und ſetze den zu dieſem Schnitt gehörigen Halbmeſſer Oo, oder $O'o'$, oder $O''o''$, unbeſtimmt $= y$; ſo iſt vermöge des 217. §.

für zwey Gläſer

$$y = OG \,.\, \text{tang}\,OGq = \frac{bx}{\alpha\beta} l, \text{ und } \frac{bl}{\alpha\beta} = \frac{1}{m} (229\,§.)$$

alſo $y = \frac{x}{m}$;

für drey Gläſer

$$y = O'H \,.\, \text{tang}\,CHr = \frac{cbx}{\alpha\beta\gamma} l, \text{ und } \frac{cbl}{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{m}$$

(229. §.), alſo $y = \frac{x}{m}$;

für vier Gläſer

$y = O''I \,.\, \text{tang}\, DIr = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma\delta} l$, und $\frac{dcbl}{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{m}$,

alſo $y = \frac{x}{m}$, u. ſ. f.

In allen Fällen alſo $x = my$, wenn zwey oder mehr Gläſer zuſammen geordnet ſind, oder $y : x = 1 : m$, und $1 : m$ iſt das Verhältniß der erwehnten optiſchen Winkel. (224. §.)

115 Fig. 2.) Aber auch alsdenn, wenn das Object PL vom Auge in O nur durch eine Glaslinſe allein betrachtet wird, gilt eben der Satz. Der mittlere auffallende Kegel MPμ wird durch die Brechung in den Kegel M$p\mu$ verwandelt, wenn CM der Oefnungshalbmeſſer des Glaſes iſt. Man ſchneide den letztern durch O auf der Axe ſenkrecht, ſo iſt ON der Halbmeſſer des Schnitts, und der vorigen Bezeichnung gemäß CM $= x$, ON $= y$. Ferner iſt $y : x = Op : Cp$, und $Op : Cp = pCL : pOl$, alſo auch $y : x = pCL : pOl$. Wenn die Linſe eine ſehr geringe Dicke hat, wie es die 115te Figur vorausſetzt, ſo iſt es gleichviel, ob man ſich den Punct C in der Mitte der Linſe ſelbſt zwiſchen den beyden ſphäriſchen Flächen, oder in der Mitte der Vorderfläche vorſtellet.

In dem jetzt betrachteten Fall iſt die Vergröſſerungszahl $m = \frac{pOl}{pOL}$ (231. §.) und überdem OP . $pOL = CP \,.\, PCL$; oder $pOL = \frac{CP \,.\, PCL}{OP}$: alſo

iſt

iſt eben die Vergröſſerungszahl $m = \frac{OP \,.\, pOL}{CP \,.\, PCL}$,

folglich auch $m = \frac{OP}{CP} \cdot \frac{x}{y}$.

3.) In dem Fall, wenn das Auge ſeine Stelle in G unmittelbar an der Linſe hat, und der letztern Dicke nicht ſo ganz unbeträchtlich klein iſt, wie es die 118 Figur vorſtellet, muß die hintere Oefnung GN etwas gröſſer als die vordere ſeyn, wenn alles Licht was auf die vordere Fläche fällt, auch von der hintern durchgelaſſen werden ſoll. Zugleich iſt alsdenn die hintere Oefnung der Linſe einerley mit dem ſenkrechten Schnitt des ins Auge kommenden Lichtkegels. Der aus P auffallende Strahl PM ſchneide nach der erſten Brechung in die Lage MN rückwärts verlängert die Axe der Linſe in Π; ſo iſt beynahe $GN : AM = A\Pi + AG : A\Pi$, und $A\Pi = \frac{-nar}{(n-1)a - r} = \frac{nar}{r - (n-1)a}$, mithin $A\Pi +$ 118 Fig.

$$AG = \frac{nar}{r-(n-1)a} + c = \frac{na(r-c) + (a+r)c}{r-(n-1)a}.$$

Wird alſo $GN = y$, $AM = x$ geſetzt, ſo iſt $y : x = na(r-c) + (a+r)c : nar$.

Es iſt aber $PAL = \frac{a+c}{a} PGL$, folglich $\frac{PGl}{PAL} = \frac{a}{a+c} \cdot \frac{PGl}{PGL}$, und im 236. §. war $m = \frac{PGl}{PGL} = \frac{nr(a+c)}{na(r-c)+(a+r)c}$; mithin erhält

 man

man $\frac{PGl}{PAL} = \frac{nar}{na(r-c) + (a+r)c}$, folglich auch $y : x = PAL : PGl$.

Wenn man m ſtatt $\frac{PGl}{PGL}$ ſchreibt, ſo hat man $\frac{PGl}{PAL} = \frac{a}{a+c} \cdot m$, alſo auch $\frac{x}{y} = \frac{a \cdot m}{a+c}$, und $x = \frac{a}{a+c} \cdot my$, oder $m = \frac{a+c}{a} \cdot \frac{x}{y}$.

238. §.

Das Verhältniß der ſcheinbaren Klarheit des Objects durch die Gläſer geſehen zur Klarheit deſſelben ohne Gläſer geſehen für alle Fälle zu finden, es mag das Object nur durch eine Glaslinſe, oder durch mehrere betrachtet werden.

Aufl. Die ſcheinbare Klarheit verhält ſich jedesmahl, wie die ins Auge kommende Lichtmenge mit der Gröſſe des Bildes auf der Netzhaut dividirt, (159. §.) letztere iſt dem Quadrat des jedesmahligen Geſichtswinkels proportional, (151. §.) und dieſer iſt durch die Gläſer Mmahl gröſſer, als ohne Gläſer, alſo im Verhältniß M : 1. Wenn nun gleich alle Elemente des Objects gleich ſtark glänzend angenommen werden; ſo dürfte doch bey einem etwas groſſen Sehewinkel die Erleuchtung des Bildes auf der Netzhaut gegen den Umfang zu etwas kleiner als in der Mitte deſſelben ausfallen. Der Unterſcheid iſt indeſſen in den gewöhnlichſten Fällen ganz unbeträcht-

trächtlich, und es genüget hier ohnehin, wenn nur die ſcheinbare Klarheit derjenigen Stelle, die in der Mitte des Geſichtsfeldes liegt, welches man durchs Glas überſehen kann, mit der ſcheinbaren Klarheit eben dieſer Stelle ohne Glas geſehen verglichen wird.

Es ſey alſo PL ein Object, das durch eine Glas- 118
linſe BD geſehen wird, und von der Mitte ihrer Vor- Fig.
derfläche um den Abſtand AP $= a$ entfernt iſt. Man ſetze die halbe vordere Oefnung AM $= x$, und an der Stelle, wo das Auge ſteht, den Halbmeſſer vom ſenkrechten Schnitt des mittlern Strahlenkegels $= y$, das Licht mag übrigens nur in der einen Linſe BD, oder in mehrern hinter derſelben nach einander folgenden, gebrochen werden, bevor es ins Auge kommt. Ferner ſey der Halbmeſſer der Augenöfnung $= \omega$, die Entfernung in der das Auge ſonſt deutlich ſiehet, $= h$, die in der Entfernung h von dem mittelſten Element des Objects ohne Glas ins Auge kommende Lichtmenge = L, wenn eben daher durchs Glas in der Entfernung AP $= a$ von der Vorderfläche die Lichtmenge l ins Auge kommt. Die ſcheinbare Klarheit des mittelſten Elements aus der Stelle des Auges O durchs Glas geſehen ſey $= c$, und die ſcheinbare Klahrheit deſſelben Elements in der Entfernung h vom Ange ohne Glas geſehen = C. Wenn nun das Object aus der Stelle O durchs Glas geſehen m mahl gröſſer erſcheint, als ohne Glas in der gegebenen Entfernung k vom Auge, aber Mmahl gröſſer aus der Stelle O durchs Glas geſehen, als ohne Glas in der Entfernung h vom Auge; ſo iſt $M = \frac{h}{k} m$, und man hat $c : C = \frac{l}{M^2} : L$.

Um

Um hiernächſt das Verhältniß $l : L$ zu finden, ſetze man den Glanz oder die wirkliche Klarheit des Objects $= S$; ſo iſt $l = \frac{S \cdot P\pi \cdot x^2}{a^2}$, (24. §.) weil hier AM ſo klein angenommen wird, daß MP und AP $= a$ ſehr nahe gleich groß ſind. Nach eben der Regel iſt $L = \frac{S \cdot P\pi \cdot \omega^2}{h^2}$: alſo $l : L = \frac{x^2}{a^2} : \frac{\omega^2}{h^2}$, oder $l : L = \frac{h^2 x^2}{a^2} : \omega^2$, und daher ferner $c : C = \frac{h^2}{M^2} \frac{x^2}{a^2} : \omega^2$.

239. §.

115 Fig. In dem Fall, welchen die 115te Figur vorſtellet, wird angenommen, das Auge betrachte das Object PL in der Entfernung OP vom Auge durch eine Linſe AB, deren Dicke ſo klein iſt, daß ſie als verſchwindend betrachtet werden kann. Alsdenn iſt $a = CP$, $k = OP$, und $M = \frac{mh}{OP}$: alſo $c : C = \frac{OP^2}{CP^2} \cdot \frac{x^2}{m^2} : \omega^2$. In eben dieſem Fall iſt $\frac{OP}{CP} \cdot \frac{x}{m} = y$, (237. §. n. 2.) alſo $c : C = y^2 : \omega^2$. Wenn demnach die Oefnung des Glaſes ſo groß iſt, daß $y = \omega$ wird: ſo erſcheint das Object durchs Glas geſehen eben ſo helle, als es ohne Glas würde geſehen werden. Aber auch alsdenn, wenn die Oefnung des Glaſes ſo groß genommen

würde,

würde, daß $y > \omega$ ausfiele; ſo könnte doch c nicht gröſſer als C ausfallen. Denn nun käme nicht die ganze Lichtmenge l, ſondern nur ein Theil von ihr, der $= \frac{\omega^2}{y^2} l$ wäre, ins Auge, und es wäre $c : C = \frac{\omega^2}{y^2} \cdot \frac{l}{M^2} : L$, oder $c : C = \frac{\omega^2}{y^2} \cdot \frac{OP^2 \cdot x^2}{CP^2 \cdot m^2} : \omega^2$, d. i. $c : C = \omega^2 : \omega^2 = 1 : 1$.

240. §.

Der Fall, wenn das Auge in G unmittelbar an der Linſe befindlich, und die Dicke der Linſe nicht ſo unbeträchtlich iſt, daß man ſie als verſchwindend betrachten kann, kommt vornemlich vor, wenn die Linſe als Microſcop gebraucht wird. Alsdenn vergleicht man die Helligkeit, wie ſie durch die Gläſer erſcheint, mit der Helligkeit, wie ſie ohne Glas erſcheinen würde, wenn das Object um den Abſtand h etwa von 8 Zollen vom Auge entfernt wäre. Ueberdem iſt alsdenn $k = GP = a + c$, und $M = \frac{mh}{a+c}$, alſo $c : C = \frac{(a+c)^2 x^2}{m^2 a^2} : \omega^2$. Man hat aber in eben dieſem Fall $\frac{(a+c)x}{ma} = y$ (237. § n. 3) alſo iſt wiederum $c : C = y^2 : \omega^2$. 118 Fig.

241. §.

Es ſey nun die Glaslinſe P das Objectiv eines Fernrohrs, oder vielleicht eines aus mehrern hinter einander geſtellten Glaslinſen zuſammen geſetzten Microſcops; ſo läßt ſich die ſcheinbare Klarheit des 113 Fig.

durch

durch alle Gläſer geſehenen Objects mit der Klarheit deſſelben, wie ſie ohne Glas erſcheinen würde, nach eben der allgemeinen Regel des 238. §. vergleichen. Nur wird dabey der Lichtverluſt nicht in Betrachtung gezogen, der daher entſteht, weil keines von den Gläſern alles auffallende Licht durchläſſet, vielmehr jedes Glas einen Theil des auffallenden Lichts zurück wirft, oder ſonſt zerſtreuet. Es iſt $c : C = \frac{h^2 x^2}{M^2 a^2} : \omega^2$, und $M = \frac{mh}{k}$, alſo auch $c : C = \frac{k^2 x^2}{m^2 a^2} : \omega^2$. Wenn alsdenn das Auge an einer von den Stellen O, O′, O″, u. ſ. f. befindlich iſt, ſo ſiehet es das betrachtete Object $m$mahl gröſſer durch die Gläſer, als es daſſelbe aus der Mitte A des Objectivglaſes ſehen würde; (224. §.) alſo muß man $k = a$ ſetzen, und man erhält $c : C = \frac{1}{m^2} x^2 : \omega^2$. Auch in dieſem Fall iſt $\frac{1}{m} x = y$, (237. §.) alſo $c : C = y^2 : \omega^2$.

242. §.

Aus Vergleichung aller im 239. 240, 241. §. betrachteten Fälle ergiebt ſich, daß die Proportion $c : C = y^2 : \omega^2$ allgemein ſey, wenn nur jedesmahl y richtig gefunden wird. Der Augenöfnung Durchmeſſer 2ω fällt zwiſchen 1 und 3 Linien, (160. §.) alſo kann $2\omega = \frac{1}{10}$ Zoll als eine mittlere Gröſſe angenommen werden, welches $\omega = \frac{1}{20}$ Zoll giebt. Wird alsdenn auch y in Theilen eines Zolles ausgedrückt,

drückt, ſo erhält man $c = 400\,y^2 \,.\, C$, oder ſchlecht- hin $c = 400y^2$, wenn $C = 1$ geſetzt iſt.

Im 238. §. iſt $l = \frac{S\,.\,P\pi\,.\,x^2}{a^2}$ angenom- men, da ſtatt deſſen der Regel des 24. §. gemäß im Nenner PM ſtatt AP alſo $l = \frac{S\,.\,P\pi\,.\,x^2}{a^2 + x^2}$ hätte geſetzt werden ſollen. Wollte man in ſolchen Fällen, wenn etwa x gegen a nicht ſo gar klein wäre, wie es beym Microſcop der Fall ſeyn könnte, ſchärfer rech- nen; ſo könnte man den Winkel APM (118. Fig.) $= \psi$ ſetzen, und man hätte $PM = \surd\,(a^2 + x^2) = a\,\mathrm{ſec}\,\psi$; alſo fände man $c : C = \frac{h^2\,x^2}{M^2\,a^2\,\mathrm{ſec}\,\psi^2} : \omega^2$, und das würde im 241. §. $c : C = \frac{x^2}{m^2\,\mathrm{ſec}\,\psi^2} : \omega^2$ geben, oder $c : C = y^2\,\mathrm{coſ}\,\psi^2 : \omega^2$. 118 Fig.

Dies Verhältniß kommt mit demjenigen über- ein, welches H. Lambert im 817. §. der Photo- metrie findet: nach H. Klügel aber wäre $c : C = y^2\,\mathrm{coſ}\,\psi^2 : \omega^2\,\mathrm{coſ}\tfrac{1}{2}\,\psi^2$. (M. ſ. die Analytiſche Dioptrik 1 Th. 2. Abſch. 107. §. 36. Seite) H. Klügel bemerket ſelbſt in der beygefügten Anmer- kung die Verſchiedenheit von dem Lambertſchen Re- ſultat mit dem Zuſatz: er könne nicht ſagen, worin der Grund des Unterſchiedes etwa liegen möge. Die- ſer Grund iſt darin zu finden, daß H. Klügel bey ſeinen Schlüſſen a. a. O. im 105 und 106. §. die Schiefe des Ausflußwinkels nicht in Betrachtung ziehet, wie nach Hrn. Lambert geſchehen muß.

Uebri-

Uebrigens hat dieſe kleine Verſchiedenheit auf die Reſultate der folgenden Unterſuchungen weiter keinen Einfluß, weil auch ſelbſt bey Microſcopen x gegen a gewöhnlich ſo klein iſt, daß coſψ und nach H. Klügel auch coſ$\frac{1}{2}\psi$ von 1 nicht merklich verſchieden ſind: es bleibt vielmehr in allen Fällen bey der Proportion $c : C = y^2 : \omega^2$.

243. §.

Das erſte von den Naturforſchern gebrauchte Fernrohr beſtand aus zweyen Gläſern; das Objectiv war, wie es in jedem Fernrohr ſeyn muß, ein Sammlungsglas, das Ocular hingegen war ein Zerſtreuungsglas. **Galiläus** erfand die Einrichtung eines ſolchen Fernrohrs für ſich zum zweytenmahle, als im ihm Jahr 1609 war erzählt worden, daß ein Holländer dem Grafen Moritz von Naſſau ein optiſches Inſtrument überreicht hätte, wodurch man entfernte Gegenſtände ſo groß und deutlich, als wenn ſie in der Nähe wären, erblicken könnte: daher hat dies Fernrohr den Nahmen des **Galiläiſchen Fernrohrs** erhalten. Nach des **Borellus** Erzählung in der Abhandlung De vero teleſcopii inventore, Hagae 1655, in 4, iſt eigentlich **Zacharias Janſen** ein Brillenmacher in Middelburg der erſte Erfinder geweſen; die von ihm, auch bald nachher von andern, in Holland verfertigten Fernröhre, hatten wie das Galiläiſche ein hohles Augenglas, und um deßwillen heiſſen die Fernröhre von dieſer Einrichtung auch **holländiſche**. **Johann Kepler**, deſſen Nahme in der Geſchichte der optiſchen und aſtronomiſchen Wiſſenſchaften vorzüglich berühmt iſt, erklärte hiernächſt richtiger als **Galiläus** ſelbſt die

Wir-

Wirkung der damahls gebräuchlichen Fernröhre, und gab überdem noch andre Einrichtungen an, von welchen eine gröſſere Wirkung und mehr Bequemlichkeit beym Gebrauch zu erwarten war. Dahin gehört das aſtronomiſche Fernrohr, welches anſtatt des Hohlglaſes ein erhabenes Augenglas hat, und deßwegen den Nahmen des Sternrohrs erhielte, weil man es zur Betrachtung der Himmelskörper am dienlichſten fand. Kepler ſelbſt brachte indeſſen ſeine Theorie von dieſem Sternrohr nicht zur Ausübung, ſondern der Pater Scheiner, der in ſeiner Schrift: Roſa urſina 1630, davon eine Beſchreibung giebt.

244. §.

Der gröſte Abſtand um welchen ein Object höchſtens vom Auge einer Perſon entfernt ſeyn kann, wenn es noch deutlich geſehen werden ſoll, kann hier Kürze halber die Gränze des deutlichen Sehens heiſſen. Weil es weitſichtige und kurzſichtige Perſonen giebt; ſo iſt die Gränze des deutlichen Sehens nicht für alle Perſonen einerley, und ſie muß für jede Perſon als gegeben angeſehen werden, wenn für dieſe Perſon die Einrichtung eines optiſchen Vergröſſerungswerkzeuges gefunden werden ſoll. Hinführo werde ich allemahl dieſe Gränze des deutlichen Sehens $= D$ ſetzen.

245. §.

Die Entfernung $AE = a$ des Objects, 114
vom Vorderglaſe, und die Gränze des deut- Fig.
lichen Sehens $= D$, mit den Brennweiten p und q beyder zum Sternrohr gehörigen

Sammlungsgläſer ſind gegeben: man ſoll die Entfernung beyder Gläſer von einander finden, welche erfodert wird, damit das Object deutlich geſehen werde.

Aufl. In der 114 Figur ſtelle PP das Objectiv und QQ das Ocular des Sternrohrs vor, ſo wird die Vereinigungsweite AF $= \alpha = \frac{\delta p}{\delta - p}$ aus der Entfernung AE $= \delta$ und der Brennweite p des Objectivs gefunden. (121. §.) Die hinter dem Vereinigungspunct F auseinander gehenden auf das Augenglas QQ fallenden Strahlen müſſen in demſelben ſo gebrochen werden, als kämen ſie nach der Brechung aus einem Punct her, der um den Abſtand D vom Glaſe entfernt wäre, und mit F auf eben der Seite des Glaſes ſeine Stelle hätte. Hier wäre alſo D was α im 121. §. war mit dem entgegen geſetzten Zeichen, und b iſt, was im 121. §. δ war. In der allgemeinen Gleichung $\delta = \frac{\alpha f}{\alpha - f}$ (121. §.) ſetze man alſo $\delta = b$, $f = q$, und $\alpha = -D$, ſo findet man $b = \frac{Dq}{D+q}$. Aber die geſuchte Entfernung beyder Gläſer iſt $= \alpha + b =$ AB, alſo wird erfodert, daß AB $= \frac{\delta p}{\delta - p} + \frac{Dq}{D+q}$ ſey.

Wird das Fernrohr bey ſo ſehr weit entlegenen Gegenſtänden gebraucht, daß man δ in Vergleichung mit p als unendlich groß in Rechnung bringen kann, ſo iſt AB $= p + \frac{Dq}{D+q}$. Wenn überdem das Auge

ſo

ſo weitſichtig iſt, daß man D unendlich groß ſetzen kann, ſo iſt $AB = p + q$ die Summe beyder Brennweiten. Weil übrigens $\frac{D}{D+q} = 1 - \frac{q}{D+q}$ gefunden wird, ſo hat man auch $AB = \alpha + q - \frac{q}{D+q} \cdot q$. Für den weitſichtigen iſt $AB = \alpha + q$, der kurzſichtige aber muß dieſe Entfernung der Gläſer um das Stück $\frac{q}{D+q} \cdot q$ verkürzen.

246. §.

Für eben dies aſtronomiſche Fernrohr hat man aus dem 225. §. die Vergrößerungszahl $m = \frac{\alpha + b - q}{q}$, oder $\frac{\alpha}{q} - \frac{q-b}{q}$. Hier iſt $b = q - \frac{q}{D+q} \cdot q$, alſo $\frac{q-b}{q} = \frac{q}{D+q}$, und man erhält $m = \frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D+q}$. Der Weitſichtige erhält alſo etwas mehr Vergrößerung, als der Kurzſichtige: denn für den Weitſichtigen iſt $m = \frac{\alpha}{q}$, und bey ſehr weit entfernten Objecten $m = \frac{p}{q}$.

Aus dem Oefnungsmaaſſe π des Oculars und der Zahl m findet man dem 228. §. gemäß den ſcheinbaren Halbmeſſer des Geſichtsfeldes $\varphi = \frac{\pi}{m+1}$,

und daraus ferner die Entfernung des Auges vom Ocular BO $= \frac{\pi q}{m\varphi}$. Weil nun jene Gleichung $m\varphi = \frac{m\pi}{m+1}$ giebt, ſo hat man auch BO $= \frac{(m+1)q}{m}$ $= q + \frac{1}{m}q$: mithin kommt BO der Brennweite q des Oculars deſto näher, je mehr das Fernrohr vergröſſert. Wenn alsdenn x der Oefnungshalbmeſſer des Objectivglaſes iſt, ſo hat man für eben dies Sternrohr $y = \frac{1}{m}x$, (237. §.) alſo bey ſehr weit entfernten Objecten $y = \frac{q}{p}x$, und die Helligkeit des durchs Fernrohr betrachteten Objects $c = \frac{y^2}{\omega^2} . C = 400y^2 . C$. (242. §.) Aus den Brennweiten p und q der Gläſer, und ihren Oefnungshalbmeſſern x, πq, beſtimmt ſich demnach alles übrige, wenn auch die Entfernungen D und δ gegeben ſind.

247. §.

Das Galiläiſche Fernrohr unterſcheidet ſich von dem Sternrohr nur dadurch, daß das Ocular ein Zerſtreuungsglas iſt, und eine negative Brennweite hat. Wenn alſo im 245 und 246 §. die Brennweite q negativ genommen wird, ſo finden alle bewieſene Formuln auch beym Galiläiſchen Fernrohr ihre An-
120 wendung. Bey demſelben wird erfodert, daß AB $=$
Fig. $\frac{\delta p}{\delta - p} - \frac{D . q}{D - q}$ ſey; (245. §.) alſo für ſehr weit entlegene Gegenſtände AB $= p - \frac{D . q}{D - q}$, und wenn

es

es eine weitſichtige Perſon braucht, $AB = p - q$. Ueberhaupt wird erfodert, daß $AB = \alpha - q - \frac{q}{D-q} \cdot q$ ſey, und der Kurzſichtige muß die Entfernung der Gläſer von einander um das Stück $\frac{q}{D-q} \cdot q$ verkürzen.

Für eben das galiläiſche Fernrohr iſt die Vergrößerungszahl $m = -\frac{\alpha}{q} + \frac{q}{D-q}$, oder $m = -\left(\frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D-q}\right)$ (246. §.) allemahl negativ, und für den weitſichtigen $m = -\frac{\alpha}{q}$. Der negative Werth rührt daher, weil die Lage des Geſichtswinkels BOQ (120. Fig.) derjenigen entgegen geſetzt iſt, welche bey Aufſuchung der allgemeinen Formuln in der 114ten Figur iſt vorausgeſetzt worden.

Der Oefnungshalbmeſſer des Oculars ſey $= \Omega$, alſo $\Omega = \pi q$, ſo muß die Zahl $\pi = \frac{\Omega}{q}$ hier negativ in den Formuln angenommen werden, weil q negativ iſt, und Ω poſitiv bleibt. Wird alſo durch m die poſitive Zahl $\frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D-q}$ verſtanden, ſo iſt $\varphi = \frac{-\pi}{1-m} = \frac{\pi}{m-1}$, und $BO = -\frac{\Omega}{m\varphi}$. Setzt man ſtatt π den Werth $\frac{\Omega}{q} = \frac{m\Omega}{p}$, ſo iſt auch $\varphi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\Omega}{p}$.

Der negative Werth von BO zeigt an, daß die Hauptſtrahlen nach ihrer Brechung im Augenglaſe keinen phyſiſchen Vereinigungspunct in der Axe haben, wo das Auge ſeine Stelle haben könnte, um alle aufzufangen; daß ſie aber rückwärts verlängert
120 die Axe in einer Stelle O zwiſchen beyden Gläſern
Fig. ſchneiden würden.

Wenn alsdenn das Auge unmittelbar am Augenglaſe ſo ſteht, daß die Augenaxe mit des Fernrohrs Axe zuſammen fällt; ſo kann es von den Hauptſtrahlen, die aus O herzukommen ſcheinen, nur ſoviele faſſen, als auf einen kreisförmigen Raum des Augenglaſes fallen, deſſen Halbmeſſer BQ der Oefnung des Sterns im Auge gleich iſt. Demnach genügt es, wenn Ω dem Halbmeſſer der Augenöfnung gleich gemacht wird, der etwa $\frac{1}{20}$ Zoll beträgt. (242. §.) Daraus giebt ſich alsdenn $\pi = \frac{\Omega}{q}$, und $\varphi = \frac{\pi}{m-1}$.
Für die Helligkeit bleibt $y = \frac{1}{m}x$, und $c = \frac{y^2}{\omega^2}\,.\,C$.

248. §.

120 Um den äuſſerſten Punct e des Objects durch das
Fig. Galiläiſche Fernrohr zu ſehen, wird eben nicht nothwendig erfodert, daß der Hauptſtrahl eAQ ins Auge komme: das Auge empfindet e ſchon vermittelſt einiger von den äuſſerſten Strahlen, wie epq. Wenn alſo BQ $= \Omega$ auch etwas gröſſer, als der Halbmeſſer der Augenöfnung genommen wäre, ſo könnte doch vielleicht das Auge noch ein Geſichtsfeld überſehen, deſſen Halbmeſſer $= \frac{\Omega}{q\,(m-1)}$ wäre, wenn nur Bq

den

den Halbmeſſer der Augenöfnung nicht überträfe. Weil nun *Bq* deſto kleiner ausfällt, je gröſſer *Ap* iſt, ſo trägt die Gröſſe vom Oefnungshalbmeſſer des Objectivs auch etwas zur Vergröſſerung des Geſichtsfeldes bey. Gegen den Rand zu ſcheint zwar das Geſichtsfeld, was man ſo überſiehet, wenn der Mittelpunct des Augenſterns in der Axe des Fernrohrs liegt, weniger helle, als in der Mitte: man kann aber auch dieſe Stellen im Geſichtsfelde heller ſehen, wenn man das Auge ein wenig über der Fläche des Oculars gegen den Rand zu bewegt.

249. §.

Das Kepleriſche Sternrohr würde auch bey Gegenſtänden auf der Erde gut zu gebrauchen ſeyn, wenn es nicht die Unbequemlichkeit hätte, daß es die Sachen verkehrt darſtellte. Bey den Objecten am Himmel merkt man dieſe Unbequemlichkeit ſo ſehr nicht, weil ſie wie runde Scheiben erſcheinen: allein beym Gebrauch des Fernrohrs auf der Erde iſt es unſtreitig beſſer, wenn es die Sachen aufrecht darſtellet. In ſolcher Abſicht könnte man es aus dreyen Sammlungsgläſern PP, QQ, RR, ſo zuſammen ſetzen, 113
daß nicht allein das erſte Glas PP in F*f*, ſondern auch 114
das zweyte QQ in G*g* ein wirkliches phyſiſches Bild Fig.
zuwege brächte. Alsdann müſte das Auge in O′ ſeine Stelle haben, woſelbſt es den Punct *e* nach der Richtung O′R oberhalb der Axe ſehen würde. Man hat aber dieſe Anordnung aus Gründen, die weiter unten allererſt ins Licht geſetzt werden können, nicht vortheilhaft befunden. Beſſere Dienſte leiſtet das vom Pater Rheita angegebene **Erdfernrohr**, wobey vier

Sammlungsgläſer der ſogleich folgenden nähern Anleitung gemäß, zuſammen geordnet werden.

250. §.

121 Fig. Das Objectivglas PP mit dem erſten Augenglaſe QQ allein verbunden würde ſchon ein Sternrohr ausmachen, beyder Entfernung von einander AB müſte alsdenn $= \alpha + \frac{Dq}{D+q}$ ſeyn, wenn D die Gränze des deutlichen Sehens iſt. (245. §.) Zugleich wird $FB = b = \frac{Dq}{D+q} = q - \frac{q}{D+q} \cdot q$, $BO = \frac{\pi q}{m\varphi}$ $= q + \frac{1}{m} q$, und die Vergröſſerungszahl wäre $m = \frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D+q}$. (246. §.) Die mit b zuſammengehörige Vereinigungsweite β, welches BG in der 113 u. 114 Figur war, iſt $= \frac{bq}{b-q}$, mithin für den jetzigen Fall $\beta = - \frac{b\,(D+q)}{q}$ negativ, und G liegt vor dem Glaſe QQ auf eben der Seite, wo das Object befindlich iſt, nach E hin. Für weitſichtige iſt D ſo gut als unendlich groß, und alle aus einerley Punct des Objects kommende Lichtſtrahlen werden nach der Brechung im zweyten Glaſe QQ unter ſich entweder völlig oder doch ſehr nahe parallel. Für kurzſichtige müſſen ſie ein wenig aus einander fahren. Es ſey nun das eine oder das andre, ſo werden die aus einerley Punct des Objects kommenden Strahlen nach der Brechung im dritten Glaſe RR in der Entfernung $CH = \gamma$ wieder vereiniget, aus H fallen ſie

ſie divergent auf das vierte Glas SS, hinter demſelben ſoll ſie das Auge auffangen, alſo wird erfodert, daß $HD = d = \frac{D \cdot s}{D + s} = s - \frac{s}{D + s} \cdot s$ ſey. Nach den allgemeinen Formuln, wobey die 113 und 114 Figur zum Grunde gelegt ſind, wäre BC $c + \beta$, alſo iſt hier $BC = c - \frac{b(D + q)}{q}$, und man erhält $c = CG = BC + \frac{b(D+q)}{q}$. Aus dieſer Entfernung $CG = c$ hat man $CH = \gamma = \frac{c \cdot r}{c - r}$, alſo $CD = CH + DH = \gamma + s - \frac{s}{D + s} \cdot s$.

Alle durch die Mitte A des Objectivglaſes laufende Hauptſtrahlen laufen nach der Brechung im zweyten Glaſe QQ in O zuſammen in der Entfernung $BO = q + \frac{1}{m}q$; aus O fallen ſie divergent auf das Glas RR, und würden, wie es die 113 u. 114 Fig. vorſtellen, in einem Punct O′ vereiniget werden in der Entfernung $CO' = \frac{CO \cdot r}{CO - r}$. Wenn alsdenn aber $CO = r$, alſo CO der Brennweite des Glaſes R gleich iſt, ſo haben die Hauptſtrahlen nach der Brechung im dritten Glaſe keinen Vereinigungspunct, und laufen mit der Axe des Fernrohrs parallel. Eben dieſe parallelen Hauptſtrahlen fängt das vierte Glas SS auf, und vereiniget ſie in O″, ſo daß DO″ der Brennweite s des Glaſes SS gleich wird. Der aus e kommende Hauptſtrahl ſchneidet alſo bey O″ die

Axe unter dem Winkel DO″S, unter demſelben wird das Object aus O, und zwar in aufrechter Stellung geſehen, weil der Strahl SO″ ſo ins Auge kommt, als käme er von einem Punct oberhalb der Axe, woſelbſt auch *e* wirklich befindlich iſt.

251. §.

Für drey Gläſer wäre die Vergrößerungszahl $m' = \frac{\alpha\beta}{br} + \frac{c-r}{r} \cdot m$, die Zahl $m = \frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D+q}$ geſetzt: für alle vier Gläſer aber wäre die Vergrößerungszahl $m'' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs} + \frac{d-s}{s} \cdot m'$. (225. §.) Hier iſt nun $\frac{\beta}{b} = -\frac{D+q}{q}$ negativ, alſo $m' = \frac{c-r}{r} \cdot m - \frac{\alpha(D+q)}{qr}$; auch iſt $b = \frac{Dq}{D+q}$, alſo $\frac{b(D+q)}{q} = D$. Ferner iſt BC $= c - \frac{b(D+q)}{q}$, oder BC $= c - D$ (250. §.) und überdem BC $=$ BO $+$ OC $= q + \frac{1}{m}q + r$; alſo $c - D = q + \frac{1}{m}q + r$, und $(c-r)\,m = (D + q)\,m + q = \frac{\alpha(D+q)}{q} - q + q$. Demnach iſt $m' = 0$, und man erhält $m'' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcs}$. Es war aber

$\beta =$

$\beta = - \frac{b(D+q)}{q}$ und $c = D + q + \frac{1}{m}q + r$,

alſo wird $m'' = - \frac{\alpha}{q} \cdot \frac{\gamma}{s} \cdot \frac{D+q}{D+q+\frac{1}{m}q+r}$.

Bey der Anordnung für weitſichtige iſt D alſo auch c unendlich und $\gamma = r$, mithin wird alsdenn $m'' = - \frac{\alpha}{q} \cdot \frac{r}{s}$; und wenn die Brennweiten r und s, der beyden letzten Gläſer gleich ſind, ſo iſt $m'' = - \frac{\alpha}{q}$. Weil der optiſche Winkel unter welchem man das Object durch die Gläſer ſiehet, alsdenn in den allgemeinen Formuln, wobey die 113 und 114 Figur zum Grunde gelegt ſind, poſitiv vorkommt, wenn derſelbe beym zweyten und vierten Glaſe, wie BOQ, DO″S, unter der Axe liegt; ſo wird derſelbe negativ, wenn er in dieſen Fällen oberhalb der Axe fällt, und das Object aufrecht geſehen wird. Eben darum wird auch m'' hier negativ, weil φ allemahl als poſitiv in Rechnung kommt.

Aus dieſem Halbmeſſer φ des Geſichtsfeldes findet man die deshalb nöthigen Oefnungshalbmeſſer der Augengläſer vermittelſt der im 222. §. gefundenen Gleichungen. Es iſt $x' = AB \cdot \varphi = (\alpha + b)\varphi$, hier alſo $x' = \left(\alpha + \frac{Dq}{D+q}\right)\varphi$. Ferner iſt hier $BC - BO = CO = r$, $BO = q + \frac{1}{m}q$, alſo $x'' = \frac{r}{q+\frac{1}{m}q} \cdot x' = \frac{r}{q+\frac{1}{m}q} \cdot \left(\alpha + \frac{Dq}{D+q}\right)\varphi$, und eben ſo groß auch x'''. Weil nemlich

nemlich hier CO′ unendlich groß iſt, ſo wird $x''' = - x''$ gefunden, und das Zeichen − rührt nur daher, weil in der 113 und 114 Figur das poſitive DS unter der Axe liegt, hier aber in der 121 Figur DS oberhalb der Axe fällt. Wenn alle drey Augengläſer gleiche Brennweiten haben, und wenn alsdenn die Zahl $m = \frac{\alpha}{q} - \frac{q}{D + q}$ einigermaſſen groß iſt, ſo wird auch ſehr nahe $x'' = x'$, und alle drey Gläſer müſſen gleiche Oefnungen haben. Um die Helligkeit zu meſſen, iſt $y = \frac{1}{m''} x$, und $c = \frac{y^2}{\omega^2} . C$.

252. §.

Je kleiner bey Anordnung des Galiläiſchen Fernrohrs oder des kepleriſchen Sternrohrs die Brennweite des Oculars in Vergleichung mit der Brennweite des Objectivs ſeyn kann, deſto anſehnlicher iſt die Vergröſſerung. Auch gilt eben daſſelbe von dem zuletzt beſchriebenen Erdfernrohr, wenn die drey Augengläſer wie gewöhnlich gleiche Brennweiten haben. Würden alle Lichtſtrahlen nach ihren Brechungen in jedem Glaſe aufs vollkommenſte in den Sammlungspuncten vereiniget, welche die bisherigen Rechnungen vorausſetzen, ſo könnte man mit einem Fernrohr von ganz mäßiger Länge eine überaus anſehnliche Vergröſſerung zuwege bringen. Weil jedoch bey gleicher Oefnung des Objectivglaſes die Helligkeit deſto kleiner ausfällt, je anſehnlicher die Vergröſſerungszahl ſeyn ſoll; ſo müſte man ſeine Frey-

heit

heit haben, den Oefnungshalbmeſſer x ſo groß zu nehmen, als man für gut fände. Wenn ferner Brennweite und Oefnung des Oculars einerley bleibt, ſo wird auch das Geſichtsfeld deſto kleiner, je gröſſer des Objectivs Brennweite in Vergleichung mit der Brennweite des Oculars, je beträchtlicher alſo die Vergröſſerung iſt. Demnach müſte man auch des Geſichtsfeldes halber den Ocularen hinlänglich groſſe Oefnungen geben können. Allein hiebey iſt man um deßwillen ſehr eingeſchränkt, weil wegen der Kugelgeſtalt nicht einmahl alle Lichtſtrahlen von gleicher Brechbarkeit in einerley Sammlungspunct vereiniget werden. Auch kommt hiezu fürs zweyte noch die verſchiedene Brechbarkeit der ungleichartigen Lichtſtrahlen, weswegen ſogar nur diejenigen Strahlen, welche ſich nach einerley Brechungsverhältniß richten, einen eigenen Vereinigungspunct haben. Daher liegen von jedem Gegenſtande unzählig viele Bilder hinter einander, und kein Bild, das eine ſphäriſche Glaslinſe für ſich allein macht, iſt vollkommen deutlich.

Dieſe von der verſchiedenen Brechbarkeit der ungleichartigen Lichtſtrahlen herrührende Undeutlichkeit geht deſto weiter, je gröſſer die Brennweite, und mit derſelben jede andre Vereinigungsweite der Linſe iſt. Vermöge der allgemeinen Formul $f = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$ iſt die Brennweite deſto kürzer, je gröſſer der Exponent n des Brechungsverhältniſſes iſt, und die Vereinigungsweite $\alpha = \frac{\delta f}{\delta - f}$ iſt deſto

ſto kleiner, je kleiner die Brennweite f iſt: alſo müſſen f und α auch bey einer geringen Verſchiedenheit der Zahl n ſchon merklich ungleich ausfallen.

Der XIV. Abſchnitt.

Die Zerſtreuung der in Glaslinſen gebrochenen Strahlen wegen ihrer ungleichen Brechbarkeit.

253. §.

123 Fig. Wenn PP eine Glaslinſe EG ihre Axe vorſtellt, und E ein Punct in der Axe iſt, der den Strahlenkegel PEP auf das Glas ſendet; ſo werden die dazu gehörigen Lichtſtrahlen bey der Brechung im Glaſe zugleich auf folgende Art zerſtreuet. Die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit ſammlen ſich in einem eigenen Vereinigungspunct F, die am wenigſten brechbaren Strahlen aber in einem von der Linſe weiter entfernten Punct G, und die am meiſten brechbaren in einem Punct H, welcher der Linſe näher als F liegt. Nun heiſſen FG und FH die Längenabweichungen der Strahlen von der kleinſten und gröſten Brechbarkeit. Wenn FG und FH ſehr klein ſind, ſo ſind die Winkel AGP und AHP ſehr nahe gleich groß, und die kleinen Dreyecke GHK, GHk, werden gleichſchenklicht. Sind alsdenn auch FG und FH gleich groß, ſo ſtehen FK und Fk auf GH ſenkrecht, daß alſo Kk als eine grade auf HG in F ſenkrechte Linie angeſehen werden kann. Die Linie

Linie FK heißt die Seitenabweichung, und ein Kreis aus dem Mittelpunct F mit dem Halbmeſſer FK in der auf AG ſenkrechten Ebene beſchrieben, heißt der **Abweichungskreis.** Der Winkel FPH, oder der ihm faſt gleiche Winkel FPG kann der **Abweichungswinkel** heiſſen.

254. §.

Wenn eine wie ſonſt gewöhnlich mit einem Buchſtaben bezeichnete Gröſſe um eine gewiſſe Differenz wächſt oder abnimmt, ſo bezeichnet man dieſe Differenz dadurch, daß man demſelben Buchſtaben, welcher den Werth der Gröſſe vor der Aenderung ausdrückte, ein *d* vorausſetzt. Alsdenn iſt das *d* ein ähnliches Zeichen, wie das *l* den Logarithmen einer Gröſſe, das $\surd$ die Wurzel aus einer Gröſſe bezeichnet. Man ſchreibt *dm*, *dn*, und muß nicht leſen *d* mit *m* oder mit *n* multiplicirt, vielmehr muß man die Differenz verſtehen, um welche *m* oder *n* bey einer vorgegangenen Aenderung gröſſer oder kleiner geworden iſt. Wenn eine ſolche Differenz ſo ſehr klein iſt, daß man ihre höhern Potenzen ohne merklichen Fehler in der Rechnung weglaſſen kann, ſo heißt ſie hier ein **Differential.** Es hat freylich in der höhern Mathematik mit den Differentialien ſonſt noch eine andre Bewandniß: hier aber kommen ſie in dem angezeigten Sinne nur vor. Der Gebrauch des Nahmens und des Zeichens wird zur bequemen Abkürzung des Vortrages bey den folgenden Unterſuchungen dienen.

Man ſetze daß AF $= \alpha$ die Vereinigungsweite der Strahlen von mittlerer Brechbarkeit ſey, für welche das Verhältniß der Refraction $= n : 1$ iſt.

Für

Für Strahlen welche am wenigſten brechbar ſind, ſey es $= n - dn : 1$, ſo wird $\alpha + d\alpha$, aus α, wenn $n - dn$ ſtatt n geſetzt wird, und hier iſt $d\alpha =$ FG. Eben ſo wird $\alpha - d\alpha$ aus α, wenn $n + dr$ ſtatt n geſetzt wird, und man hat hier auch $- d\alpha =$ FH.

255. §.

Wenn beyde Factoren eines Products pq **um ihre Differentialien** dp **und** dq **wachſen; ſo iſt das Differential des Products** $d.pq = pdq + qdp$.

Beweis. Es iſt $(p + dp)(q + dq) = pq + pdq + qdp + dp . dq$, alſo $(p + dp)(q + dq) - pq = pdq + qdp$, weil der Vorausſetzung gemäß das Product $dp . dq$ ohne merklichen Fehler wegbleiben kann.

256. §.

Wäre nur der eine Factor q veränderlich, ſo hätte man $d . pq = pdq$. Denn es iſt $p(q + dq) = pq + pdq$, alſo $p(q + dq) - pq = pdq$. Eine Gröſſe die ſich nicht zugleich mit ändert, wenn eine oder mehr andre Gröſſen Aenderungen leiden, betrachtet man hier als eine **beſtändige Gröſſe**; ihr Differential iſt alsdenn $= 0$. Setzt man im vor. §. $dp = 0$, das heißt, nimmt man p als beſtändig an, ſo findet man auch $d . pq = pdq$.

257. §.

Wenn Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{p}{q}$ **veränderlich ſind, ſo iſt** $d . \frac{p}{q} = \frac{qdp - pdq}{qq}$.

Beweis.

Beweis. Es ſey $\frac{p}{q} = Q$, ſo iſt $p = Q \cdot q$ und $dp = Qdq + qdQ$, alſo $qdQ = dp - Qdq$, und man findet $dQ = \frac{dp}{q} - \frac{Qdq}{q}$, oder $d \cdot \frac{p}{q} = \frac{dp}{q} - \frac{pdq}{qq} = \frac{qdp - pdq}{qq}$.

Wenn p allein ſich änderte, ſo wäre $d \cdot \frac{p}{q} = \frac{dp}{q}$. Wenn ſich aber allein q änderte, ſo wäre $d \cdot \frac{p}{q} = -\frac{pdq}{qq}$.

258. §.

Wenn beyde Factoren eines Products veränderlich und gleich groß ſind, alſo das Product, wie p^2 als die zweyte Potenz der Größe p zu betrachten iſt, ſo hat man $d \cdot p^2 = 2pdp$; (256. §.) alſo $d \cdot p^3 = 3p^2 dp$, und überhaupt $d \cdot p^n = np^{n-1} dp$.

259. §.

Wenn p die Brennweite einer Linſe für das Brechungsverhältniß $n : 1$ iſt, ſo hat man $dp = -\frac{pdn}{(n-1)}$ für das Brechungsverhältniß $n + dn : 1$.

Beweis. Wenn r, ϱ, die Halbmeſſer der vordern und hintern Fläche der Linſe ſind, ſo hat

 man

man $p = \frac{r\varrho}{(n-1)(r+\varrho)}$, alſo iſt $(n-1)\,p = \frac{r\varrho}{r+\varrho}$ eine beſtändige Gröſſe, wenn gleich n um dn wächſt, und zugleich p um dp abnimmt. Demnach iſt $(n-1)\,dp + pdn = 0$, mithin $dp = \frac{-pdn}{n-1}$.

Schreibt man $n - dn$ ſtatt n in dem Werth von p, alſo $- dn$ ſtatt $+ dn$ in dem Werth von dp; ſo hat man $dp = \frac{pdn}{n-1}$. Dies Differential iſt dem vorigen
123 Fig. entgegen geſetzt, ſonſt aber demſelben gleich. Wenn alſo AF die Brennweite der Linſe PP für das Brechungsverhältniß $n : 1$ iſt, AH, AG, aber ihre Brennweiten für die Brechungsverhältniſſe $n + dn : 1$ und $n - dn : 1$; ſo iſt FH = FG, und was im 253. §. aus dieſer Vorausſetzung vorläufig geſchloſſen ward, findet ſeine Anwendung.

260. §.

Wenn die Vereinigungsweite α mit der Entfernung δ und dem Brechungsverhältniſſe $n : 1$ zuſammen gehört; ſo iſt $d\alpha = \frac{\alpha\alpha}{pp} dp = - \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$, wenn $n + dn$ ſtatt n gebraucht wird.

Beweis. Es iſt $\frac{1}{p} = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$, (121. §.) alſo $- \frac{dp}{pp} = - \frac{d\alpha}{\alpha\alpha}$, (257. §.) und das giebt $d\alpha$

=

$$= \frac{\alpha\alpha}{pp} dp = - \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}.$$

Brauchte man $n - dn$ ſtatt n, ſo würde man $d\alpha = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$ erhalten, und dies Differential iſt wiederum dem vorigen gleich und entgegen geſetzt. Wenn demnach AF $= \alpha$ die Vereinigungsweite für 123
die Entfernung δ und das Brechungsverhältniß $n : 1$ Fig.
iſt, AG, AH, aber dieſe Vereinigungsweiten für die Verhältniſſe $n - dn$ und $n + dn$ ſind; ſo iſt FG $=$ FH. Dieſemnach liegen FK, Fk, in grader Linie, die AG ſenkrecht ſchneidet, (253. §.) und Kk ſtellet den Durchmeſſer des Abweichungskreiſes vor, auf deſſen Ebene die Axe des Glaſes ſenkrecht iſt.

261. §.

Wenn alle Strahlen von der mittlern Brechbarkeit in F zuſammen laufen, ſo iſt dagegen G für die am wenigſten und H für die am meiſten brechbaren Strahlen der Vereinigungspunct. Die Strahlen von andern Arten vereinigen ſich in Puncten zwiſchen F und G oder F und H; übrigens aber gehen doch alle zum Kegel PEP gehörige auf die Linſe fallenden Strahlen nach ihrer Brechung durch den mit FK um F beſchriebenen auf AG ſenkrechten Kreis. Die mittlern Strahlen ſind im Mittelpunct deſſelben vereiniget, und die äuſſerſten auf der ganzen Fläche ausgebreitet: die übrigen nehmen darauf einen deſto gröſſern mit jenem Kreiſe concentriſchen kreisförmigen Raum ein, je mehr ſie in Anſehung der Brechbarkeit von den mittlern abgehen.

262. §.

123 Fig. Wenn $AP = x$ der Oefnungshalbmeſſer für die Glaslinſe iſt, ſo iſt der Halbmeſſer des Abweichungskreiſes $FK = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha}{p} \cdot x$.

Beweis. Es iſt AG : AP = FG : FK, und AG ſehr nahe = AF = α, alſo $\alpha : x = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$: FK, woraus ſogleich FK $= \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha}{p} \cdot x$ folgt.

263. §.

Nach Newtons Verſuchen, und für ſolche Glasarten, als Newton dabey gebraucht hat, iſt das Brechungsverhältniß der mittlern Strahlen = 1,55 : 1, und das ſind die grünen ſchon ins blaue fallenden Strahlen. Wenn alſo dies Verhältniß durch $n : 1$ bezeichnet wird; ſo hat man für die rothen Strahlen das Brechungsverhältniß $n - \frac{1}{100} : 1$, und für die violetten $n + \frac{1}{100} : 1$, mithin $dn = \frac{1}{100}$, und $\frac{dn}{n-1} = \frac{1}{55}$. Das giebt $dp = \pm \frac{1}{55} p$, (259. §.) alſo $d\alpha = \pm \frac{1}{55} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$, (260. §.) und FK $= \frac{1}{55} \cdot \frac{\alpha}{p} \cdot x$.

264. §.

Die Brechungsverhältniſſe für die Strahlen von verſchiedenen Farben, wie ſie nach der Ordnung folgen, hat H. Newton (Optices L. I. P. II. Prop. 3.) von der Gröſſe befunden, wie ſie die folgenden Zahlen angeben:

Bre-

Brechungsverhältniſſe					
der rothen	—	zwiſchen	77 : 50	oder	1,5400 : 1
		und	$77\frac{1}{8}$: 50		1,5425 : 1
— dunkelgelben	—	zwiſchen	$77\frac{1}{8}$: 50	oder	1,5425 : 1
		und	$77\frac{1}{5}$: 50		1,5440 : 1
— hellgelben	—	zwiſchen	$77\frac{1}{5}$: 50	oder	1,5440 : 1
		und	$77\frac{1}{3}$: 50		1,5467 : 1
— grünen	—	zwiſchen	$77\frac{1}{3}$: 50	oder	1,5467 : 1
		und	$77\frac{1}{2}$: 50		1,5500 : 1
— himmelblauen	—	zwiſchen	$77\frac{1}{2}$: 50	oder	1,5500 : 1
		und	$77\frac{2}{3}$: 50		1,5533 : 1
— dunkelblauen	—	zwiſchen	$77\frac{2}{3}$: 50	oder	1,5533 : 1
		und	$77\frac{7}{9}$: 50		1,5555 : 1
— violetten	—	zwiſchen	$77\frac{7}{9}$: 50	oder	1,5555 : 1
		und	78 : 50		1,5600 : 1

Nimmt man eins von dieſen Verhältniſſen nach Gefallen für das mittlere $n : 1$ an, ſo kann man ein Paar andre davon auf beyden Seiten gleich weit abweichende Verhältniſſe durch $n + dn : 1$, und $n - dn : 1$ verſtehen, und die bisherigen Schlüſſe darauf anwenden. Setzt man die mittlern Strahlen genau in die Mitte zwiſchen den orangefarbenen und gelben, für welche die Verhältniſſe 1,5425 : 1 und 1,5467 : 1 gelten, ſo iſt das mittlere Verhältniß 1,5446 : 1. Nimmt man alsdenn erſtlich $dn = \pm 0,0021$, ſo hat man alle orangefarbenen und gelben Strahlen in dem Abweichungskreiſe. Setzt man ferner $dn = \pm 0,0033$, ſo kommt die helleſte Hälfte der rothen und grünen Strahlen hinzu. Wird endlich auch $dn = \pm 0,0046$ geſetzt, ſo ſind zugleich die rothen und faſt alle grünen Strahlen darin begriffen.

265. §.

124 Fig. Der um F beſchriebene Kreis Kk ſtelle den Abweichungskreis vor, ſo ſind die mittlern Strahlen alle in F vereiniget, die von den beyden äuſſern Arten ſind über den ganzen Kreis vertheilt, jede von den übrigen Arten iſt in einem mit den vorigen concentriſchen Kreiſe wie BC ausgebreitet, und zwar gleichförmig, wofern man annehmen kann, daß jede dieſer Arten beym Auffallen auf die Glaslinſe über derſelben gleichförmig vertheilt ſey. Man muß ſich übrigens eine unzählige Menge concentriſcher Lichtkreiſe paarweiſe vorſtellen, deren Halbmeſſer nach und nach gröſſer werden, ſo wie man dn gröſſer annimmt, und in jedem dieſer Kreiſe iſt die dazu gehörige Art der Strahlen gleichförmig verbreitet.

Nun war der allgemeine Ausdruck für den Halbmeſſer des Abweichungskreiſes $FK = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha}{p} \cdot x$, (262. §.) alſo für einen ſehr weit entfernten Gegenſtand $FK = \frac{dn}{n-1} \cdot x$. Setzt man nun, wie am Ende des vor. §. angenommen ward, $n = 1{,}5446$, und hiernächſt nach und nach $dn = 0{,}0021$, $dn = 0{,}0033$, $dn = 0{,}0046$; ſo hat man im erſten Fall für einen ſehr entfernten Gegenſtand den Halbmeſſer des Abweichungskreiſes $= \frac{21}{5446} x$, im zweyten Fall $= \frac{33}{5446} x$, im dritten Fall $= \frac{46}{5446} x$. Aus F beſchreibe man mit den Halbmeſſern 21, 33, 46, die Kreiſe

125 Fig. AA, BB, CC, ſo ſind in AA alle gelben und orangefarbenen nebſt einem Theil der übrigen enthalten; die helleſte Hälfte der rothen und grünen erſtreckt ſich bis an den Umfang BB, die übrigen rothen und faſt alle grünen bis an CC.

266. §.

Zwey Linſen von verſchiedenen Glasarten *PP*, *QQ*, haben die gemeinſchaftliche Axe *AB*, und die vordere fångt den aus einem Punct *E* der Axe kommenden Lichtkegel *pEp* auf; fůr das vordere Glas iſt das mittlere Brechungsverhåltniß $n : 1$, fůr das hintere $n' : 1$, $AF = \alpha$, $BG = \beta$, ſind die Vereinigungsweiten fůr die mittlern Strahlen: man ſoll das $d\beta$ finden, um welches ſich BG åndert, wenn $n + dn$ ſtatt n, und $n' + dn'$ ſtatt n' geſetzt wird. 113 Fig.

Aufl. Es iſt $\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q}$, (121. §.) alſo $\frac{db}{bb} + \frac{d\beta}{\beta\beta} = \frac{dq}{qq}$, und man erhålt $d\beta = \left(\frac{dq}{qq} - \frac{db}{bb}\right)\beta\beta$. Ferner iſt $\alpha + b = \mathrm{AB}$ unverånderlich,

alſo $db = - d\alpha = + \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha\alpha}{p}$ (260. §.)

und $dq = - \frac{dn'}{(n'-1)} q$. (259. §.) Werden dieſe Werthe ſtatt db und dq geſetzt, ſo erhålt man $d\beta = - \left(\frac{dn'}{(n'-1)q} + \frac{dn}{(n-1)p} \cdot \frac{\alpha\alpha}{bb}\right)\beta\beta$, oder $d\beta$

$$= - \left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{q}\right)\frac{\alpha^2 . \beta^2}{b^2}.$$

267. §.

Wenn zu den beyden Glåſern PP, QQ, noch das dritte RR hinzu kommt, das mittlere Brechungs- 113 Fig.

 ver-

verhältniß für dieſes dritte Glas aber n'' : 1, und die Vereinigungsweite CH $= \gamma$ iſt: ſo hat man $d\gamma = -\left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{bb\ cc}{\alpha\alpha\beta\beta} \cdot \frac{1}{r}\right) \frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2}{b^2 c^2}$. Auch wenn das vierte Glas SS hinzu kommt, für daſſelbe aber das mittlere Brechungsverhältniß n''' : 1, und DI $= \delta$ iſt: ſo wird $d\delta = -\left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{b^2 c^2}{\alpha^2\beta^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{b^2 c^2 d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2} \cdot \frac{1}{s}\right) \frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta^2}{b^2 c^2 d^2}$ gefunden.

Es iſt nemlich $\frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r}$, alſo $\frac{dc}{cc} + \frac{d\gamma}{\gamma\gamma} = \frac{dr}{rr}$, und $d\gamma = \left(\frac{dr}{r^2} - \frac{dc}{c^2}\right)\gamma$. Ferner iſt $\beta + c =$ BC unveränderlich, alſo $dc = -d\beta$, und $dr = -\frac{dn''}{n''-1} \cdot r$. Wenn dieſe Werthe ſubſtituirt werden, und alsdenn auch der Werth $d\beta$ aus dem vor. §. gebraucht wird; ſo wird die ſchon angezeigte Formul gefunden, und man ſchließt eben ſo für vier und noch mehr Gläſer.

268. §.

Wenn $\psi = \frac{abcx}{\alpha\beta\gamma\delta}$ iſt, und alle Facto-

ren im Zähler ſowohl als auch im Nenner um ihre Differenzen wachſen, ſo iſt $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{da}{a} - \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{db}{b} - \frac{d\beta}{\beta} + \frac{dc}{c} - \frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{dx}{x} - \frac{d\delta}{\delta}$ u. ſ. f. wenn auch noch mehr Factoren im Zähler und Nenner vorhanden wären.

Beweis. Es ſey zuerſt $\psi = \frac{ab}{\alpha\beta}$, ſo iſt $d\psi = \frac{\alpha\beta \times d\,.\,ab - ab \times d\,.\,\alpha\beta}{\alpha^2\beta^2}$ (257. §.) $= \frac{\alpha\beta\,(adb + bda) - ab\,(\alpha d\beta + \beta d\alpha)}{\alpha^2\beta^2}$, und $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{\alpha\beta\,(adb + bda) - ab\,(\alpha d\beta + \beta d\alpha)}{\alpha\beta ab} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} - \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{d\beta}{\beta}$.

Wenn alſo $\psi = \frac{abc}{\alpha\beta\gamma}$ wäre, ſo hätte man $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{d\,.\,ab}{ab} + \frac{dc}{c} - \frac{d\,.\,\alpha\beta}{\alpha\beta} - \frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{adb + bda}{ab} + \frac{dc}{c} - \frac{\alpha d\beta + \beta d\alpha}{\alpha\beta} - \frac{d\gamma}{\gamma}$, oder $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{dc}{c} - \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{d\beta}{\beta} - \frac{d\gamma}{\gamma}$. Iſt

ferner $\psi = \frac{abcx}{\alpha\beta\gamma\delta}$, ſo erhält man $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{d\,.\,abc}{abc}$
$+ \frac{dx}{x} - \frac{d\,.\,\alpha\beta\gamma}{\alpha\beta\gamma} - \frac{d\delta}{\delta} = \frac{abdc + acdb + bcda}{abc}$
$+ \frac{dx}{x} - \frac{\alpha\beta\delta\gamma + \alpha\gamma\delta\beta + \beta\gamma\delta\alpha}{\alpha\beta\gamma} - \frac{d\delta}{\delta}$; alſo
auch $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{dc}{c} + \frac{dx}{x} - \frac{d\alpha}{\alpha}$
$- \frac{d\beta}{\beta} - \frac{d\gamma}{\gamma} - \frac{d\delta}{\delta}$.

269. §.

123 Fig. Es ſey der Winkel $AFP = \psi$, welchen die mittlern Strahlen nach der Brechung in der Linſe PP mit der Axe machen, ſo iſt FPG oder $FPH = d\psi$, und man findet $d\psi = + \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{x}{p}$.

Beweis. Es iſt $\psi = \frac{x}{\alpha}$, alſo $d\psi = - \frac{d\alpha}{\alpha\alpha} \cdot x$, weil x als der Oefnungshalbmeſſer des Glaſes unverändert bleibt: alſo auch $d\psi = + \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{x}{p}$. (260. §.)

270. §.

113 Fig. Nach dem Durchgange durch zwey Gläſer ſey der Winkel BGq der Strahlen mittlerer Brechbarkeit mit der Axe $= \psi$, ſo iſt $\psi = \frac{bx}{\alpha\beta}$, (217. §.) alſo $\frac{d\psi}{\psi}$
$=$

$= \frac{db}{b} - \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{d\beta}{\beta}$, und $- d\alpha = db$, alſo $\frac{d\psi}{\psi} =$
$- \frac{(\alpha + b)\, d\alpha}{\alpha b} - \frac{d\beta}{\beta}$, und $d\psi = - \frac{(\alpha + b)\, d\alpha}{\alpha^2 \beta} x$
$- \frac{b d\beta}{\alpha \beta^2} x$.

Setzt man für drey Gläſer $CHr = \psi$, ſo iſt $\psi = \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$ (217. §.) alſo $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{db}{b} - \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{dc}{c} - \frac{d\beta}{\beta} - \frac{d\gamma}{\gamma}$, und $db = - d\alpha$, $dc = - d\beta$, mithin $\frac{d\psi}{\psi} = - \frac{(\alpha + b)\, d\alpha}{\alpha b} - \frac{(\beta + c)\, d\beta}{\beta c} - \frac{d\gamma}{\gamma}$, und $d\psi = - \frac{(\alpha + b)\, cx}{\alpha^2 \beta\gamma} d\alpha - \frac{(\beta + c)\, bx}{\alpha\beta^2\gamma} d\beta - \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma^2} d\gamma$.

Eben ſo ſey für vier Gläſer $DIs = \psi$, alſo $\psi = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma\delta}$. Weil das d hier eine kleine Zweydeutigkeit machen würde, ſo will ich ϑ ſtatt d ſchreiben. Alsdenn iſt $\frac{d\psi}{\psi} = \frac{db}{b} - \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{dc}{c} - \frac{d\beta}{\beta} + \frac{d\vartheta}{\vartheta} - \frac{d\gamma}{\gamma} - \frac{d\delta}{\delta}$, und $db = - d\alpha$, $dc = - d\beta$, $d\gamma = - d\vartheta$, mithin $\frac{d\psi}{\psi} = - \frac{(\alpha + b)\, d\alpha}{\alpha b}$ —

$$-\frac{(\beta + c)\,d\beta}{\beta c} - \frac{(\gamma + \vartheta)\,d\vartheta}{\gamma\vartheta} - \frac{d\delta}{\delta},$$ alſo ferner

$$d\psi = -\frac{(\alpha + b)\,c\vartheta x}{\alpha^2\beta\gamma\delta}\,d\alpha - \frac{(\beta + c)\,\vartheta b x}{\alpha\beta^2\gamma\delta}\,d\beta$$

$$-\frac{(\gamma + \vartheta)\,c b x}{\alpha\beta\gamma^2\delta}\,d\gamma - \frac{\vartheta c b x}{\alpha\beta\gamma\delta^2}\,.\,d\delta.$$

271. §.

Die Längenabweichung $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$, $d\delta$, iſt, wenn alles übrige einerley bleibt, dem Quadrat der Vereinigungsweite α, β, γ, δ, proportional. (260. 266. 267. §.) Wenn aber ein Vergröſſerungswerkzeug die Einrichtung für weitſichtige Perſonen hat, ſo wird für das Ocular zunächſt am Auge die Vereinigungsweite β, γ, oder δ, und mit derſelben auch die Längenabweichung unendlich groß, wie der Natur der Sache ganz gemäß iſt. Wenn nemlich die Strahlen der mittlern Brechbarkeit der Axe parallel ſind, ſo werden die übrigen, welche mehr oder weniger brechbar ſind, die Axe ſchneiden, und für ſie wird die Vereinigungsweite endlich ſeyn.

In eben dieſem Fall bleiben jedoch die Werthe

$$\frac{d\beta}{\beta\beta} = -\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{bb}{\alpha\alpha}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha^2}{b^2},\ (266.\ §.)$$

$$\frac{d\gamma}{\gamma\gamma} = -\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r}\right)\frac{\alpha^2\beta^2}{b^2c^2},$$

$d\delta$

$$\frac{d\delta}{\delta\delta} = -\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} - \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r} + \frac{dn'''}{n'''-1}\cdot\frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}\cdot\frac{1}{s}\right)\frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2}{b^2c^2d^2},\ (267.\ \S.)$$

endlich, und im 270. §. erhält man

für 2 Gläſer

$$d\psi = -\frac{bx}{\alpha}\cdot\frac{d\beta}{\beta^2} = +\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha x}{b},$$

für 3 Gläſer

$$d\psi = -\frac{bcx}{\alpha\beta}\cdot\frac{d\gamma}{\gamma^2} = +\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r}\right)\frac{\alpha\beta x}{bc},$$

für 4 Gläſer

$$d\psi = -\frac{\vartheta cbx}{\alpha\beta\gamma}\cdot\frac{d\delta}{\delta^2} = +\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r} + \frac{dn'''}{n'''-1}\cdot\frac{b^2c^2\vartheta^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}\cdot\frac{1}{s}\right)\frac{\alpha\beta\gamma x}{bc\vartheta}.$$

Der

Der Halbmeſſer der Oefnung, welcher erfodert wird, um alles auf das erſte Glas fallende Licht durch das zweyte durchzulaſſen, iſt $= \frac{bx}{\alpha}$; und wenn derſelbe in den Factor $- \frac{d\beta}{\beta\beta}$ multiplicirt wird, ſo wird $d\psi = - \frac{d\beta}{\beta\beta} \cdot \frac{bx}{\alpha}$ für zwey Gläſer unter einer ähnlichen Form wie für ein Glas allein im 269. §. gefunden. Eben dieſe Winkelabweichung iſt für zwey Gläſer $d\psi = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{x}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{1}{q} \cdot \frac{bx}{\alpha}$. Der erſte Theil iſt die Winkelabweichung für das erſte Glas allein in die Vergröſſerungszahl $\frac{\alpha}{b}$ für beyde Gläſer multiplicirt. Der zweyte Theil iſt die Winkelabweichung für das zweyte Glas allein, wenn es die wegen der Helligkeit nöthige halbe Oefnung $\frac{bx}{a}$ hat.

Der Halbmeſſer der Oefnung für das dritte Glas, wenn es alles auf das erſte fallende Licht durchlaſſen ſoll, iſt $\frac{bcx}{\alpha\beta}$ für die mittlern Strahlen verſtanden: derſelbe in den Factor $- \frac{d\gamma}{\gamma\gamma}$ multplicirt giebt für drey Gläſer $d\psi = - \frac{d\gamma}{\gamma\gamma} \cdot \frac{bcx}{\alpha\beta}$ wieder

der unter ähnlicher Form wie im 269. §. für ein Glas. Auch läßt ſich für drey Gläſer die Winkelabweichung ſo ausdrücken $d\psi = \frac{\beta}{c}\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha x}{b} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{bcx}{\alpha\beta}$. Der erſte Theil iſt die Winkelabweichung für die beyden erſten Gläſer allein in die Zahl $\frac{\beta}{c}$ multiplicirt, als den Antheil des dritten Glaſes an der Vergröſſerung: der zweyte Theil aber iſt die Winkelabweichung für das zweyte Glas allein, wenn es die wegen der Helligkeit nöthige halbe Oefnung $\frac{bcx}{\alpha\beta}$ hat.

Aehnliche Bemerkungen finden auch bey vier und noch mehrern Gläſern ihre Anwendung.

272. §.

Wenn die mittlern Strahlen nach dem Durchgang durch alle Gläſer mit der Axe parallel werden, ſo vereinigen ſich die mehr brechbaren in einem Puncte hinter dem letzten Glaſe, die weniger brechbaren aber fahren aus einander, als kämen ſie aus einem Punct vor dem Glaſe her: es wäre denn, daß bey Zuſammenordnung mehrerer Gläſer, unter welchen auch Hohlgläſer ſeyn könnten, der umgekehrte Fall einträte. Die ungleichartigen Strahlen, welche mit den mittlern in einerley Entfernung x von der Axe auf das Objectivglas fallen, treffen die folgenden Gläſer zwar nicht in völlig gleichen Entfernungen

gen von der Axe indeſſen kommen doch dieſe Entfernungen alle ſehr nahe mit denjenigen überein, worin die mittlern Strahlen die folgenden Gläſer treffen.
113 Fig. Wenn nun ſI einer von den äuſſern Strahlen iſt, der die Axe ſchneidet, wenn die mittlern mit ihr parallel ſind, ſo iſt DIſ ihr Abweichungswinkel, der = $\frac{D\text{ſ}}{DI}$ gefunden wird. In dieſem Ausdruck iſt Dſ der wegen der Helligkeit nöthige Halbmeſſer des letzten Glaſes, und DI die letzte Vereinigungsweite der ungleichartigen Strahlen mit der Axe. Aus dem 217 §. hat man die Oefnungshalbmeſſer wegen der Helligkeit für das zweyte Glas — = $\frac{bx}{\alpha}$, für das dritte Glas = $\frac{bcx}{\alpha\beta}$, u. ſ. w.

Die letzte Vereinigungsweite der ungleichartigen Strahlen ſey = u, ſo iſt

für zwey Gläſer

$\frac{bx}{\alpha}\cdot\frac{1}{u} = d\psi$, mithin $\frac{1}{u} = \frac{\alpha}{bx}\,d\psi$, oder $\frac{1}{u} = \left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha^2}{b^2}$,

für drey Gläſer

$\frac{bcx}{\alpha\beta}\cdot\frac{1}{u} = d\psi$, alſo $\frac{1}{u} = \frac{\alpha\beta}{bcx}\cdot d\psi$, oder $\frac{1}{u} = \left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1}\cdot\frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r}\right)\cdot\frac{\alpha^2\beta^2}{b^2c^2}$, u. ſ. w.

273. §.

Wenn das Auge einer Perſon, welche gut in die Ferne ſiehet, beym Gebrauch eines Vergröſſerungswerkzeuges die Strahlen mittlerer Brechbarkeit in paralleler Lage auffängt, und wenn alsdenn die mehr brechbaren Strahlen convergent, die weniger brechbaren divergent ins Auge kommen; (272. §.) ſo haben nur die mittlern Strahlen Vereinigungspuncte auf der Netzhaut, und die übrigen breiten ſich in Zerſtreuungskreiſen aus. Vermöge der Erfahrung kann man dieſer Zerſtreuung ungeachtet wenigſtens diejenigen Theile eines durch die Gläſer betrachteten Gegenſtandes, welche der Axe nahe ſind, deutlich genug erkennen, wenn die Abweichungswinkel nur nicht gewiſſe Gränzen übertreffen, welche man aus Erfahrungen kennen zu lernen ſuchen muß. Die für $d\psi$ gefundenen Formuln ergeben, daß dieſer Abweichungswinkel deſto gröſſer ausfalle, je kleiner die Brennweiten der Ocularglåſer ſind: ſolchergeſtalt ergiebt ſich nun völlig der Grund, warum man nicht mit jedem Objectiv jedes willkührlich gewählte Ocular verbinden, und dadurch jede verlangte Vergröſſerung zuwege bringen könne.

274. §.

Wird das im 243. §. beſchriebene Sternrohr bey ſehr weit entfernten Gegenſtänden gebraucht, ſo iſt $b = q$, $\alpha = p$, und $m = \frac{p}{q}$ (245. 246. §). Wenn überdem beyde Linſen von einerley Glasart

ſind, alſo $n = n'$ iſt; ſo wird $\frac{1}{u} = \frac{dn}{n-1}\left(\frac{m^2}{p} + \frac{1}{q}\right)$. Ferner iſt auch $\frac{1}{q} = \frac{m}{p}$, alſo $\frac{1}{u} = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{m(m+1)}{p} = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{m^2}{p}\left(1 + \frac{1}{m}\right)$, und $d\psi = \frac{x}{m} \cdot \frac{1}{u} = \frac{xdn}{n-1} \cdot \frac{m+1}{p}$: mithin deſto näher $\frac{1}{u} = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{m^2}{p}$, je gröſſer die Zahl m wird. Soll nun die von der Farbenzerſtreuung herrührende Undeutlichkeit bey verſchiedenen Fernröhren einerley ſeyn, ſo muß u einerley bleiben. Wenn alſo die Linſen aus einerley Glasart gemacht werden; ſo muß der Quotient $\frac{m^2}{p}$, oder $\frac{p}{m^2}$ einerley bleiben. Für ein andres Fernrohr ſey P die Brennweite des Objectivs, Q die Brennweite des Oculars, und M die Vergröſſerungszahl, ſo erfodert die angenommene Bedingung, daß $\frac{p}{m^2} = \frac{P}{M^2}$ ſey, alſo $M^2 . p = m^2 . P$, und $p : P = m^2 : M^2$. Ferner hat man $q = \frac{p}{m}$, $Q = \frac{P}{M}$, alſo $q : Q = \frac{p}{m} : \frac{P}{M} = m : M$, oder auch $q : Q = \sqrt{p} : \sqrt{P}$.

275. §.

Die Anordnung eines Sternrohrs iſt gegeben, welches die dadurch betrachteten Sachen

chen ſo hell und deutlich vorſtellet, als ſich bey der Vergröſſerung, die es zugleich zuwege bringt, thun läſſet: man ſucht die Anordnung eines andern welches bey eben der Deutlichkeit und Helligkeit mehr oder weniger vergröſſert.

Aufl. 1. Wegen der gleichen Deutlichkeit wird erfodert, daß die Brennweiten der Objective ſich verhalten wie die Quadrate der Vergröſſerungszahlen, die Brennweiten der Oculare aber wie die Vergröſſerungszahlen ſelbſt, alſo wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objective.

Wenn nemlich p, q, m, die bekannten Brennweiten des Objectivs des Oculars und die Vergröſſerungszahl für das gegebene Fernrohr, und P, Q, M, die jenen gleichnahmigen Gröſſen für das Fernrohr ſind, deſſen Anordnung geſucht wird, ſo hat man $P = \frac{M^2}{m^2} \cdot p$, und $Q = \frac{M}{m} q = \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{p}} \cdot q$. (274. §.)

2. Wegen der gleichen Helligkeit wird erfodert, daß die Oefnungshalbmeſſer der Objective ſich wie die Vergröſſerungszahlen oder wie die Quadratwurzeln aus den Brennweiten der Objective verhalten.

Es muß nemlich der Halbmeſſer des Zerſtreuungskreiſes $y = \frac{1}{m} x$ (237. §.) an der Stelle, wo vom Auge das durch die Gläſer kommende Licht aufgefangen wird, einerley ſeyn, wenn die durch die Gläſer geſehene Klarheit $\frac{Y^2}{\omega^2} \cdot C = c$ (242. §.) bey einerley Augenöfnung einerley ſeyn ſoll: alſo muß der

Quotient $\frac{x}{m}$ einerley bleiben. Für das Objectiv des gegebenen Fernrohrs ſey alſo x der Oefnungshalbmeſſer, und X ſey es für das Objectiv des Fernrohrs, deſſen Anordnung geſucht wird: ſo hat man $\frac{x}{m} = \frac{X}{M}$, und $X = \frac{M}{m} \cdot x = \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{p}} \cdot x$.

276. §.

Huygen, der eben dieſe Regeln ſchon in ſeiner Dioptrik, (Prop. 56.) gegeben, und eine nach denſelben berechnete Tafel mitgetheilet hat, fand ein Sternrohr gut, deſſen Objectiv bey einer Oefnung von 3 Zoll im Durchmeſſer 30 Fuß Brennweite hatte, mit einem Ocular von $3\frac{3}{10}$ Zoll Brennweite im rheinländiſchen Maaſſe. Demnach war $m = \frac{360}{3,3} = 109$, $x = 1,5$ Zoll, und $y = \frac{1}{109} \cdot 1,5 = \frac{1}{73}$ Zoll. Wenn alſo $\frac{dn}{n-1} = \frac{1}{55}$ angenommen wird, wie im 263 §, ſo iſt $d\psi = \frac{xdn}{n-1} \cdot \frac{m+1}{p}$ (274. §.) $= \frac{1,5 \cdot 110}{55 \cdot 30 \cdot 12} = \frac{0,3}{3 \cdot 12}$ oder $d\psi = \frac{1}{120}$.

Dieſe Zahl giebt die Gröſſe des Abweichungswinkels durch die Lage des mit dem Halbmeſſer = 1 zwiſchen ſeinen Schenkeln beſchriebenen Bogens an. (254. §. Geom.) Um ihn in Graden zu haben, muß

muß man mit der Zahl 57,3, oder wenn man genauer rechnen wollte, mit der Zahl 57,29578 (253 §. Geom.) multipliciren. Weil dieſer Abweichungswinkel nur klein, und die gröſte Schärfe gewöhnlich nicht nöthig iſt, ſo findet man ihn in Minuten genau genug, wenn man die Zahl, welche die Formul für $d\psi$ giebt, mit $57{,}29578 . 60 = 3437{,}75$ multiplicirt. Beym erwehnten Hugeniſchen Fernrohr wäre alſo $d\psi = \frac{3437{,}75}{120}$ Min. oder 28′ 39″.

Dem 242. §. gemäß findet man für eben dies Fernrohr $c = 400\, y^2 . C = 0{,}0784 . C$, und dieſe Helligkeit iſt ſehr geringe. Huygen ſelbſt fügt die Erinnerung bey, die Abmeſſungen des Fernrohrs wären zu aſtronomiſchen Beobachtungen eingerichtet, und beym Gebrauch des Rohrs am hellen Tage werde mehr Licht erfodert. Wenn das Auge vom Tageslicht erfüllt iſt, ſehen ihm ſchwach glänzende Gegenſtände dunkel aus, die es zur Nachtzeit helle genug findet. Darum brauchte Huygen am hellen Tage andre Augengläſer von doppelter Brennweite, und erhielte alsdenn zwar nur halb ſoviele Vergröſſerung, aber viermahl mehr Helligkeit, weil dieſe ſich wie y, und $y = \frac{1}{m} x$ bey gleicher Oefnung des Objectivglaſes ſich verkehrt wie m, die Klahrheit oder Helligkeit aber ſich wie y^2 verhält. Alsdenn betrug die Helligkeit doch nicht völlig $\frac{1}{3}$ der Klarheit mit bloſſem Auge.

Mit Huygens Beſtimmung für die Gränze des Abweichungswinkels $d\psi$ kommt diejenige überein, welche H. Klügel in der Analytiſchen Dioptrik 428. §. 178 S. aus Emerſons Elements

of Opticks, London 1768 anführt. Nach derſelben kann ein Objectiv von 55 Fuß Brennweite eine Oefnung von 4 Zoll, und ein Ocular von 4,4 Zoll Brennweite vertragen. Das giebt $d\psi = \frac{2}{55} \cdot \frac{151}{55 \cdot 12} = \frac{151}{55 \cdot 55 \cdot 6}$ ſehr nahe $= \frac{30}{11 \cdot 55 \cdot 6}$ $= \frac{1}{121}$, faſt eben ſo wie nach Huygen.

277. §.

Der Göttingiſche Herr Mayer giebt in einer handſchriftlichen Tafel, die Herr Klügel in einem aus der Mayerſchen Bibliothek erſtandenen Exemplar von Huygens Dioptrik gefunden hat, einem Objectiv von 30 Fuß Focuslänge ein Ocular von 5,77 Zoll, und demſelben Objectiv eine Oefnung von 2,6 Zoll im Durchmeſſer. (M. ſ. H. Klügels Analytiſche Dioptrik 2 Th. 5 Abſch. 428. §. 178. S.) Das giebt $m = \frac{360}{5,77} = 62,4$, und $y = \frac{1}{62,4} \cdot 1,3 = \frac{1}{48}$ Zoll, In der Formul $d\psi = \frac{xdn}{n-1} \cdot \frac{m+1}{p}$ bleibt $\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p}$ wie beym Huygeniſchen Fernrohr im 276. §. und der daſelbſt gefundene Werth verhält ſich zu dem, welcher hier geſucht wird, wie $1,5 \cdot 100 : 1,3' \cdot 63,4 = 165 : 82,42$. Hier alſo iſt $d\psi = 14' 17''$, nur halb ſo groß, als beym Huygeniſchen Fernrohr. Weil ſich überdem die Helligkeit wie y^2 verhält, ſo iſt das

Verhältniß der Helligkeiten beym Huygeniſchen und Mayerſchen Fernrohr wie $\frac{1}{73^2} : \frac{1}{48^2}$ faſt $= 48^2 : 72^2 = 4 : 9$. Es ſcheint, wie auch H. Klügel a. a. O. urtheilet, daß die Mayerſche Anordnung des Fernrohrs der Huygeniſchen vorzuziehen ſey, weil der Abweichungswinkel nur halb ſo groß, die Helligkeit dagegen aber mehr als noch mahl ſo groß beym Mayerſchen Fernrohr ausfällt.

278. §.

Wegen der Gleichung $d\psi = \frac{xdn}{n = 1} \cdot \frac{m + 1}{p}$, welche nur durch Näherung gefunden iſt, muß noch bemerkt werden, daß ſelbige wohl einen Werth für den Abweichungswinkel $d\psi$ geben könnte, der beträchtlich von dem wahren geſuchten Werth abweiche: indeſſen wird ſie doch ziemlich richtig das Verhältniß $d\psi$ geben, wenn die Anordnungen der Fernröhre verſchieden ſind. M. ſ. davon H. Klügels Dioptrik 1 Th. 3 Abſch. 152 — 159. §. 53 — 57. S. In eben dieſem Werk an der im vor. §. ſchon angeführten Stelle hat der H. Verfaſſer den nachſtehenden Auszug aus der Mayerſchen für die Anordnung der Fernröhre dienenden Tafel mitgetheilt.

Breñweite d. Objectiv in Fuſſen.	Brennweite des Oculars in Zollen.	Vergröſſe-rung.	Öfnung des Objectivs in Zollen.
1	1,09	11,0	0,46
2	1,52	15,7	0,66
3	1,84	19,5	0,82
4	2,13	22,5	0,94
5	2,38	25,5	1,05
6	2,60	27,7	1,15
7	2,81	29,9	1,24
8	3,00	32,0	1,33
9	3,18	34,0	1,41
10	3,35	35,8	1,56
12	3,65	39,3	1,67
14	3,95	42,5	1,77
16	4,22	45,5	1,89
18	4,47	48,3	2,01
20	4,71	50,9	2,12
25	5,24	57,1	2,37
30	5,77	62,4	2,60
35	6,23	67,3	2,81
40	6,65	72,2	3,01
45	7,04	76,5	3,19
50	7,42	80,6	3,36
60	8,14	88,4	3,68
70	8,78	95,4	3,98
80	9,39	102,1	4,26
90	9,96	108,4	4,52
100	10,49	114,4	4,77
110	11,00	120,1	5,01
120	11,49	125,5	5,24
130	11,96	130,7	5,45
150	12,84	140,2	5,48

Huygens Tafel ſteht auch im Smithſchen Lehrbegriffe der Optik vom H. H. Käſtner überſetzt auf der 193ſten Seite, und ich theile ſie hier ebenfalls mit, damit man eine mit der andern deſto bequemer vergleichen könne.

Breñweite d. Objectivs in Fuſſen.	Öfnung des Objectivs in Zollen.	Brennweite des Oculars in Zollen.	Vergröſſerung.
1	0,55	0,61	20
2	0,77	0,85	28
3	0,95	1,05	34
4	1,09	1,20	40
5	1,23	1,35	44
6	1,34	1,47	49
7	1,45	1,60	53
8	1,55	1,71	56
9	1,64	1,80	60
10	1,73	1,90	63
13	1,97	2,17	72
15	2,12	2,32	77
20	2,45	2,70	89
25	2,74	3,01	100
30	3,00	3,30	109
35	3,24	3,56	118
40	3,46	3,81	126
45	3,67	4,04	133
50	3,87	4,26	141
55	4,06	4,47	148
60	4,24	4,66	154
70	4,58	5,04	166
80	4,90	5,39	178
90	5,20	5,72	189
100	5,48	6,03	199
120	6,00	6,60	218
140	6,48	7,13	235
160	6,93	7,62	252
180	7,35	8,09	267
200	7,75	8,53	281
220	8,12	8,93	295
240	8,48	8,83	308
260	8,83	9,71	321
280	9,16	10,08	333
300	9,49	10,44	345
400	10,95	12,05	398
500	12,25	13,47	445
600	13,42	14,76	488

Nach dieſer Huygeniſchen Tafel könnte man zwar bey jeder Focuslänge des Fernrohrs beynahe nochmahl ſo-viel Vergröſſerung erhalten, man würde aber dagegen an Deutlichkeit und Helligkeit verlieren.

279. §.

122 Fig. Die Vorausſetzung, daß jeder Hauptſtrahl wie *e*A durch die Mitte der Objectivlinſe ungebrochen durchgehe, iſt zwar nicht völlig genau, aber doch ſo lange nahe genug richtig, als man nicht genöthiget iſt, die Dicke des Glaſes in Betrachtung zu ziehen. Mit dieſer Einſchränkung kann alſo auch zum Grunde geſetzt werden, daß die Hauptſtrahlen beym Durchgange durch die Mitte der Objectiv-Linſe PP noch keine Zerſtreuung leiden, wenn PP, QQ, beyde zur gemeinſchaftlichen Axe AB gehörige Gläſer eines Sternrohrs vorſtellen. Dagegen werden die übrigen Strahlen, welche zu dem aus *e* auf das Objectiv fallenden Lichtkegel gehören, mit der Brechung zugleich in ungleichartige Strahlen zerſtreuet. Das zum Objectivglaſe PP gehörige von den Strahlen der mittlern Brechbarkeit gemachte Bild ſey F*f*, und V*v* dasjenige Bild, welches die am meiſten brechbaren Strahlen zuwege bringen, ſo wie W*w* das von den am wenigſten brechbaren Strahlen zuwege gebrachte Bild: ſo ſind die Endpuncte *f*, *v*, *w*, Bilder von *e*, und dieſe Bilder liegen in der graden Linie durch *e* und A, die den Hauptſtrahl vorſtellet. Man ſetze die Entfernung der Gläſer von einander zum Grunde, wobey die mittlern Strahlen, die das Bild F*f* zuwege bringen, nach der Brechung im Ocular unter ſich parallel werden. Ferner ſey O die Stelle der Axe,

worin alle Hauptſtrahlen von der mittlern Brechbarkeit nach dem Durchgang durchs Ocular einander ſchneiden, und eben daſelbſt ſtehe das Auge; dagegen ſey H die Stelle der Axe worin die am meiſten brechbaren Hauptſtrahlen einander ſchneiden, und *h* ſey der Vereinigungspunct aller am wenigſten brechbaren Hauptſtrahlen.

Weil alle dieſe Hauptſtrahlen ſo betrachtet werden können, als kämen ſie von A her; ſo iſt OH die Längenabweichung der brechbarſten und O*h* die Längen-Abweichung der am wenigſten brechbaren Hauptſtrahlen. Ferner iſt *v* der Vereinigungspunct der brechbarſten unter allen den Strahlen, die von *e* herkommen, dieſe fallen hiernächſt wieder divergent auf das Ocular QQ, und haben hinter demſelben in der verlängerten *v*B einen neuen Vereinigungspunct *g*. Man ziehe alſo *g*O bis an das Ocular in *q*, und hiernächſt *qva* und *ea*; ſo ſiehet das Auge in O den Punct *e* nicht allein vermittelſt der mittlern Strahlen in der Richtung OQ ſondern auch vermittelſt der am meiſten brechbaren Strahlen in der Richtung O*q*. Letztere weichen von den mittlern um den Winkel QO*q* ab, und dieſer Abweichung wegen, wird ein Gegenſtand, der durch beyde Gläſer betrachtet wird, einen blauen und violetten Rand zu haben ſcheinen.

Der Punct *w* iſt der Vereinigungspunct der am wenigſten brechbaren Strahlen unter allen, die von *e* herkommen, ſie fallen hiernächſt ebenfalls divergent auf das Ocularglas, und haben vor demſelben in der verlängerten *w*B einen Zerſtreuungspunct γ. Man ziehe γO, welche das Ocular in *k* ſchneidet, und hiernächſt $kw\alpha$, und $e\alpha$: ſo ſiehet das Auge in

O den

O den Punct *e* vermittelſt der am wenigſten brechbaren Strahlen in der Richtung O*k*, und letztere weichen von den mittlern um den Winkel QO*k* ab. Dieſemnach wird das Object wegen der Farbenzerſtreuung vermittelſt der blauen und violetten Strahlen unter einem gröſſern optiſchen Winkel BO*q* vermittelſt der rothen Strahlen aber unter einem kleinern optiſchen Winkel BO*k* geſehen, als es vermittelſt der Strahlen von mittlerer Brechbarkeit allein würde geſehen werden.

280. §.

122 Fig. Die Differenz QO*q* der optiſchen Winkel BO*q* und BOQ heiſſe hier die **Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptſtrahlen.** Wenn alsdenn QO*q* für die am meiſten brechbaren Strahlen poſitiv in Rechnung kommt, ſo wird die ähnliche Differenz QO*k* für die am wenigſten brechbaren Strahlen negativ. Weil übrigens die Linien QH und *q*O in einem weit entlegenen Punct *g* zuſammen laufen, ſo ſind ſie beynahe parallel, und es iſt beynahe $QOq = OQH = BHQ - BOQ$, oder $OQH = QOq$ iſt die Differenz, um welche BOQ wächſt, wenn $n + dn$ ſtatt n in dem allgemeinen Ausdruck für den Winkel BOQ gebraucht wird.

281. §.

Für das Sternrohr und jedes optiſche Werkzeug, das aus zwoen zu einerley Axe gehörigen Glaslinſen beſtehet, iſt die Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptſtrahlen nach ihrer Brechung und Zerſtreuung

ung im Ocularglaſe $= d\pi = \frac{\pi dn'}{n'-1}$, das mittlere Verhältniß der Refraction für das Ocular $= n' : 1$ angenommen.

Beweis. Es iſt $BOQ = \pi - \varphi$ (220. §.) alſo $d . BOQ = QOq = d\pi$. Ferner iſt $x' = \pi q = (\alpha + b)\varphi$, (222. §.) unveränderlich, alſo $\pi dq + q d\pi = 0$, und $d\pi = -\frac{\pi dq}{q}$. Aber $\frac{dq}{q} = -\frac{dn'}{n'-1}$ (259. §.) alſo $d\pi = \frac{\pi dn'}{n'-1}$, eine Formul, die der Längenabweichung der ungleichartigen Strahlen von der Brennweite der mittlern ganz ähnlich iſt.

282. §.

Wenn das optiſche Werkzeug aus dreyen zu einer gemeinſchaftlichen Axe gehörigen Linſen zuſammengeordnet iſt; ſo iſt die Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptſtrahlen $d\pi' - d\pi = \frac{\pi\beta}{c} . \frac{dn'}{n'-1} + \frac{\pi' dn''}{n''-1}$.

Beweis. Es iſt $CO'R = \pi' - \pi + \varphi$, (220. §.) alſo $d . CO'R = d\pi' - d\pi$. Ferner iſt $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, und $\pi' r = \frac{\alpha\beta}{b}\varphi + (\pi - \varphi)c$ (222. §.) Aber $\left(d . \frac{\alpha\beta}{b}\right) : \frac{\alpha\beta}{b} = \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{d\beta}{\beta} - \frac{db}{b}$, (268. §.) alſo

$$d . \frac{\alpha\beta}{b} = \left(\frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{db}{b} + \frac{d\beta}{\beta}\right)\frac{\alpha\beta}{b}$$

mithin

mithin ferner

$$r\,d\pi' + \pi' dr = \left(\frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{db}{b} + \frac{d\beta}{\beta}\right)\frac{\alpha\beta\varphi}{b}$$
$$+ (\pi - \varphi)\,dc + c\,d\pi.$$

Ueberdem iſt $d\alpha = -db$, und $d\beta = -dc$, alſo auch

$$r\,d\pi' + \pi' dr = \left(\frac{(\alpha + b)\,\varphi}{b} - \pi\right)d\beta$$
$$- \frac{(\alpha + b)\,\varphi\beta}{bb}\,db + c\,d\pi.$$

Man ſchreibe πq ſtatt $(\alpha + b)\varphi$, ſo iſt

$$r\,d\pi' + \pi' dr = \left(\frac{\pi q}{b} - \pi\right)d\beta - \frac{\pi q\beta}{bb}db + c\,d\pi.$$

Weiter iſt $\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q}$, (121. §.) alſo

$$\frac{db}{bb} = \frac{dq}{qq} - \frac{d\beta}{\beta\beta},$$ mithin auch

$$r\,d\pi' + \pi' dr = \left(\frac{\pi q}{b} + \frac{\pi q}{\beta} - \pi\right)d\beta$$
$$- \frac{\pi\beta\,dq}{q} + c\,d\pi.$$

Hier iſt der in $d\beta$ multiplicirte Coefficient $= 0$, und man erhält $r\,d\pi' + \pi' dr = -\frac{\pi\beta dq}{q} + c\,d\pi$, alſo ferner $d\pi' - \frac{c}{r}d\pi = -\frac{\pi\beta dq}{r.q} - \frac{\pi' dr}{r}$.

Es iſt aber $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$, (121. §. n. 2.)

oder

oder $\frac{c}{r} = 1 + \frac{c}{\gamma}$, alſo $d\pi' - d\pi = - \frac{\pi\beta dq}{r.q} - \frac{\pi' dr}{r} + \frac{c}{\gamma} d\pi$. Im 281. §. war $d\pi = - \frac{\pi dq}{q}$; alſo findet man $d\pi' - d\pi = - \left(\frac{\beta}{r} + \frac{c}{\gamma}\right) \cdot \frac{\pi dq}{q} - \frac{\pi' dr}{r}$, und vermöge des 259. §. kann man die Werthe $\frac{dq}{q} = - \frac{dn'}{n'-1}$ und $\frac{dr}{r} = - \frac{dn''}{n''-1}$ ſetzen.

283. §.

Wenn man vorausſetzt, daß die mittlern Strahlen, welche zu einerley Punct des Objects gehören, nach dem Durchgange durch das dritte Glas in die parallele Lage kommen; ſo iſt $\gamma = \infty$, und $c = r$: mithin iſt in dieſem Fall $d\pi' - d\pi = - \frac{\pi\beta}{qc} dq - \frac{\pi'}{c} dr$, oder $d\pi' - d\pi = \frac{\pi\beta}{c} \cdot \frac{dn'}{n'-1} + \pi' \cdot \frac{dn''}{n''-1}$. (259. §.)

Für mehr als drey Gläſer braucht man dieſe Winkelabweichung hauptſächlich nur in dem eben erwehnten beſondern Fall. Sind es drey Gläſer, ſo beſtehet vermöge der zuletzt gefundenen Formul dieſe Winkelabweichung aus derjenigen, welche das dritte Glas für ſich allein verurſachen würde, wenn das

zweyte

zweyte keine verurſachte, und überdem kommt die vom zweyten Glaſe verurſachte Abweichung mit $\frac{\beta}{c}$ multiplicirt hinzu; da dann $\frac{\beta}{c}$ den Antheil giebt, welchen das dritte Glas an der Vergröſſerung hat. Es wird nemlich der Abweichungswinkel, als Geſichtswinkel betrachtet, durch Hinzuſetzung des dritten Glaſes mit $\frac{\beta}{c}$ multiplicirt, und überdem kommt derjenige Theil noch hinzu, den dieſes Glas für ſich allein verurſachen würde. Dieſen Betrachtungen gemäß kann der Abweichungswinkel, wenn er für eine gewiſſe Anzahl Gläſer ſchon gefunden iſt, leicht für die noch um eins gröſſere Anzahl gefunden werden. Es iſt nemlich in dem hier zum Grunde geſetzten beſondern Fall für vier Gläſer der Abweichungswinkel $d\pi'' - d\pi' + d\pi = \frac{\pi\beta\gamma}{cd} \cdot \frac{dn'}{n'-1} + \frac{\pi'\gamma}{d} \cdot \frac{dn''}{n''-1} + \pi'' \cdot \frac{dn'''}{n'''-1}$. Es iſt die Abweichung für drey Gläſer mit $\frac{\gamma}{\vartheta}$ multiplicirt, um die Abweichung wegen des vierten Glaſes vermehrt.

Der

Der XV. Abſchnitt.

Die von der Kugelgeſtalt herrührende Abweichung der in Glaslinſen gebrochenen Lichtſtrahlen.

284. §.

Wenn aus einem Punct P in der Axe AC der brechenden Kugelfläche LAK der Strahl PM auffällt, und in die Lage MΠ gebrochen wird, π aber derjenige Punct iſt, worin ein zunächſt bey der Axe auffallender Strahl Pm die Axe ſchneidet; ſo iſt AΠ $= A\pi - \pi\Pi$, und man hat den im 108. §. zum Grunde gelegten Bezeichnungen gemäß $A\pi = \frac{\mu\zeta r}{\mu\zeta - 1}$, 83 Fig.

und $\pi\Pi = \frac{M + \text{ſinv}\,\gamma - \surd(\mu^2\lambda^2 - \text{ſin}\,\gamma^2)}{\mu^2\lambda^2 - 1} \cdot r.$

Ueberdem iſt $\text{ſin}\,\gamma^2 = 2\,\text{ſinv}\,\gamma - \text{ſinv}\,\gamma^2$, und man kann für kleine Winkel γ das Quadrat von $\text{ſinv}\,\gamma$, und was darin multiplicirt iſt, weglaſſen, mithin $\text{ſin}\,\gamma^2 = 2\,\text{ſinv}\,\gamma$ annehmen. Alsdenn findet man

$$\surd(\mu^2\lambda^2 - 2\,\text{ſinv}\,\gamma) = \mu\lambda\surd\left(1 - \frac{2\,\text{ſinv}\,\gamma}{\mu^2\lambda^2}\right) =$$

$$\mu\lambda - \frac{\text{ſinv}\,\gamma}{\mu\lambda}, \text{ und } \lambda = \surd(\zeta^2 + 2\varepsilon\,\text{ſinv}\,\gamma) =$$

$$\zeta\surd\left(1 + \frac{2\varepsilon\,\text{ſinv}\,\gamma}{\zeta^2}\right) = \zeta + \frac{\varepsilon}{\zeta}\text{ſinv}\,\gamma.$$ Weiter

iſt $M = \mu\zeta + \frac{2\mu^2\varepsilon \operatorname{ſinv}\gamma}{\mu\zeta - 1}$, und man erhält

$$M + \operatorname{ſinv}\gamma - \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \operatorname{ſin}\gamma^2)} = \frac{2\mu^2\varepsilon \operatorname{ſinv}\gamma}{\mu\zeta - 1}$$

$+ \operatorname{ſinv}\gamma - \frac{\mu\varepsilon}{\zeta}\operatorname{ſinv}\gamma + \frac{\operatorname{ſinv}\gamma}{\mu\zeta + \frac{\mu\varepsilon}{\zeta}\operatorname{ſinv}\gamma}$. Ferner

iſt $\frac{1}{\mu\zeta + \frac{\mu\varepsilon}{\zeta}\operatorname{ſinv}\gamma} = \frac{1}{\mu\zeta} - \frac{\mu\varepsilon}{\mu^2\zeta^2}\operatorname{ſinv}\gamma + \text{etc.}$

und $\frac{\operatorname{ſinv}\gamma}{\mu\zeta + \frac{\mu\varepsilon}{\zeta}\operatorname{ſinv}\gamma} = \frac{\operatorname{ſinv}\gamma}{\mu\zeta}$, weil die höhern Potenzen von $\operatorname{ſinv}\gamma$ weggelaſſen werden. Demnach erhält man $M + \operatorname{ſinv}\gamma - \sqrt{(\mu^2\lambda^2 - \operatorname{ſin}\gamma^2)} =$
$\left(\frac{2\mu^2\varepsilon}{\mu\zeta - 1} + 1 + \frac{1}{\mu\zeta} - \frac{\mu\varepsilon}{\zeta}\right)\operatorname{ſinv}\gamma.$

Der vieltheilige in $\operatorname{ſinv}\gamma$ multiplicirte Factor ſey $= A$, und überdem $A\pi = z$, ſo iſt $z = \frac{\mu\zeta r}{\mu\zeta - 1}$, alſo $\mu\zeta z - z = \mu\zeta r$, und $\mu\zeta z - \mu\zeta r = z$, alſo $\mu\zeta = \frac{z}{z - r}$, und $\mu\zeta - 1 = \frac{r}{z - r} = \frac{\mu\zeta r}{z}$.

Das giebt $\frac{2\mu^2\varepsilon}{\mu\zeta - 1} = \frac{2\mu^2\varepsilon \,.\, z}{\mu\zeta r} = \frac{2\mu z}{\delta}$, und

$$A = \frac{2\mu z}{\delta} + 1 + \frac{z - r}{z} - \frac{\mu r}{\delta} =$$

2μz

$$\frac{2\mu z^2 + z\delta + \delta(z-r) - \mu r z}{\delta z} = \frac{2\mu z^2 + 2z\delta - \delta r - \mu r z}{\delta z}$$

$$= \frac{2z(\mu z + \delta) - r(\mu z + \delta)}{\delta z} = \frac{(2z - r)(\mu z + \delta)}{\delta z}.$$

Man ſetze $\pi\Pi = u$, ſo hat man nun $\frac{Ar \sin v\gamma}{\mu^2\lambda^2 - 1}$ $= u$, oder $\frac{A \,.\, r \,.\, \frac{1}{2}\sin\gamma^2}{\mu^2\lambda^2 - 1} = u$, und daraus folgt $\frac{Ar\sin\gamma^2}{2(\mu\lambda + 1)} = u\ (\mu\lambda - 1)$. Man kann aber hier $\lambda = \zeta$ annehmen, und den zweyten in $\sin v\gamma$ multiplicirten Theil weglaſſen; ſo wird $\frac{Ar\sin\gamma^2}{2(\mu\zeta + 1)}$ $= u\ (\mu\zeta - 1) = u \,.\, \frac{\mu\zeta r}{z}$, und $\mu\zeta + 1 =$ $\frac{2z - r}{z - r}$: mithin erhält man $\frac{A\sin\gamma^2}{2(2z - r)}(z - r) =$ $\frac{\mu\zeta u}{z}$, oder $\frac{(\mu z + \delta)(z - r)\sin\gamma^2}{2\delta z} = \frac{\mu\zeta u}{z} = \frac{u}{z - r}$, und $u = \frac{(\mu z + \delta)(z - r)^2 \sin\gamma^2}{2\delta z}$. Noch ſey $DM = x$, ſo iſt $\sin\gamma = \frac{x}{r}$, und man erhält

$$u = \frac{(\mu z + \delta)(z - r)^2 x^2}{2\delta r^2 z}.$$

Aus dem 110. §. hat man $z = \frac{\mu\delta r}{(\mu - 1)\delta - r}$, alſo $(\mu - 1)\delta z - z \,.\, r = \mu\delta r$, und daraus folgt

 ($\mu\delta$

$(\mu\delta + z)r = (\mu - 1)\delta z$, alſo $r = \frac{(\mu-1)\delta z}{\mu\delta + z}$;

und $z - r = \frac{\mu\delta z + z^2 - \mu\delta z + \delta z}{\mu\delta + z} = \frac{(\delta+z)z}{\mu\delta+z}$,

folglich $\frac{z-r}{r} = \frac{(\delta+z)}{(\mu-1)\delta}$. Dieſer Werth ſubſtituirt giebt $u = \frac{(\mu z+\delta)(\delta+z)^2 x^2}{2(\mu-1)^2\delta^3 z}$.

285. §.

90 Fig. Aus einem Punct P in der Axe der Glaslinſe $ADGB$ fällt der Strahl PM auf, und ſchneidet nach der doppelten Brechung im Glaſe die Axe in q, wenn ſtatt deſſen p der Vereinigungspunct der zunächſt bey der Axe auffallenden Strahlen iſt: man ſoll die Abweichung pq finden.

Aufl. Im 118. §. war $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{h-c}$, und $h = \mathrm{A}\pi$ wofür hieſelbſt im 284. §. z geſetzt iſt: alſo hat man $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{z-c}$, und es iſt $Gp = \alpha$, das Verhältniß der Refraction für Luft und Glas $= n : 1$. Wenn nun der Strahl nach der erſten Brechung die Lage $M\pi$ hätte, und bey der Brechung in der hintern Fläche ebenfalls keine Abweichung ſtatt fände; ſo käme er in die Lage Mp. Aber nach der erſten Brechung hat er die Lage $M\Pi$: demnach ſuche man für den gegebenen Abſtand $G\Pi = z - c$ die Vereinigungsweite GQ, und die Abwei-

weichung Qq, ſo iſt die geſammte geſuchte Abweichung $pq = pQ + Qq$, die ich $= w$ ſetze.

Mit der Vereinigungsweite $A\pi = z$ nach der Brechung in der Vorderfläche gehört nach der Brechung in der hintern Fläche die Vereinigungsweite $Gp = \alpha$ zuſammen: wenn alſo $A\pi = z$ um das Stück $\pi\Pi = dz$ abnimmt, ſo wird Gp um das Stück $pQ = d\alpha$ abnehmen. Demnach ſuche man, wie $d\alpha$ von dz abhängt, aus der Gleichung $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{z-c}$, ſo findet man $c = -\frac{d\alpha}{\alpha^2} + \frac{ndz}{(z-c)^2}$. Hier iſt nun dz das u des 284. §, alſo $\frac{d\alpha}{\alpha^2} = \frac{nu}{(z-c)^2}$, und $d\alpha = \frac{n\alpha^2 u}{(z-c)^2}$. Weil c in Vergleichung mit z allemahl nur klein iſt, alſo $(z-c)^2 = z^2 - 2z\,.\,c$ angenommen werden kann; ſo iſt nahe genug $d\alpha = \frac{n\alpha^2 u}{zz}$, weil Producte aus c in u in Vergleichung mit den übrigen Gröſſen weggelaſſen werden können. Wird nun aus dem 284. §. der Werth von u gebraucht, und in demſelben, wie hier erforderlich iſt, n ſtatt μ geſetzt; ſo hat man

$$d\alpha = pQ = \frac{n\alpha^2 (nz + \delta)\ (\delta + z)^2 x^2}{2(n-1)^2 \delta^3 z^3},$$

oder $pQ = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{\delta} + \frac{1}{z}\right)\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{z}\right)^2$.

Nun iſt noch Qq die mit der Vereinigungsweite GQ zuſammengehörige Abweichung, und eben das, was im 284. §. u war, wenn man $\delta = -G\Pi = -(z - c - dz)$ und $z = GQ = \alpha - d\alpha$ ſetzt, ſtatt μ aber $\frac{1}{n}$ ſchreibt, weil das Verhältniß der Refraction aus Glas in Luft $= \frac{1}{n} : 1$ iſt. Dabey kann man hier ſicher c und dz in Vergleichung mit z, und $d\alpha$ in Vergleichung mit α weglaſſen. Auch müſte noch HN ſtatt $FM = x$ geſetzt, und für N der Durchſchnittspunct des Strahls $M\Pi$ mit der Hinterfläche angenommen werden. Es iſt aber $FM - HN : FH = FM : F\Pi$, mithin $FM - HN$ noch in Vergleichung mit der Dicke des Glaſes ſehr klein, und man kann ſtatt HN auch FM durch x verſtehen. Dieſemnach ſetze man $\delta = -z$, $z = \alpha$, $\mu = \frac{1}{n}$, und man erhält

$$Qq = -\frac{(\frac{1}{n}\alpha - z)(\alpha - z)^2 x^2}{2(\frac{1}{n} - 1)^2 z^3 \alpha}, \text{ oder}$$

$$Qq = \frac{n(nz - \alpha)(\alpha - z)^2 x^2}{2(n-1)^2 z^3 \alpha}, \text{ oder auch}$$

$$Qq = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2} \cdot \left(\frac{n}{\alpha} - \frac{1}{z}\right)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{z}\right)^2.$$

Beyde Werthe $pQ + Qq$ zuſammen addirt geben die geſuchte Abweichung pq oder

$$w = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{\delta} + \frac{1}{z}\right)\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{z}\right)^2 + \left(\frac{n}{\alpha} - \frac{1}{z}\right)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{z}\right)^2\right).$$

So lange die Dicke des Glaſes in Vergleichung mit z und α ſehr klein iſt, hat ſie auf die Abweichung

keinen Einfluß. Wäre dagegen c gegen z und α nicht ſo gar klein, ſo könnte wohl daher eine etwas beträchtliche Aenderung der Abweichung entſtehen.

286. §.

Es iſt $\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$: (121. §. wenn hier p ſtatt des dortigen f gebraucht wird) wenn alſo der Factor $\frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2}$ mit $\frac{1}{p}$ multiplicirt, und dagegen der andere zuſammen geſetzte Factor der Abweichung mit $\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}$ dividirt wird; ſo erhält man eine andre Formul, die mit von der Brennweite p abhängt. Die Rechnung wird ſo geführt. Es iſt

$$\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{z}\right)^2 = \frac{1}{\delta^2} + \frac{2}{\delta z} + \frac{1}{z^2}$$

$$\times \left(\frac{n}{\delta} + \frac{1}{z}\right)$$

$$\frac{n}{\delta^3} + \frac{2n}{\delta^2 z} + \frac{n}{\delta z^2}$$

$$+ \frac{1}{\delta^2 z} + \frac{2}{\delta z^2} + \frac{1}{z^3}$$

$$\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{z}\right)^2 \left(\frac{n}{\delta} + \frac{1}{z}\right) = \frac{n}{\delta^3} + \frac{2n+1}{\delta^2 z} + \frac{n+2}{\delta z^2} + \frac{1}{z^3}$$

 $\left(\frac{1}{\alpha}\right.$

$$\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{z}\right)^2 = \frac{1}{\alpha^2}-\frac{2}{\alpha z}+\frac{1}{z^2}$$

$$\times\left(\frac{n}{\alpha}-\frac{1}{z}\right)$$

$$\frac{n}{\alpha^3}-\frac{2n}{\alpha^2 z}+\frac{n}{\alpha z^2}$$

$$-\frac{1}{\alpha^2 z}+\frac{2}{\alpha z^2}-\frac{1}{z^3}$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{z}\right)^2\left(\frac{n}{\alpha}-\frac{1}{z}\right)=\frac{n}{\alpha^3}-\frac{2n+1}{\alpha^2 z}+\frac{n+2}{\alpha z^2}-\frac{1}{z^3}$$

Die Summe iſt $\frac{n}{\delta^3}+\frac{2n+1}{\delta^2 z}+\frac{n+2}{\delta z^2}+\frac{n}{\alpha^3}-\frac{2n+1}{\alpha^2 z}+\frac{n+2}{\alpha z^2}$, und wenn mit $\frac{1}{\delta}+\frac{1}{\alpha}$ dividirt wird, ſo iſt der Quotient =

$$n\left(\frac{1}{\delta\delta}-\frac{1}{\delta\alpha}+\frac{1}{\alpha\alpha}\right)+\frac{2n+1}{z}\left(\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\alpha}\right)+\frac{n+2}{zz},$$

wie auch die Probe zeigt, wenn man dieſen Quotienten mit $\frac{1}{\delta}+\frac{1}{\alpha}$ multiplicirt. Dieſemnach iſt auch die Abweichung w =

$$\frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2 p}\left(n\left(\frac{1}{\delta\delta}-\frac{1}{\delta\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}\right)+\frac{2n+1}{z}\left(\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\alpha}\right)+\frac{n+2}{z^2}\right).$$

In dem Fall, wenn δ gar ſehr groß iſt, erhält man $\alpha = p$, und

w =

$$w = \frac{npx^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{p^2} + \frac{2n+1}{pz} + \frac{n+2}{z^2}\right).$$

287. §.

Gewöhnlich iſt $\delta > \alpha$ alſo $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\delta}$ und $\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\delta\delta}$ eine poſitive Gröſſe. Alsdenn iſt auch die Abweichung $pq = \frac{n\,\alpha^2 x^2}{2\,(n-1)^2\,p}\left(n\left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\delta^2}\right) - \frac{2\,n+1}{z}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) + \frac{n+2}{z^2}\right)$. In dem zuſammen geſetzten Factor hängt nur der Theil $\frac{n+2}{z^2} - \frac{2\,n+1}{z}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ von z ab, den ich um abzukürzen $= Z$ ſetze, und dieſer Theil verſchwindet, wenn entweder $\frac{1}{z} = 0$, oder wenn $\frac{1}{z} = \frac{2n+1}{n+2}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ iſt. Im erſten Fall muß z unendlich groß ſeyn. So lange übrigens $\frac{1}{z} > \frac{2\,n+1}{n+2}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ bleibt; ſo lange iſt Z poſitiv, und eben dieſe Gröſſe wird negativ, wenn $\frac{1}{z} < \frac{2\,n+1}{n+2}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ an-

genommen wird. Weil nun abermahl $Z = 0$ iſt, wenn $\frac{1}{z} = 0$ wird, ſo muß es zwiſchen den erwähnten beyden Werthen von $\frac{1}{z}$ einen ſolchen geben, wobey Z den gröſten negativen **Werth** erhält, da dann zugleich die Abweichung $pq = w$ **den kleinſten Werth** hat.

Wird $\frac{1}{z} = \frac{2n+1}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ angenommen, ſo hat Z den gröſten negativen, und w den kleinſten Werth, wovon man ſich durch die Rechnung ſelbſt verſichern kann, wenn man für $\frac{1}{z}$ das einmahl einen etwas kleinern, das andre mahl einen etwas gröſſern Werth ſetzt, als der angegebene iſt: da dann beydemahl für Z ein kleinerer negativer Werth gefunden wird. Es ſey alſo

$$\frac{1}{z} = \frac{2n+1}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right);$$

ſo iſt $\frac{n+2}{z} = \frac{1}{2}(2n+1)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$,

$$\frac{n+2}{z} - (2n+1)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) = -\frac{1}{2}(2n+1)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right),$$

$$\frac{n+2}{z^2} - \frac{2n+1}{z}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) = -\frac{(2n+1)^2}{4(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2,$$

und das iſt der gröſte negative Werth von Z. Wird dieſer Werth gebraucht, ſo findet man den kleinſten Werth

$w =$

$$w = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2 p}\left(n\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) + Z\right).$$

Es iſt aber $n\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) = n\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2$ $+ \frac{n}{\delta\alpha}$, und $n - \frac{(2n+1)^2}{4(n+2)} =$ $\frac{4n^2 + 8n - 4n^2 - 4n - 1}{4(n+2)} = \frac{4n-1}{4(n+2)}$, alſo $n\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) + Z = \frac{4n-1}{4(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha}\right.$ $\left.- \frac{1}{\delta}\right)^2 + \frac{n}{\delta\alpha}$. Weiter iſt $\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)^2 =$ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha\delta} + \frac{1}{\delta^2} - \frac{4}{\alpha\delta} = \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\delta}\right)^2 - \frac{4}{\alpha\delta}$ alſo auch $n\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) + Z =$

$$\frac{4n-1}{4(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\delta}\right)^2 - \frac{4n-1}{(n+2)\alpha\delta} + \frac{n}{\alpha\delta}$$

$$= \frac{4n-1}{4(n+2)} \cdot \frac{1}{pp} + \frac{(n-1)^2}{n+2} \cdot \frac{1}{\delta\alpha},$$

und man findet den kleinſten Werth

$$w = \frac{n\alpha^2 x^2}{2(n-1)^2 p} \cdot \left(\frac{4n-1}{4(n+2)} \cdot \frac{1}{pp} + \frac{(n-1)^2}{n+2} \cdot \frac{1}{\delta\alpha}\right)$$

$$= \frac{n(4n-1)\alpha^2 x^2}{8(n-1)^2(n+2)p}\left(\frac{1}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{(4n-1)\delta\alpha}\right).$$

Für

Für einen ſehr weit entfernten Gegenſtand iſt alſo der kleinſte Werth $w = \frac{n(4n-1)x^2}{8(n-1)^2(n+2)p}$.

Mit der Gleichung $\frac{1}{z} = \frac{2n+1}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right)$ für den Fall, wenn die Abweichung ein kleinſtes iſt, verbinde man folgende $\frac{n-1}{r} = \frac{n}{z} + \frac{1}{\delta}$, und $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{z}$, (118. §. z ſtatt h geſetzt) ſo erhält man

$$\frac{n-1}{r} = \frac{n(2n+1)}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) + \frac{1}{\delta}, \text{ alſo}$$

$$\frac{2(n-1)(n+2)}{r} = \frac{n(2n+1)}{\alpha} + \frac{2(n+2)-n(2n+1)}{\delta}$$

$$= \frac{2(2n+1)}{\alpha} - \frac{2nn-n-4}{\delta};$$

$$\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n(2n+1)}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right),$$

$$\frac{2(n-1)(n+2)}{\varrho} = \frac{2(n+2)}{\alpha} - \frac{n(2n+1)}{\alpha} + \frac{n(2n+1)}{\delta}$$

$$= \frac{n(2n+1)}{\delta} - \frac{2nn-n-4}{\alpha}.$$

Daraus findet man das Verhältniß der Halbmeſſer

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{n(2n+1)\alpha - (2nn-n-4)\delta}{n(2n+1)\delta - (2nn-n-4)\alpha}.$$

In

In dem Fall, wenn δ gar ſehr groß iſt, hat man

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{4 + n - 2nn}{n(2n+1)}.$$

288. §.

Es war der Abweichung kleinſter Werth =

$$\frac{n(4n-1)\alpha^2 x^2}{8(n-1)^2(n+2)p} \cdot \left(\frac{1}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{(4n-1)\delta\alpha}\right),$$

und wenn man überhaupt annimmt, es ſey

$$w = \frac{n(4n-1)\alpha^2 x^2}{8(n-1)^2(n+2)p}\left(\frac{\lambda}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{(4n-1)\delta\alpha}\right);$$

ſo iſt λ eine Zahl, die gröſſer als 1 ſeyn muß. Eben dieſe Zahl λ hängt von der ſphäriſchen Figur der Linſe ab, alſo muß man λ durch die Halbmeſſer ihrer Flächen, oder auch umgekehrt die Halbmeſſer der Flächen durch λ ausdrücken können.

Weil der eben angenommene Werth der Abweichung w dem im 286. §. gefundenen gleich ſeyn muß, ſo ſetze man

$$\frac{4n-1}{4(n+2)}\left(\frac{\lambda}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{(4n-1)\delta\alpha}\right) = \frac{n}{\delta\delta} - \frac{n}{\delta\alpha} + \frac{n}{\alpha^2} + \frac{2n+1}{z}\left(\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{n+2}{z^2},$$

alſo iſt

$$4n(n+2)\left(\frac{1}{\delta\delta} - \frac{1}{\delta\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) - \frac{4(n+2)(2n+1)}{z}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) + \frac{4(n+2)^2}{z^2}$$

=

$$= \frac{(4n-1)\lambda}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{\delta\alpha}.$$

Man nehme das erſte Glied auf beyden Seiten weg, und addire alsdenn $(2n+1)^2\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)^2$ hinzu; ſo erhält man die Gleichung $\left(\frac{2(n+2)}{z} - (2n+1)\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right)\right)^2 = \frac{(4n-1)\lambda}{pp} + \frac{4(n-1)^2}{\delta\alpha} - (4n-1)\left(\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{a^2}\right) - \frac{2(2nn+1)}{\delta\alpha}$.

Was hinter dem Gleichheitszeichen ſteht, wird $= \frac{(4n-1)\lambda}{pp} - (4n-1)\left(\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\delta^2}\right) - \frac{2(4n-1)}{\delta\alpha}$

$= (4n-1)\left(\frac{\lambda}{pp} - \frac{1}{\delta^2} - \frac{2}{\delta\alpha} - \frac{1}{\alpha^2}\right) = \frac{(4n-1)(\lambda-1)}{pp}$, und man findet $\frac{2(n+2)}{z} - (2n+1)\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right) = \pm\frac{\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{p}$,

alſo

$$\frac{1}{z} = \frac{2n+1}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\delta}\right) \mp \frac{\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{2(n+2)p}.$$

Mit dieſer eben gefundenen Gleichung verbinde man $\frac{n-1}{r} = \frac{1}{\delta} + \frac{n}{z}$, und $\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{z}$,

wie

wie im (288. §.), ſo erhält man

$$\frac{n-1}{r} = \frac{1}{\delta} + \frac{n(2n+1)}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{2(n+2)p}$$

$$\frac{2(n-1)(n+2)}{r} = \frac{2(n+2)}{\delta} - \frac{n(2n+1)}{\delta} + \frac{n(2n+1)}{\alpha} \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{p},$$

$$= \frac{4+n-2nn}{\delta} + \frac{n(2n+1)}{\alpha} \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{p};$$

$$\frac{n-1}{\varrho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n(2n+1)}{2(n+2)}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\delta}\right) \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{2(n+2)p}$$

$$\frac{2(n-1)(n+2)}{\varrho} = \frac{2(n+2)-n(2n+1)}{\alpha} + \frac{n(2n+1)}{\delta} \mp \frac{n\sqrt{(4n-1)(\lambda-1)}}{p}$$

$$= \frac{4+n-2nn}{\alpha} + \frac{n(2n+1)}{\delta} \mp \frac{n\sqrt{((4n-1)(\lambda-1)}}{p}:$$

alſo

alſo $\frac{1}{r} = \frac{4+n-2nn}{2(n-1)(n+2)\delta} + \frac{n(2n+1)}{2(n-1)(n+2)\alpha}$

$\mp \frac{n\sqrt{(4n-1)}\cdot\sqrt{(\lambda-1)}}{2(n-1)(n+2)p}$

und $\frac{1}{\varrho} = \frac{4+n-2nn}{2(n-1)(n+2)\alpha} + \frac{n(2n+1)}{2(n-1)(n+2)\delta}$

$\mp \frac{n\sqrt{(4n-1)}\cdot\sqrt{(\lambda-1)}}{2(n-1)(n+2)\cdot p}$.

Um abzukürzen ſetze man

$$\frac{n(4n-1)}{8(n-1)^2(n+2)} = \mu = 0{,}9382 \text{ für } n = \tfrac{31}{20},$$

$$\frac{4(n-1)^2}{4n-1} = \nu = 0{,}2327,$$

$$\frac{4+n-2nn}{2(n-1)(n+2)} = \varrho = 0{,}1908,$$

$$\frac{n(2n+1)}{2(n-1)(n+2)} = \sigma = 1{,}6274,$$

$$\frac{n\sqrt{(4n-1)}}{2(n-1)(n+2)} = \tau = 0{,}9051,$$

Weil aber ſonſt der Halbmeſſer der hintern Fläche mit ϱ bezeichnet iſt, ſo muß nun, Verwirrung zu vermeiden, ein andrer Buchſtabe gewählt werden. Demnach werde ich nun f ſtatt r, g ſtatt ϱ für die Halbmeſſer der Flächen ſchreiben: ſo iſt die Abweichung

$$w = \frac{\beta\alpha^2 x^2}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{\delta\alpha}\right).$$

Auch

Auch iſt $\frac{1}{f} = \frac{\varrho}{\delta} + \frac{\sigma}{\alpha} \pm \frac{\tau\sqrt{(\lambda - 1)}}{p}$

und $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\alpha} + \frac{\sigma}{\delta} \mp \frac{\tau\sqrt{(\lambda - 1)}}{p}$.

289. §.

Wenn $\frac{p}{\delta} = \mathfrak{A}$ geſetzt wird; ſo iſt $f = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$, und $g = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$.

Beweis. Man findet $\frac{\varrho}{\delta} + \frac{\sigma}{\alpha} = \frac{\varrho - \sigma}{\delta} + \sigma\left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha}\right)$, alſo auch $\frac{\varrho}{\delta} + \frac{\sigma}{\alpha} = \frac{\sigma}{p} - \frac{\sigma - \varrho}{\delta}$, und man erhält im 289. §. $\frac{1}{f} = \frac{\sigma}{p} - \frac{\sigma - \varrho}{\delta} \mp \frac{\tau\sqrt{(\lambda - 1)}}{p}$, alſo $\frac{p}{f} = \sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}$, und $f = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$. Eben ſo wird auch g gefunden, wobey nur zu bemerken nöthig iſt, daß ϱ und σ, wie auch die Zeichen vor der Wurzelgröſſe ſich mit einander verwechſeln.

 290. §.

290. §.

Weil dieſe allgemeinen Formeln im folgenden ſehr oft ihre Anwendung finden werden, ſo iſt es vortheilhaft, vorläufig die hieher gehörigen beſondern Fälle zu bemerken.

1.) In dem Fall $\delta = \infty$ wird $\mathfrak{A} = 0$, alſo $f = \frac{p}{\sigma \pm \tau\sqrt{\lambda - 1}}$, und $g = \frac{p}{\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$. Demnach iſt in eben dieſem Fall $p = (\sigma \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)})f = (\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)})g$, daraus folgt $\sigma f - \varrho g = (f+g)\tau\sqrt{(\lambda - 1)}$, alſo $\sqrt{(\lambda-1)} = \frac{\sigma f - \varrho g}{\tau(f+g)}$, und vermittelſt dieſer Gleichung kann λ gefunden werden. Damit die Abweichung am kleinſten ausfalle, wird erfodert, daß $\lambda = 1$ ſey, alſo $\sigma f = \varrho g$, und $\frac{f}{g} = \frac{\varrho}{\sigma} = \frac{4 + n - 2nn}{n(2n+1)}$, welches eben ſo am Ende des 287. §. gefunden ward.

Für das Verhältniß der Refraction $n : 1 = 31 : 20$ findet man $\varrho : \sigma = 19 : 162$ beynahe $= 2 : 17$; wenn aber $n : 1 = 3 : 2$ angenommen wird, ſo ergiebt ſich $\varrho : \sigma = 1 : 6$. Daraus ſiehet man, wie nöthig es ſey, das Verhältniß der Refraction recht genau zu wiſſen, um den Werth der kleinſten Abweichung, und was davon abhängt, richtig zu finden.

2.) Es bleibe die Vorausſetzung $\delta = \infty$, und die hintere Fläche des Glaſes ſey eben, ſo iſt $g = \infty$, und man erhält $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{-\varrho}{\tau}$. Wird alſo

$n = \frac{31}{20}$ angenommen, ſo findet man $\surd(\lambda - 1) = \frac{-191}{905}$, und $\lambda = 1{,}0443$: mithin iſt die Abweichung in dieſem Falle von der kleinſten wenig verſchieden. Wenn aber die Vorderfläche eben, alſo $f = \infty$ iſt, ſo hat man $\surd(\lambda - 1) = \frac{\sigma}{\tau} = \frac{1627}{905}$, wenn $n = \frac{31}{20}$ bleibt, und man findet $\lambda = 4{,}2329$ mehr denn viermahl gröſſer als in dem vorigen Falle. Hieraus folgt die Regel, daß von einem planconvexen Glaſe die convexe Seite dem Gegenſtande zugekehret werden müſſe.

3.) Man ſetze $\frac{g}{f} = \zeta$, ſo verwandelt ſich die Gleichung $\tau\surd(\lambda - 1) = \frac{\sigma f - \varrho g}{f + g}$ in folgende $\tau\surd(\lambda - 1) = \frac{\sigma - \varrho \cdot \zeta}{1 + \zeta}$, und der Fall $\zeta = \frac{\sigma}{\varrho}$ giebt die kleinſte Abweichung. Je kleiner ζ wird, deſto gröſſer wird der Werth der Zahl $\tau\surd(\lambda - 1)$, mithin die Abweichung deſto gröſſer. Wenn alſo ein ungleichſeitiges Glas gebraucht wird, ſo muß man die mehr erhabene Seite, welche den kleinern Halbmeſſer hat, nach dem Gegenſtande richten, damit der Halbmeſſer der hintern Fläche der gröſſere ſey.

4.) Wäre die hintere Vereinigungsweite $\alpha = \infty$, ſo müſte $\delta = p$, alſo $\mathfrak{A} = 1$ ſeyn: mithin $f = \frac{p}{\varrho \pm \tau\surd(\lambda - 1)}$, und $g = \frac{p}{\sigma \mp \tau\surd(\lambda - 1)}$.

291. §.

Aus den allgemeinen Gleichungen des 290. §. folgt

$$f(\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}) = g(\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}),$$

alſo ferner

$$(f+g)\tau\sqrt{(\lambda-1)} = f(\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)) - g(\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)),$$

woraus $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{f(\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)) - g(\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho))}{\tau(f+g)}$

gefunden wird.

1.) Demnach iſt in dem Fall der kleinſten Abweichung $\frac{f}{g} = \frac{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)}$, und man hat $f = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)}$, $g = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\tau - \varrho}$: auch iſt $\frac{1}{f} = \frac{\varrho}{a} + \frac{\sigma}{\alpha}$, $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\alpha} + \frac{\sigma}{a}$.

2.) Wenn beyde Halbmeſſer der Linſe gleich groß ſind, ſo findet man $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho - 2\mathfrak{A}(\sigma - \varrho)}{2\tau} = \frac{(\sigma - \varrho)(1 - 2\mathfrak{A})}{2\tau}$, oder $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{\tau}(\frac{1}{2} - \mathfrak{A})$. Es iſt aber $\mathfrak{A} = \frac{p}{\delta}$, und $p = \frac{\delta\alpha}{\delta + \alpha}$, alſo auch $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{\tau} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\delta + \alpha}\right)$, oder $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \cdot \frac{\delta - \alpha}{\delta + \alpha}$.

3.) Iſt nun überdem auch das Object ſehr weit entfernt, ſo daß man $\delta = \infty$ ſetzen kann, ſo erhält man

man für die gleichſeitige Linſe $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$.

Aus dem 288. §. hat man $\frac{\sigma}{\tau} = \frac{2n + 1}{\sqrt{(4n - 1)}}$, $\frac{\varrho}{\tau} = \frac{4 + n - 2nn}{n\sqrt{(4n - 1}}$, und man findet $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{2(nn - 1)}{n\sqrt{(4n - 1)}}$. Im folgenden werden die drey Vorausſetzungen $n = 1{,}53$, $n = 1{,}55$, $n = 1{,}58$, bey Objectivgläſern für Fernröhre mehrmahls vorkommen: um deßwillen iſt es vortheilhaft, wenn man für gleichſeitige Objective zu Fernröhren aus ſolchen Glasarten, bey welchen jene Vorausſetzungen ſtatt haben, vorläufig folgende Zahlen bemerket.

n	$\sqrt{(\lambda - 1)}$	λ	$\mu\lambda$
1,53	0,77464	1,60006	1,580
1,55	0,79367	1,62991	1,52916
1,58	0,82125	1,67445	1,461

4.) Für dasjenige Ocular eines optiſchen Werkzeuges, was dem Auge am nächſten iſt, muß die hintere Vereinigungsweite α unendlich groß ſeyn, wenn ein weitſichtiger das Werkzeug brauchen ſoll. (223. §.) In dieſem Fall verwandelt ſich der Ausdruck am Ende des n. 2. in folgenden $\sqrt{(\lambda - 1)} = -\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$, und es bleibt $\lambda - 1 = \frac{(\sigma - \varrho)^2}{4\tau^2}$, alſo können die am Ende des n. 3. beygefügten Werthe der Zahl λ auch für gleichſeitige Oculare gebraucht werden.

5.) Man ſetze $g = kf$, wie im 290. §. n. 3; ſo iſt der allgemeine Ausdruck $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} =$

$\frac{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) - \varrho k - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)k}{k + 1}$, oder auch

$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho k}{k + 1} - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)$. Aus der Brennweite p und dem Verhältniſſe der Halbmeſſer wird übrigens jeder Halbmeſſer ſchon vermittelſt der Gleichung $(n - 1)p = \frac{fg}{f+g}$ (119. §.) beſtimmt: denn man erhält $(n - 1)p = \frac{kf}{1 + k}$, und $f = \frac{(n - 1)(1 4 k)p}{k}$. Dieſen Werth könnte man dem allgemeinen Ausdruck $f = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$ gleich ſetzen, ſo würde das eine Gleichung zwiſchen $\mathfrak{A} = \frac{p}{\delta}$ und λ geben. Aus derſelben würde man ferner finden, wie bey der gegebenen Brennweite und Geſtalt der Linſe die Zahl λ, mithin auch die Abweichung von der Entfernung δ abhängt.

292. §.

Wenn die Entfernung δ ſich um die ſehr kleine Differenz $d\delta$ ändert, ſo wird $d\alpha = - \frac{\alpha^2}{\delta^2} \cdot d\delta$.

Beweis. Es iſt $\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$ (121. §.)

und

und p unveränderlich: alſo $-\frac{d\delta}{\delta\delta} - \frac{d\alpha}{\alpha\alpha} = 0$,

und das giebt $d\alpha = -\frac{\alpha^2}{\delta\delta} \cdot d\delta$.

Setzt man voraus, daß δ und α das für den ſphäriſchen Spiegel bezeichnen ſollen, was ſie hier für die Glaslinſe bezeichnen, ſo gilt der erwieſene Satz auch für den ſphäriſchen Spiegel. (119. §.)

293. §.

Die Längenabweichung wegen der Kugelgeſtalt durch zwey Gläſer zu finden.

Aufl. Wenn EG die gemeinſchaftliche Axe zweyer in A und B befindlichen Glaslinſen vorſtellet, und E ein Punct in der Axe iſt, der Licht auf das Objectivglas in A wirft; ſo ſey F der Sammlungspunct der zunächſt bey der Axe auffallenden Strahlen, oder das eigentlich ſo genannte Bild, und eben ſo das zum Glaſe B gehörige Bild in G. Die äuſſerſten auf das Objectiv fallenden Strahlen ſchneiden nach der Brechung die Axe in f, ſo iſt die Abweichung $Ff = P\alpha\alpha xx$, wenn man $P = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\alpha}\right)$ ſetzt. (288. §.) Es iſt alsdenn x der Oefnungshalbmeſſer des Objectivs. Ferner iſt a die Entfernung AE, welche in den allgemeinen Formuln δ hieß, und α iſt die Weite AF. Die Strahlen welche aus F zunächſt bey der Axe auf das Glas B fallen, vereinigen ſich in G, und die von f eben ſo auffallenden würden ſich in γ vereinigen, wenn man

126 Fig.

$G\gamma = \frac{\beta\beta}{bb} Ff$ nimmt. (292. §.) Durch f gehen keine Strahlen ohne nur die äuſſerſten, welche das Glas B in der Entfernung $\frac{bx}{\alpha}$ von der Axe ſchneiden, (217. §.) und dieſe werden nicht nach γ ſondern nach einen andern Punct g hingebrochen.

Um die Abweichung γg zu finden, ſollte man, ſo wie beym erſten Glaſe die Vereinigungsweiten AE, AF gebraucht ſind, hier Bf, $B\gamma$, nehmen: ſtatt der letztern aber können BF und BG in Rechnung gebracht werden. Wenn alsdenn für das zweyte Glas Q einen ähnlichen Coefficienten bedeutet, wie P für das erſte Glas bezeichnete, ſo iſt $\gamma g = Q\beta\beta . \frac{bbxx}{\alpha\alpha}$, weil hier der Oefnungshalbmeſſer $= \frac{bx}{\alpha}$ iſt. Das erſte Stück $G\gamma$ iſt $= \frac{\beta\beta}{bb} . P\alpha\alpha xx$, alſo $Gg = G\gamma + \gamma g = \beta\beta xx \left(\frac{\alpha\alpha}{bb} P + \frac{bb}{\alpha\alpha} Q\right)$.

294. §.

Man wendet ohne Schwierigkeit dieſe Schlüſſe auch auf drey und noch mehrere Gläſer an. Es ſey
127 nemlich EH die gemeinſchaftliche Axe dreyer in A,
Fig. B, C, befindlichen Gläſer, und der Punct E in der Axe ſende Licht auf das Objectivglas in A; das erſte eigentliche Bild ſey F, das zweyte G, das dritte H: ſo ſind das Vereinigungspuncte für Strahlen, die

zu-

zunächſt bey der Axe auffallen. Die äuſſerſten auf das Objectivglas A fallenden Strahlen werden dagegen die Axe zuerſt in f darauf in g und zuletzt in h ſchneiden. Es ſey η der Punct, wo die aus g zunächſt der Axe auf das dritte Glas fallenden Strahlen die Axe ſchneiden würden: ſo iſt $H\eta = \frac{\gamma\gamma}{cc} . Gg$, (292. §.) weil auch hier CG und CH ſtatt Cg und Cη in Rechnung gebracht werden können. Aber nur die äuſſerſten Strahlen kommen durch g, alſo entſteht eine neue Abweichung ηh, welche auf ähnliche Art, wie Ff für das erſte Glas gefunden wird.

Man nehme an, daß R ein ähnlicher Coefficient für das Glas C ſey, wie es P und Q für die beyden erſten Gläſer waren; ſo iſt überdem der nöthige Oefnungshalbmeſſer für das dritte Glas $= \frac{bcx}{\alpha\beta}$, mithin die Abweichung $\eta h = R\gamma\gamma . \frac{bbccxx}{\alpha\alpha\beta\beta}$. Weil nun $H\eta = \frac{\gamma\gamma}{cc} . Gg$ war; ſo findet man $Hh = H\eta + \eta h = \gamma\gamma xx \left(\frac{\alpha\alpha\beta\beta}{bbcc} P + \frac{bb\beta\beta}{\alpha\alpha cc} Q + \frac{bbcc}{\alpha\alpha\beta\beta} R \right)$, wenn der Werth G$g$ aus dem vor. §. gebraucht wird.

Kommt noch ein viertes Glas hinzu, wofür S das iſt, was P, Q, R, für die erſten drey Gläſer waren; ſo iſt für das vierte Glas die Abweichung

$= \frac{\delta\delta}{dd} \cdot Hh + S\delta\delta \cdot \frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2}$, oder eben

dieſe Abweichung $= \delta\delta xx \left(\frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2}{b^2c^2d^2} P + \right.$

$\left. \frac{b^2\beta^2\gamma^2}{\alpha^2c^2d^2} Q + \frac{b^2c^3\gamma^2}{\alpha^2\beta^2d^2} \cdot R + \frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2} S \right)$.

295. §.

Man laſſe λ', μ', ν' für das zweyte, λ'', μ'' ν'' für das dritte, λ''', μ''', ν''' für das vierte Glas eben das bedeuten, was λ, μ, ν, für das erſte Glas waren; ſo iſt

$$P = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{\alpha a}\right)$$

$$Q = \frac{\mu'}{q}\left(\frac{\lambda'}{q^2} + \frac{\nu'}{b\beta}\right)$$

$$R = \frac{\mu''}{r}\left(\frac{\lambda''}{r^2} + \frac{\nu''}{c\gamma}\right)$$

$$S = \frac{\mu'''}{s}\left(\frac{\lambda'''}{s^2} + \frac{\nu'''}{\delta d}\right) \text{ u. ſ. w.}$$

Alsdenn hat man aus dem 229. §. für zwey Gläſer $m = \frac{\alpha\beta}{bl}$, und im 293. §. war die Längenabweichung $Gg = \beta\beta xx \cdot \frac{\alpha\alpha}{bb}\left(P + \frac{b^4}{\alpha^4} Q\right)$; alſo wird eben dieſe Abweichung

$$Gg = m^2 \cdot l^2 \cdot x^2 \left(P + \frac{b^4}{\alpha^4} Q\right).$$

Für

Für drey Gläſer iſt $m = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcl}$, und

$$Hh = \gamma^2 x^2 . \frac{\alpha^2\beta^2}{b^2c^2}\left(P + \frac{b^4}{\alpha^4}Q + \frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R\right);$$

mithin auch

$$Hh = m^2 l^2 x^2 \left(P + \frac{b^4}{\alpha^4}Q + \frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R\right).$$

Für 4 Gläſer findet man eben ſo die Längenabweichung

$$= m^2 l^2 x^2 \left(P + \frac{b^4}{\alpha^4}Q + \frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R + \frac{b^4c^4d^4}{\alpha^4\beta^4\gamma^4}S\right).$$

296. §.

Aus einem Punct E der Axe EF fällt auf die dazu gehörige Linſe PP ein Lichtkegel, und F iſt das Bild, worin die zunächſt bey der Axe auffallenden Strahlen vereiniget werden. Wenn alsdenn die in der Entfernung AM auffallenden Strahlen wie EM nach ihrer Brechung die Axe in f ſchneiden; ſo iſt Ff die Längenabweichung für den Oefnungshalbmeſſer AM $= x$. In F ſey FK auf der Axe ſenkrecht, und ſchneide Mf in K, ſo heißt FK die Seitenabweichung. Bey Umdrehung der Figur um die Axe EF würde FK einen auf EF ſenkrechten Kreis beſchreiben, welcher um deßwillen ein Abweichungskreis heiſſen kann, weil alle Strahlen, welche aus E auf die Linſe in einer Entfernung fallen, die AM nicht übertrift, nach ihrer Brechung durch dieſen Kreis gehen.

128 Fig.

297. §.

Die Längenabweichung Ff wird vermittelſt einer Formul aus dem Oefnungshalbmeſſer x gefunden, welche unter der Form Vxx enthalten iſt, es mag PP nur eine einzige Linſe, oder unter mehrern hinter einander geſtellten die letzte zunächſt vor dem Auge ſeyn. (289. 293. 294. §.) Ferner iſt der Winkel $FfK = AfM = \frac{AM}{Af}$, oder nahe genug $= \frac{AM}{AF} = \frac{x}{\alpha}$. Auch wenn PP das letzte unter mehrern Gläſern wäre, ſo würde der Winkel AfM oder der ihm beynahe gleiche Winkel AFM vermittelſt einer Formul von der Form Wx gefunden werden. (217. §.) Demnach erhält man die Seitenabweichung $FK = Ff \times \text{Ang}\, FfK = V \,.\, W \,.\, x^3$.

298. §.

128 Fig. In der Ebene *AEM* fällt auf der andern Seite der Axe auch ein Strahl *EN* in der Entfernung $AN = z$ von der Axe auf die Glaslinſe *PP*, und dieſer Strahl ſchneidet nach ſeiner Brechung den vorigen Mf in H, die Axe aber in ζ: man ſoll die Stelle des Durchſchnittspuncts H finden.

Aufl. Aus H ſey HI auf die Axe ſenkrecht geſetzt, ſo kommt die Auflöſung darauf an, daß man fI und IH finde. Es war aber $Ff = Vxx$, und eben ſo iſt $F\zeta = Vzz$, weil V von x und z nicht abhängt: demnach iſt $f\zeta = V(x^2 - z^2)$. Ferner war Ang. $IfH = Wx$, und eben ſo iſt $I\zeta H = Wz$, wo-

woſelbſt ebenfalls W von x und z nicht abhängt. Weil nun $IH = If \cdot \text{Ang}\, IfH = I\zeta \cdot \text{Ang}\, I\zeta H$, mithin $If : I\zeta = \text{Ang}\, I\zeta H : \text{Ang}\, IfH$; ſo iſt $If : I\zeta = z : x$, und $If : f\zeta = z : z + x$; alſo $If = \frac{z}{z+x} \cdot f\zeta$, oder $If = Vz(x-z)$, und $IH = V \cdot W \cdot xz(x-z)$.

299. §.

Wenn x einerley bleibt, z aber Aenderungen leidet, ſo wird $IH = 0$ einmahl wenn $z = 0$, und hiernächſt, wenn $z = x$ iſt: alſo muß es einen Werth geben, der ſtatt z geſetzt, für IH einen gröſten Werth giebt. In der Formul $IH = V \cdot W \cdot xz(x-z)$ iſt nur das Product $z(x-z)$ veränderlich, und die Summe $z + (x-z)$ der Factoren z, und $(x-z)$ dieſes Products iſt beſtändig $= x$, alſo iſt das Product in dem Fall am gröſten, wenn $z = \frac{1}{2}x$ wird. Alsdenn iſt $fI = \frac{1}{4}Vx^2 = \frac{1}{4}Ff$, und $IH = \frac{1}{4}V \cdot W \cdot x^3$. Bey Umdrehung der Figur um die Axe EF würde auch IH einen auf der Axe ſenkrechten Kreis beſchreiben. Wenn alsdenn $fI = \frac{1}{4}Vx^2$, und $IH = \frac{1}{4}V \cdot W \cdot x^3$ angenommen wird; ſo faſſet der ſolchergeſtalt beſchriebene Kreis alle Strahlen, welche zwiſchen A und M auffallen, und nach ihrer Brechung die Axe zwiſchen F und f ſchneiden. 128 Fig.

Man ſtelle ſich nemlich die Entfernung AN veränderlich vor, und nehme an, daß ſie von der Null an wachſe bis $AN = Am = AM$ wird; ſo ſchneidet jederzeit der aus E auf N fallende Strahl nach ſeiner Brechung die Axe in einem zwiſchen F und f liegenden Punct wie ζ und zugleich den gebrochenen Strahl

Mf

Mf in einem zwiſchen K und f liegenden Punct wie H. In dem Fall AN = o liegt H in f, und ζ in F. Anfangs wenn AN wächſt, rückt H von f gegen K, wenn ζ gegen f rückt, aber nur ſo lange bis AN = $\frac{1}{2}$AM wird. Hiernächſt rückt H wieder gegen f, und fällt mit f zuſammen, wenn AN = Am = AM wird.

Die Figur ſtelle den Fall vor, wenn AN = $\frac{1}{2}$AM iſt, ſo erhellet, daß alle Strahlen, welche zwiſchen A und N auffallen, nach der Brechung zwiſchen f und H durchgehen, und auf Puncte zwiſchen F und ζ zulaufen. Strahlen, die zwiſchen N und m auffallen, laufen zwar nach der Brechung auch durch Puncte zwiſchen f und H, zugleich aber in der Axe durch Puncte zwiſchen ζ und f. Wenn nun der äuſſerſte Strahl mf und IH einander in h ſchneiden, ſo iſt Ih = IH, und über h hinaus kann kein Durchſchnittspunct mit IH fallen.

Dieſemnach iſt der mit dem Halbmeſſer IH = $\frac{1}{4}$V . W . x^3 beſchriebene Kreis unter allen Abweichungskreiſen, welche alle Strahlen faſſen, der kleinſte; es mag PP nur ein einziges Glas, oder unter mehrern hinter einander geſtellten das letzte ſeyn.

300. §.

In dem Fall, wenn das Object unendlich weit entfernt wäre, hätte man die Längenabweichung

$$Vxx = \frac{npx^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{p^2} + \frac{2n+1}{pz} + \frac{(n+2)}{z^2}\right).$$

(286. §. am Ende) Iſt überdem das Glas planconvex, und die ebene Seite dem Object zugekehrt, ſo iſt zugleich z unendlich groß, und es wird die Längen-

genabweichung $= \frac{n^2 x^2}{2(n-1)^2 p}$. Ferner iſt W$x$ = $\frac{x}{p}$, weil $\alpha = p$ wird, und man findet den kleinſten Abweichungshalbmeſſer IH $\frac{1}{4}$V.W.$x^3 = \frac{n^2 x^3}{8(n-1)^2 p^2}$.

Es iſt aber $p = \frac{fg}{(n-1)\,(f+g)}$, (119. §.) und hier iſt $f = \infty$, alſo $p = \frac{g}{n-1}$, und $g = (n-1)p$, folglich IH $= \frac{n^2 x^3}{8g^2}$.

Um dies für einen beſondern Fall in Zahlen zu berechnen, ſey $n = 1{,}55$, $g = 50$ Fuß, oder $g = 600$ Zoll, $x = 2$ Zoll, ſo findet man IH = 0,00000667 Zoll. Wenn nun dem 263. §. gemäß der Zerſtreuungshalbmeſſer wegen der Farben $= \frac{1}{55}x$ angenommen wird, ſo iſt derſelbe in dieſem beſondern Fall = 0,03636 Zoll, mithin iſt dieſer Zerſtreuungshalbmeſſer 5450mahl gröſſer, als jene Seitenabweichung wegen der Kugelgeſtalt.

301. §.

Die gleichartigen Strahlen, welche aus dem Punct E auf das Glas fallen, bekommt das Auge wegen der Abweichung ſo, als kämen ſie von der Fläche des kleinſten Abweichungskreiſes her: um deßwillen kann der Halbmeſſer des kleinſten Abweichungskreiſes als ein Maaß der von der ſphäriſchen Geſtalt der Gläſer herrührenden Undeut-

deutlichkeit dienen. Die Entfernung des letzten Bildes vom Auge ſey $= l$, wie es im 229. §. angenommen ward; ſo muß l negativ oder unendlich groß ſeyn, wenn das Auge deutlich ſehen ſoll. (223. §.) Alsdenn iſt zugleich l wenigſtens ſehr nahe die Entfernung des letzten Abweichungskreiſes vom Auge, deſſen Halbmeſſer vom Auge in dieſer Entfernung $= l$ unter dem Winkel $\frac{\frac{1}{4}V \,.\, W \,.\, x^3}{l}$ würde geſehen werden. Je kleiner alſo dieſer Winkel ausfällt, deſto weniger ſchädlich iſt die von der ſphäriſchen Geſtalt der Gläſer herrührende Undeutlichkeit. Es iſt gewöhnlich, daß man dieſen Winkel den **Halbmeſſer der Undeutlichkeit** nennet.

302. §.

Der Vorausſetzung gemäß iſt W für ein Glas $= \frac{1}{\alpha}$, für zwey Gläſer $= \frac{b}{\alpha\beta}$, für drey Gläſer $= \frac{bc}{\alpha\beta\gamma}$, für vier Gläſer $= \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma\delta}$, u. ſ. w. Aber auch für zwey Gläſer $m = \frac{\alpha\beta}{bl}$, für drey Gläſer $m = \frac{\alpha\beta\gamma}{bcl}$, für vier Gläſer $m = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcdl}$, u. ſ. f. (229. §.) Alſo iſt überhaupt $W = \frac{1}{ml}$.

Ferner iſt $V = m^2 l^2 \left(P + \frac{b^4}{\alpha^4} Q + \frac{b^4 c^4}{\alpha^4 \beta^4} R + \text{etc.}\right)$
(295. §.)

(295. §.) und dieſer Werth mit $\frac{\frac{1}{4}W.x^3}{l} = \frac{x^3}{4ml^2}$ multiplicirt giebt den Halbmeſſer der Undeutlichkeit

$$= \tfrac{1}{4}mx^3\left(P + \frac{b^4}{\alpha^4}Q + \frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R + \frac{b^4c^4d^4}{\alpha^4\beta^4\gamma^4}S + \text{etc.}\right).$$

Statt P, Q, R, S, ſchreibe man ihre Werthe aus dem 295. §. ſo wird dieſer Halbmeſſer der Undeutlichkeit =

$$\tfrac{1}{4}mx^3 \cdot \left\{\begin{array}{l} \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\alpha}\right) \\ + \frac{\mu'}{q}\left(\frac{\lambda'}{q^2} + \frac{\nu'}{b\beta}\right)\frac{b^4}{\alpha^4} \\ + \frac{\mu''}{r}\left(\frac{\lambda''}{r^2} + \frac{\nu''}{c\gamma}\right)\frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4} \\ + \text{etc.} \end{array}\right.$$

Für Teleſcope ſetzt man a unendlich groß, und $\alpha = p$, ſo wird für ſelbige der Halbmeſſer der Undeutlichkeit =

$$\frac{\frac{1}{4}mx^3}{p^3} \cdot \left\{\begin{array}{l} \mu\lambda + \frac{\mu'b^2}{pq}\left(\lambda' \cdot \frac{b^2}{q^2} + \nu' \cdot \frac{b}{\beta}\right) \\ \quad + \frac{\mu''cc}{pr}\left(\lambda'' \cdot \frac{c^2}{r^2} + \nu'' \cdot \frac{c}{\gamma}\right) \cdot \frac{b^4}{\beta^4} \\ \quad + \frac{\mu'''dd}{ps}\left(\lambda''' \cdot \frac{d^2}{s^2} + \nu''' \cdot \frac{d}{\delta}\right) \cdot \frac{b^4c^4}{\beta^4\gamma^4} \\ \quad + \text{etc.} \end{array}\right.$$

Die Zahl, welche dieſen Halbmeſſer der Undeutlichkeit angiebt, wenn man ihn nach der allgemeinen Formul berechnet, drückt die Länge eines Kreisbogens für den Halbmeſſer = 1 aus: demnach muß dieſe Zahl mit 3437,75 multiplicirt werden, um eben den Bogen in Minuten zu haben. (276. §.)

Die Erfahrung muß lehren, wie groß der Halbmeſſer der Undeutlichkeit, der von nun an = u geſetzt werden ſoll, höchſtens ſeyn könne, ohne daß ſolches dem deutlichen Sehen zu ſehr hinderlich werde. Herr Euler ſetzt, um abzukürzen, $u = \frac{1}{4k^3}$, und giebt die Regel, für Teleſcope müſſe k wenigſtens der Zahl 40 bis 50 gleich ſeyn, für Microſcope genüge es, wenn k nicht unter 20 betrage. Allein es wird unten aus der Berechnung ſolcher optiſchen Werkzeuge, die ganz gute Dienſte geleiſtet haben, erhellen, daß k der Deutlichkeit des Sehens unbeſchadet kleiner und u gröſſer ausfallen könne. Wird $k = 20$ geſetzt, ſo giebt das $u = \frac{3438}{32000}$ Minuten, oder $\frac{3438 \cdot 60}{32000} = 6\frac{7}{16}$ Secunden, da doch bey ganz gut gefundenen Microſcopen dieſer Halbmeſſer der Undeutlichkeit wohl eine Minute betragen hat. (Man vergleiche unten den 413. §.) Für Fernröhre müſte u nach der Euleriſchen Regel 8 mahl kleiner ſeyn, alſo nie völlig 1 Secunde betragen.

303. §.

In Herrn Eulers Dioptr. T. II. p. 11. und Herrn Klügels Analyt. Dioptrik §. 249. S. 92. iſt folgende Tafel der Werthe ϱ, σ, τ, μ, ν, $\mu\nu$, für verſchiedene Werthe der Zahl n mitgetheilt.

n	ϱ	σ	τ
1,50	0,2858	1,7143	0,9583
1,51	0,2653	1,6956	0,9468
1,52	0,2456	1,6776	0,9358
1,53	0,2267	1,6601	0,9252
1,54	0,2083	1,6434	0,9149
1,55	0,1908	1,6274	0,9051
1,56	0,1737	1,6119	0,8956
1,57	0,1573	1,5970	0,8864
1,58	0,1414	1,5827	0,8775
1,59	0,1259	1,5689	0,8689
1,60	0,1111	1,5555	0,8607

n	μ	ν	$\mu\nu$
1,50	1,0714	0,2000	0,2143
1,51	1,0420	0,2065	0,2151
1,52	1,0140	0,2129	0,2159
1,53	0,9875	0,2194	0,2168
1,54	0,9622	0,2260	0,2176
1,55	0,9381	0,2326	0,2182
1,56	0,9151	0,2393	0,2192
1,57	0,8932	0,2461	0,2199
1,58	0,8724	0,2529	0,2206
1,59	0,8525	0,2597	0,2214
1,60	0,8333	0,2666	0,2221

Herr Klügel hat noch die Logarithmen dieſer Zahlen für die Werthe $n = 1,53$, $n = 1,55$, $n = 1,58$ aus den allgemeinen Formuln berechnet, und in der nachſtehenden Tafel a. a. O. ebenfalls mitgetheilt.

n	1,53	1,55	1,58
$l\varrho$	9,3554177	9,2805353	9,1504450
$l\sigma$	0,2201369	0,2114946	0,1994094
$l\tau$	9,9662458	9,9567123	9,9432719
$l\mu$	9,9945449	9,9722913	9,9407397
$l\nu$	9,3413418	9,3667821	9,4030044
$l\mu\nu$	9,3358867	9,3390734	9,3437441
$l(\sigma-\varrho)$	0,1563758	0,1573419	0,1587667

Wegen der mit der Kennziffer 9 hier aufgeführten Logarithmen iſt zu bemerken, daß die dazu gehörigen Zahlen nicht ſelbſt diejenigen ſind, welche die Buchſtaben ϱ, τ, μ, ν, bezeichnen. Aus der voranſtehenden Euleriſchen Tafel erſiehet man, daß dieſe Zahlen ächte Brüche ſind; die mit den hier aufgeführten Logarithmen zuſammen gehörigen Zahlen ſind die Zähler zu jenen Brüchen, wenn man den Nenner 10000000000 darunter ſetzt. Eigentlich iſt $l\varrho = 9{,}3554177 - 10$, wenn $n = 1{,}53$ angenommen wird, und dieſe Bewandniß hat es mit den übrigen ebenfalls.

Der XVI. Abſchnitt.

Die allgemeinen Gründe der Theorie von den Spiegel-Teleſcopen.

304. §.

129 Fig. Es ſey AP die Axe eines ſphäriſchen Spiegels MAN, und in derſelben ein ſtrahlender Punct P, der Licht auf den Spiegel wirft, des Spiegels Halb-

Halbmeſſer AC $= r$, die Entfernung AP $= a$, die Vereinigungsweite für die zunächſt bey der Axe auffallenden Strahlen $A\pi = \alpha$, des Spiegels Brennweite $= p$, alſo $p = \frac{1}{2}r$: ſo iſt $\alpha = \frac{ap}{a-p}$. Wenn ferner ACM $= \gamma$, und $n = \frac{a-r}{a-\frac{1}{2}r}$ oder $n = \frac{a-2p}{a-p}$ geſetzt wird; ſo iſt des aus M zurückgeworfenen Strahls Mp Abweichung $\pi p = \frac{n^2 \text{ſinv}\,.\,\gamma}{1 - n\,\text{ſinv}\gamma} \cdot \frac{1}{2}r$. (50. §.) Es iſt aber $\frac{1}{1 - n\,\text{ſinv}\gamma} = 1 + \frac{n\,\text{ſinv}\gamma}{1 - n\,\text{ſinv}\gamma}$, alſo findet man $\pi p = n^2 \cdot \frac{1}{2}r \left(\text{ſinv}\gamma + \frac{n\,\text{ſinv}\gamma^2}{1 - n\,\text{ſinv}\gamma}\right)$; und weil γ allemahl ein kleiner Winkel bleibt, ſo hat man nahe genug $\pi p = \frac{1}{2}\,n^2 r\,\text{ſinv}\gamma^2$, oder $\frac{1}{4}\,n^2 r\,\text{ſin}\,\gamma^2$. Wird alſo noch QM $= x$ geſetzt, ſo iſt $\pi p = \frac{n^2}{4r} \cdot x^2$, oder $\pi p = \frac{n^2 x^2}{8p}$. Weil nun $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ (119. §.) ſo iſt $a - 2p = a - \frac{2a\alpha}{a+\alpha} = \frac{a(a-\alpha)}{a+\alpha}$, und $a - p = a - \frac{a\alpha}{a+\alpha} = \frac{a^2}{a+\alpha}$, mithin $n = \frac{a-2p}{a-p} = \frac{a-\alpha}{a}$, und man erhält $\pi p = \frac{(a-\alpha)^2 x^2}{8a^2 p}$.

Setzt man noch den Werth $\frac{a\alpha}{a+\alpha}$ ſtatt p, ſo erhält man $\pi p = \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 x^2}{8a^3\alpha}$.

305. §.

129 Fig. Im Dreyeck PMp iſt $\frac{\sin ApM}{PM} = \frac{\sin APM}{Mp}$, und man müſte den Winkel des zurückgeworfenen Strahls mit der Axe aus der Gleichung $\sin ApM = \frac{PM}{Mp} \sin APM$ ſuchen. So lange indeſſen dieſe Winkel ſo klein ſind, daß ſie nahe genug ihren Sinus proportional bleiben; ſo lange hat man auch $ApM = \frac{PM}{Mp} . APM$. Auch iſt alsdenn ſehr nahe $PM = AP$, $Mp = Ap = A\pi$, alſo $ApM = \frac{AP}{A\pi} . APM$, oder $ApM = \frac{a}{\alpha} APM$.

Bey eben dieſer Vorausſetzung hat man $APM = \frac{AM}{AP} = \frac{QM}{AP}$, oder $APM = \frac{x}{a}$, und ApM beynahe $= A\pi M = \frac{x}{\alpha}$.

306. §.

Für einen ſehr weit entfernten Gegenſtand iſt die Abweichung $\pi p = \frac{x^2}{8p} = 0{,}125 . \frac{xx}{p}$. Bey eben

eben der Vorausſetzung war die kleinſte Abweichung des in der Glaslinſe gebrochenen Strahls

$$w = \frac{n(4n-1)}{(n-1)^2 . (n+2)} . \frac{x^2}{8p}, \ (287. \ §.)$$

alſo auch $w = 7{,}5056 . \frac{x^2}{8p}$. (288. §.) Dieſemnach iſt die Abweichung des vom Spiegel zurück geworfenen Strahls $7\frac{1}{2}$mahl kleiner, als die Abweichung des in der Glaslinſe gebrochenen Strahls, wenn Brennweite und Oefnung einerley ſind. Bey der Glaslinſe kommt auſſer dieſer Abweichung wegen der Kugelgeſtalt noch diejenige hinzu, welche von der verſchiedenen Brechbarkeit des ungleichartigen Lichts herrührt, und dieſe iſt wenigſtens bey Objectiven für Fernröhre allemahl noch beträchtlicher, als die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt.

Es war nemlich die kleinſte Längenabweichung für die Glaslinſe $w = 0{,}9382 . \frac{x^2}{p}$, und dieſe mit $\frac{1}{4} . \frac{x}{p}$ multiplicirt giebt $0{,}2345 \frac{x^3}{p^2}$ für die Seitenabweichung. Aber wegen der Farbenzerſtreuung iſt dieſe $= \frac{1}{55}x$, wenn man, wie erfodert wird, im 263. §. für Fernröhre $\alpha = p$ ſetzt. Beyde Abweichungen würden gleich ſeyn, wenn $0{,}2345 \frac{x^2}{p^2} = \frac{1}{55}$ wäre, alſo $55 . 0{,}2345 . x^2 = p^2$, oder $12{,}8975 . x^2 = p^2$, mithin $x = \frac{1}{3{,}59} p$. So groß wird x bey Objectiven für Fernröhre wenigſtens nie genommen, alſo iſt die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt allemahl kleiner, als die wegen der Farbenzerſtreuung.

307. §.

Könnte man beym Fernrohr die Anordnung ſo machen, daß ſtatt des Objectivglaſes ein ſphäriſcher Hohlſpiegel diente; ſo würde bey gleicher Oefnung und Brennweite das mit dem Spiegel zuſammengehörige Bild weit deutlicher ſeyn, als das Bild, welches die Glaslinſe zuwege bringt. Die Sache läßt
131 ſich ſo ins Werk richten. Des Hohlſpiegels PP po-
Fig. lirte Fläche iſt dem Object E*e* zugekehrt, und AE iſt des Spiegels Axe. Mit eben dieſer Axe fällt des kleinern Hohlſpiegels QQ Axe zuſammen, derſelbe fängt das vom Spiegel PP zurückgeworfene Licht auf, wirſt es abermahl gegen den Hohlſpiegel PP zurück, der eben deswegen in der Mitte A eine kreisrunde Oefnung hat, damit das vom kleinern Spiegel herkommende Licht durchgehen könne. Hinter dem Spiegel PP kann man noch etliche zu eben der Axe AE gehörige Glaslinſen RR, SS, TT, ſtellen, ſo kann die ſo verbundene Reihe von Spiegeln und Gläſern eben die Wirkung haben, wie ſie ſonſt eine Reihe hinter einander geſtellter Glaslinſen hat.

308. §.

131 Der gröſſere dem Object zugekehrte Hohlſpiegel
Fig. bringe nemlich das deutliche Bild in F*f* zuwege, ſo iſt F*f* als ein Object anzuſehen, wovon der Spiegel QQ wieder in G*g* ein Bild zuwege bringt. Von dieſem Bilde breitet ſich das Licht, nachdem es durch die Oefnung im Spiegel PP durchgegangen iſt, über das Glas RR aus, und macht das dritte Bild in H*h*, da es dann hiernächſt mit den übrigen Bildern, welche die folgenden Gläſer zuwege bringen die aus dem 316. u. f. §. §. ſchon bekannte Bewandniß hat.

Man

Man ſetze auch hier

$$\begin{array}{llll} EA = a, & AF = \alpha, \\ FB = b, & BG = \beta, \\ GC = c, & CH = \gamma, \\ HD = d, & DI = \delta, \text{ u. ſ. w.} \end{array}$$

die Brennweiten des Spiegels PP $= p$, des Spiegels QQ $= q$, der Gläſer RR, SS, TT, Brennweiten aber bezeichne man mit den Buchſtaben r, s, t, u. ſ. f. Dies vorausgeſetzt kann man leicht die im XIII. Abſchnitt vorgetragenen allgemeinen Lehren auf die Spiegelteleſcope anwenden.

Es ſey nemlich der Oefnungshalbmeſſer des groſſen Spiegels $Ap = x$, und das Object, wie es bey Fernröhren allemahl iſt, ſey ſehr weit entfernt, ſo hat man $AEp = \frac{x}{a}$, $AFp = \frac{x}{\alpha} = BFq$. Mithin ferner $BGq = \frac{BF}{BG} \cdot BFq$, oder $BGq = \frac{bx}{\alpha\beta}$, wie für Gläſer im 217. §. Dieſemnach bleibt auch für die nun folgenden Gläſer $CHr = \frac{cbx}{\alpha\beta\gamma}$, $DIs = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma\delta}$, u. ſ. w.

Auch die wegen der Helligkeit nöthigen Halbmeſſer bleiben $Bq = \frac{bx}{\alpha}$, $Cr = \frac{bcx}{\alpha\beta}$, $Ds = \frac{dcbx}{\alpha\beta\gamma}$, u. ſ. w. Setzt man noch den Winkel $EAe = \varphi$, als 132 Fig.
den ſcheinbaren Halbmeſſer des Objects aus A geſehen, ſo ſind die Halbmeſſer der Bilder $Ff = \alpha\varphi$, $Gg = \frac{\alpha\beta}{b}\varphi$, $Hh = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}\varphi$, $Ii = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\varphi$, u. ſ. w.

309. §.

Durch das Loch in der Mitte des Objectivſpiegels muß kein Licht fallen können, das vom Object unmittelbar herkommt: darum muß der kleine Spiegel QQ nicht kleiner ſeyn, als das Loch im Objectivſpiegel. Damit aber auch von den ſeitwärts der Axe befindlichen Puncten des Objects kein Licht durch die Oefnung A falle, muß der kleine Spiegel noch ein wenig gröſſer, als dieſe Oefnung ſeyn. Damit ferner die aus E auf den Objectivſpiegel fallenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung vom kleinen Spiegel durch das Loch zu gehen Raum haben, muß β poſitiv ſeyn, oder das Bild G muß vor dem Spiegel liegen; ſonſt würden die zurückgehenden Strahlen auf dem Objectivſpiegel mehr Raum erfodern, als ſie auf dem kleinen Spiegel einnahmen.

Ja eben darum muß BG > ½ AB ſeyn, alſo $\beta > \frac{1}{2}(\alpha + b)$ oder für Fernröhre $\beta > \frac{1}{2}(p + b)$. Es iſt aber $\beta = \frac{bq}{b-q}$, alſo wird erfodert, daß $2bq >$ $(p+b)(b-q)$ ſey, mithin $3bq + pq > (p+b)b$, und $q > \frac{(p+b)b}{3b+p}$. Damit β poſitiv bleibe, muß $q < b$ ſeyn. Weil nun $pq > (p+b-3q)b$ war, ſo wird erfodert, daß $p > p+b-3q$ ſey, oder $3q + p > p+b$, mithin $3q > b$. Dieſemnach muß b zwiſchen den Gränzen q und $3q$ enthalten ſeyn.

310. §.

Wollte man ſtatt des kleinen Hohlſpiegels einen erhabenen ſphäriſchen Spiegel wählen, ſo wäre q negativ.

gativ. Alsdenn iſt $\beta = \frac{-bq}{b+q}$ negativ, wofern nicht auch b negativ angenommen wird, welches $\beta = \frac{+bq}{q-b}$ giebt. Damit nun β poſitiv bleibe, muß $b <$ q ſeyn, und $\beta > \frac{1}{2}(p-b)$; alſo nun $bq > \frac{1}{2}(p-b)$ $(q-b)$, und $3bq - pq > bb - pb$, oder $(p-b)b >$ $(p-3b)q$, mithin $q < \frac{(p-b)b}{p-3b}$.

Je gröſſer des kleinern Spiegels Halbmeſſer, mithin auch ſeine Brennweite angenommen wird, deſto mehr nähert ſich derſelbe der Natur des ebenen Spiegels, worin ſich derſelbe völlig verwandelt, wenn man ſeine Brennweite unendlich groß annimmt. Die allgemeine Formul $\beta = \frac{bq}{b-q}$ giebt alsdenn $\beta = -b$, alſo muß auch in dieſem Fall b negativ ſeyn, wenn β poſitiv bleiben, und das Bild vor dem Spiegel bleiben ſoll.

Dieſemnach muß in den beyden hier betrachteten Fällen des kleinen ebenen oder erhabenen Spiegels Entfernung vom groſſen Spiegel kleiner als des lez-tern Brennweite ſeyn.

311. §.

Wenn der Objectivſpiegel bey A nicht durchlö- 132 Fig.
chert wäre, ſo würde von jedem Punct e des Objects ein Strahl eA auf den Scheitel A des Spiegels fallen; derſelbe würde in der Ebene EAe auf der andern Seite, der Axe unter dem Winkel BAQ = BAe zu-rückſtrahlen, und durch das Bild f des Puncts e gehen.

hen. Wenn nun L der zur ſphäriſchen Fläche des kleinen Spiegels gehörige Mittelpunct, alſo LQ ihr Halbmeſſer iſt; ſo würde der Strahl AQ auf der andern Seite von LQ unter dem Winkel LQR = LQA zurück ſtrahlen, und durch des vom kleinen Spiegel zuwege gebrachte Bild *g* des Puncts *f* gehen. Dieſemnach wäre *e*A in eben dem Sinn wie bey Gläſern der aus *e* auf den Objectivſpiegel fallende Hauptſtrahl, und EA*e* = φ der ſcheinbare Halbmeſſer des Objects aus A geſehen. Der aus Q zurückgeworfene Strahl Q*g* ſchneide die Axe in O, er treffe das erſte Glas in R, und werde daſelbſt in die Lage RS gebrochen; ſo geht derſelbe durch das Bild *h* des Puncts *g*, und ſchneidet die Axe in O′. Ferner treffe dieſer Strahl das zweyte Glas in S, und werde daſelbſt in die Lage ST gebrochen; ſo geht er aufs neue durch das Bild *i* des Puncts *h*, ſchneidet die Axe in O″, und das dritte Glas in T, woſelbſt er abermahl in die Lage T*k* gebrochen wird, und die Axe in O‴ ſchneidet.

312. §.

Alle Hauptſtrahlen liegen nach der erſten Zurückwerfung ſo, als kämen ſie aus A her, alſo laufen ſie nach der zweyten Zurückwerfung durch O, wenn man $BO = \frac{AB \cdot q}{AB - q}$ nimmt, eben ſo wie im 220. §. bey Gläſern. Demnach bleibt $BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi}$ und $BOQ = \pi - \varphi$, wie im 220 §; auch bleiben die übrigen Formuln für CO′, DO″, u. ſ. f. und eben ſo für die Winkel an O′, O″, O‴ u. ſ. w. Man

ſetze

ſetze ferner $BQ = x$, ſo iſt $x' = AB \cdot \varphi$, und daraus wird $CR = x''$ eben ſo wie im 222 §. für Gläſer gefunden. Aus $CR = x'$ findet man hiernächſt weiter, wie aus dem 222 §. ſchon bekannt iſt $DS = x''$, $ET = x'''$, u. ſ. f. Dieſemnach bleiben auch die im 224 und 225 §. gefundenen Formuln für die Vergröſſerungszahl m bey Spiegelteleſcopen ſo wie bey dioptriſchen Fernröhren.

Was übrigens oben im 237. §. bey dioptriſchen Fernröhren die mittlere Reihe der Lichtkegel war, das bleibt ebenfalls ſonſt unverändert, wenn gleich ſtatt der beyden erſten Gläſer ſphäriſche Spiegel gebraucht werden. Nur die beyden erſten Kegel haben die umgekehrte Lage. Wenn alſo der Halbmeſſer des Zerſtreuungskreiſes an einer von den Stellen O, O', O'', wo das Auge ſtehen muß, $= y$ bleibt, ſo iſt auch für das Spiegelteleſcop allemahl $y = \frac{x}{m}$, oder $x = my$.

313. §.

Man ſiehet wohl, wenn vom Spiegelteleſcop die Rede iſt, daß kein eigentlicher Hauptſtrahl ins Auge kommen könne: indeſſen dient doch die Beſtimmung der Lage dieſer Hauptſtrahlen, die Stelle für das Auge anzugeben, und den Winkel zu finden, unter welchem das Object dem Auge durch die Spiegel und Gläſer erſcheinen muß. Eigentlich iſt *e*A die Axe des aus *e* auf den Objectivſpiegel fallenden Lichtkegels, der ſich nach der Zurückwerfung in einen Kegel verwandelt, deſſen Spitze *f* iſt. Von *f* breitet ſich das hiezu gehörige Licht wieder über den kleinen Spiegel aus, und verwandelt ſich nach der Zurückwerfung 132 Fig.

in

hen. Wenn nun L der zur ſphäriſchen Fläche des kleinen Spiegels gehörige Mittelpunct, alſo LQ ihr Halbmeſſer iſt; ſo würde der Strahl AQ auf der andern Seite von LQ unter dem Winkel LQR = LQA zurück ſtrahlen, und durch des vom kleinen Spiegel zuwege gebrachte Bild *g* des Puncts *f* gehen. Dieſemnach wäre *e*A in eben dem Sinn wie bey Gläſern der aus *e* auf den Objectivſpiegel fallende Hauptſtrahl, und EA*e* = φ der ſcheinbare Halbmeſſer des Objects aus A geſehen. Der aus Q zurückgeworfene Strahl Q*g* ſchneide die Axe in O, er treffe das erſte Glas in R, und werde daſelbſt in die Lage RS gebrochen; ſo geht derſelbe durch das Bild *h* des Puncts *g*, und ſchneidet die Axe in O′. Ferner treffe dieſer Strahl das zweyte Glas in S, und werde daſelbſt in die Lage ST gebrochen; ſo geht er aufs neue durch das Bild *i* des Puncts *h*, ſchneidet die Axe in O″, und das dritte Glas in T, woſelbſt er abermahl in die Lage T*k* gebrochen wird, und die Axe in O‴ ſchneidet.

312. §.

Alle Hauptſtrahlen liegen nach der erſten Zurückwerfung ſo, als kämen ſie aus A her, alſo laufen ſie nach der zweyten Zurückwerfung durch O, wenn man $BO = \frac{AB \cdot q}{AB - q}$ nimmt, eben ſo wie im 220. §. bey Gläſern. Demnach bleibt $BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi}$ und $BOQ = \pi - \varphi$, wie im 220 §; auch bleiben die übrigen Formuln für CO′, DO″, u. ſ. f. und eben ſo für die Winkel an O′, O″, O‴ u. ſ. w. Man

ſetze

ſetze ferner BQ $= x$, ſo iſt $x' =$ AB . φ, und daraus wird CR $= x''$ eben ſo wie im 222 §. für Gläſer gefunden. Aus CR $= x'$ findet man hiernächſt weiter, wie aus dem 222 §. ſchon bekannt iſt DS $= x''$, ET $= x'''$, u. ſ. f. Dieſemnach bleiben auch die im 224 und 225 §. gefundenen Formuln für die Vergröſſerungszahl m bey Spiegelteleſcopen ſo wie bey dioptriſchen Fernröhren.

Was übrigens oben im 237. §. bey dioptriſchen Fernröhren die mittlere Reihe der Lichtkegel war, das bleibt ebenfalls ſonſt unverändert, wenn gleich ſtatt der beyden erſten Gläſer ſphäriſche Spiegel gebraucht werden. Nur die beyden erſten Kegel haben die umgekehrte Lage. Wenn alſo der Halbmeſſer des Zerſtreuungskreiſes an einer von den Stellen O, O′, O″, wo das Auge ſtehen muß, $= y$ bleibt, ſo iſt auch für das Spiegelteleſcop allemahl

$y = \frac{x}{m}$, oder $x = my$.

313. §.

Man ſiehet wohl, wenn vom Spiegelteleſcop die Rede iſt, daß kein eigentlicher Hauptſtrahl ins Auge kommen könne: indeſſen dient doch die Beſtimmung der Lage dieſer Hauptſtrahlen, die Stelle für das Auge anzugeben, und den Winkel zu finden, unter welchem das Object dem Auge durch die Spiegel und Gläſer erſcheinen muß. Eigentlich iſt eA die Axe des aus e auf den Objectivſpiegel fallenden Lichtkegels, der ſich nach der Zurückwerfung in einen Kegel verwandelt, deſſen Spitze f iſt. Von f breitet ſich das hiezu gehörige Licht wieder über den kleinen Spiegel aus, und verwandelt ſich nach der Zurückwerfung 132 Fig.

in

in einen Kegel, der ſeine Spitze in g hat. Von g aus verbreitet ſich abermahl das Licht über das Glas RR, und verwandelt ſich nach der Brechung in einen Kegel, deſſen Spitze h iſt. Soll nun das Auge in O' ſtehen und das Object deutlich ſehen, ſo muß ſich dieſer letzte Lichtkegel in einen Cylinder verwandeln, weil die von einerley Punct des Objects kommenden Strahlen wenigſtens beynahe parallel ins Auge kommen müſſen. Demnach ſchneiden ſie alle die Axe bey O' unter einerley Winkel, und man kann um dieſen Winkel, auch ſelbſt die Stelle O' zu finden, den Hauptſtrahl betrachten.

314. §.

Wenn das Licht bey der Zurückſtrahlung von den Spiegeln eben ſo in ungleichartige Strahlen von verſchiedenen Farben, wie bey der Brechung, zerſtreuet würde: ſo könnte man alle Formuln, welche die Farbenzerſtreuung bey dioptriſchen Fernröhren betreffen, auf die Spiegelteleſcope unverändert anwenden. Weil aber die Farbenzerſtreuung bey dem von Spiegeln zurückſtrahlenden Licht wegfällt; ſo iſt das eben ſoviel, als wenn im 271. §. die daher rührende Winkelabweichung für die beyden erſten Gläſer $=$ 0 wäre, wenn ſtatt derſelben Spiegel gebraucht werden. Demnach bleibt daſelbſt aus den Formuln für drey und mehr Gläſer der Theil $\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q}$ weg, als wenn derſelbe $= 0$ wäre, und man erhält

für ein Augenglas

$$d\psi = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{bcx}{\alpha\beta r},$$

für zwey Augengläſer

$$d\psi = \left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{r} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\vartheta^2}{\gamma^2} \cdot \frac{1}{s}\right) \frac{bc\gamma}{\alpha\beta\vartheta} \cdot x,$$

für drey Augengläſer

$$d\psi =$$

$$\left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{r} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\vartheta^2}{\gamma^2} \cdot \frac{1}{s} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\vartheta^2 e^2}{\gamma^2 \delta^2} \cdot \frac{1}{t}\right) \frac{bc\gamma\delta}{\alpha\beta\vartheta e} x.$$

Das ϑ bezeichnet hier, wie es im 270 §. erinnert iſt, die Entfernung HD, welche ſonſt in den allgemeinen Formuln auch mit d bezeichnet wird. An dem angeführten Ort ward nur um deßwillen das ϑ ſtatt d geſetzt, weil auch das d die Differentialgröſſen bezeichnet, und ſelbiges in dieſen Formuln eine Zweydeutigkeit verurſachet hätte. Im folgenden kann ohne Verwirrung zu fürchten das d wieder gebraucht werden.

315. §.

Die Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptſtrahlen war für ein optiſches Werkzeug mit dreyen Gläſern

$$d\pi' - d\pi = \frac{\pi\beta}{c} \cdot \frac{dn'}{n'-1} + \frac{\pi' dn''}{n''-1} \text{ (282. §.) und}$$

mit zweyen Gläſern $d\pi = \frac{\pi dn'}{n'-1}$. (281. §.)

Werden ſtatt der beyden erſten Gläſer Spiegel gewählt,

wählt, ſo hat das die Wirkung, als wenn $\frac{\pi dn'}{n'-1}$ $=0$ wäre; alſo hat man für zwey Spiegel und ein Glas dieſe Abweichung $= \frac{\pi' dn''}{n''-1}$. Mithin iſt ferner

für 2 Spiegel und 2 Gläſer

dieſe Abweichung $= \frac{\pi'\gamma}{d} \cdot \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi'' dn'''}{n'''-1}$;

für 2 Spiegel und 3 Gläſer

iſt ſie $= \frac{\pi'\gamma\delta}{e} \cdot \frac{dn''}{n''-1} + \frac{\pi'' d}{e} \cdot \frac{dn'''}{n'''-1} + \frac{\pi''' dn''''}{n''''-1}$.

Eben ſo findet man ſie für noch mehr Gläſer.

316. §.

Die Längenabweichung wegen der ſphäriſchen Figur iſt für beyde Spiegel $= \frac{x}{8p} \left(\frac{\beta^2}{b^2} + \frac{(\beta - b)^2}{pq}\right)$, wenn der Gegenſtand unendlich weit entfernt iſt.

130 Fig. **Beweis.** Es ſey AE die gemeinſchaftliche Axe beyder Spiegel, und A des Objectivſpiegels, B des kleinern Spiegels Scheitel. Beyde werden für Hohlſpiegel angenommen, und wenn einer davon erhaben ſeyn ſoll; ſo wird ſeine Brennweite negativ. Des groſſen Spiegels A Brennpunct ſey F, und Ff die Abweichung der zunächſt am Rande mit der Axe parallel auffallenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung: ſo iſt F$f = \frac{x^2}{8p}$, (304. §.) weil a unendlich groß

ange-

angenommen wird. Ferner ſey G der Vereinigungspunct für die zunächſt bey der Axe aus F auf den kleinen Spiegel fallenden Strahlen, alſo BG = β, FB = b. Wenn nun die Strahlen welche ſich von f aus über dem kleinen Spiegel B verbreiten, keine Abweichung litten, ſo würden ſie in γ zuſammen laufen, wenn $G\gamma = \frac{-\beta\beta}{bb} \cdot Ff$ genommen wäre. (292. §) Allein dieſe aus f kommenden Strahlen fallen auf den kleinen Spiegel in einer Entfernung $= \frac{bx}{p}$ von der Axe, und um deßwillen laufen ſie durch g, da dann γg als die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt nach dem 304. §. gefunden wird. Es iſt nemlich

$$\gamma g = \frac{(b-\beta)^2}{8b^2 q} \cdot \frac{b^2 x^2}{p^2} = \frac{(\beta - b)^2 x^2}{8p^2 q}.$$

Demnach findet man

$$Gg = G\gamma + \gamma g = \frac{\beta\beta}{bb} \cdot \frac{x^2}{8p} + \frac{(\beta - b)^2 x^2}{8p^2 q},$$

oder $$Gg = \frac{x^2}{8p}\left(\frac{\beta\beta}{bb} + \frac{(\beta - b)^2}{pq}\right).$$

317. §.

Im 293 §. war die Längenabweichung für zwey Gläſer $= \beta\beta xx \left(\frac{\alpha\alpha}{bb} P + \frac{bb}{\alpha\alpha} Q\right)$, und wenn man $\alpha = p$ ſetzt, wie hier erfodert wird, auch überdem $P = \frac{1}{8p^3}$, $Q = \frac{(\beta - b)^2}{8qb^2\beta^2}$ annimmt; ſo

wird dieſe Formul =

$$\beta\beta xx\left(\frac{1}{8b^2p}+\frac{(\beta-b)^2}{8qp^2\beta^2}\right)=\frac{\beta\beta xx}{8b^2p}+\frac{(\beta-b)^2x^2}{8p^2q}.$$

Das war im vor. §. die Längenabweichung für zwey Spiegel. Wenn demnach ſtatt P und Q die eben angezeigten Werthe in den Formuln des 294 u. 295. §. gebraucht werden, R, S, u. ſ. f. aber die dortige Bedeutung behalten; ſo kann man die dortigen Formuln, welche die Längenabweichung für drey, vier und mehr Gläſer geben, auch brauchen, wenn ſtatt der erſten beyden Gläſer Spiegel gewählt werden.

Was ferner im 297. §. W war, das bleibt bey dem optiſchen Werkzeuge unverändert, wenn ſtatt der erſten beyden Gläſer Spiegel gewählt ſind: alſo bleibt auch für Spiegelteleſcope die Seitenabweichung $= V.W.x^3$, und der Halbmeſſer der Undeutlichkeit $\frac{V.W.x^3}{4l} =$

$$\tfrac{1}{4}mx^3\left(P+\frac{b^4}{\alpha^4}Q+\frac{b^4c^4}{\alpha^4\beta^4}R+\frac{b^4c^4\vartheta^4}{\alpha^4\beta^4\gamma^4}S+\text{etc.}\right).$$

Setzt man für P und Q die den Spiegeln zugehörigen Werthe, ſtatt R und S aber die Werthe aus dem 295. §., und nimmt alsdenn $\alpha = p$; ſo findet man den Halbmeſſer der Undeutlichkeit für Spiegelteleſcope =

$$\frac{mx^3}{4p^3}\left[\begin{array}{l}\frac{1}{8}+\frac{b^2(\beta-b)^2}{8pq\beta^2}\\ +\frac{\mu cc}{pr}\left(\frac{\lambda cc}{rr}+\frac{\nu c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4}\\ +\frac{\mu\vartheta^2}{ps}\left(\frac{\lambda'\vartheta\vartheta}{ss}+\frac{\nu\vartheta}{\delta}\right)\frac{b^4c^4}{\beta^4\gamma^4}\\ +\text{etc.}\end{array}\right.$$

Daß in der Mitte des groſſen Spiegels ein Theil deſſelben wegfällt, ſolches macht hier keine Aenderung. So lange nemlich der Halbmeſſer der Oefnung in der Mitte dieſes Objectivſpiegels nicht die Hälfte des ganzen Oefnungshalbmeſſers übertrift, ſo lange kann auch der kleinſte Abweichungskreis nicht kleiner angenommen werden, als ihn obige Formuln geben, wie aus dem 299. §. leicht folgt. So groß aber wird das Loch in der Mitte des Spiegels nie gemacht.

318. §.

Weil man vor Newton die Geſetze der Farbenzerſtreuung noch gar nicht, oder wenigſtens ganz unvollkommen kannte, ſo glaubte man den Unvollkommenheiten der Fernröhre dadurch abzuhelfen, daß man ſtatt der ſphäriſchen Figur für die Glaslinſen eine andre ſuchte, welche die Eigenſchaft hätte, daß Strahlen, die von einerley Punct des Objects kommen, nach der Brechung wieder in einerley Punct vereiniget würden. Nachdem aber Newton ſeine Theorie der Farben entdeckt hatte, ſahe er bald ein, daß Gläſer, welche die eine Art von Strahlen aufs

genaueſte vereinigten, ſolches doch bey der andern Art nicht thun könnten. Eben dadurch ward er veranlaſſet, ſtatt des Objectivglaſes bey Fernröhren auf den Gebrauch des Objectivſpiegels zu verfallen. Zwar iſt Herr Jacob **Gregory** von Aberdeen eigentlich der erſte Erſinder des Spiegelteleſcops geweſen: allein ſeine Einrichtung iſt von der Newtonſchen hauptſächlich darin unterſchieden, daß ſeine Spiegel nicht die ſphäriſche ſondern eine andre Figur haben ſollten, um die von einerley Punct des Objects kommenden Strahlen nach der Zurückwerfung wieder völlig genau in einerley Punct zu vereinigen. **Gregory** hat ſeinen Entwurf nie ſelbſt ausgeführt.

319. §.

Newtons Teleſcop hat einen ſphäriſchen Objectivſpiegel, ſtatt des kleinern Hohlſpiegels aber einen ebenen Spiegel mit einer Neigung von 45° gegen die Axe des groſſen Spiegels. Die Entfernung des ebenen Spiegels vom ſphäriſchen Objectivſpiegel iſt kleiner, als des leztern Brennweite, damit der ebene Spiegel das von dem ſphäriſchen zurückſtrahlende Licht vor der Vereinigung auffange, und ſeitwärts der Axe ein Bild zuwege bringe, welches das Auge durch ein in der Röhre eingeſeztes Augenglas von der Seite her betrachten kann. Dies Newtonſche Teleſcop ward im Jahr 1672 in den philoſophiſchen Transactionen bekannt gemacht, und in eben dem Jahr eignete ſich Hr. **Caſſegrain**, ein Franzoſe, im Journal des Sçavans die Ehre einer ähnlichen Erfindung zu; er behauptete, daß ihm eine beſſere Einrichtung eingefallen wäre, noch ehe er etwas vom Newtonſchen Teleſcop erfahren hätte, nemlich einen

einen erhabenen Spiegel ſtatt des ebenen Spiegels zu brauchen. Sonſt hat dies Caſſegrainiſche Teleſcop alle Aehnlichkeit mit dem Gregorianiſchen, und der groſſe Spiegel iſt ebenfalls durchbort.

320. §.

Die allgemeinen für Spiegelteleſcope bewieſenen Formuln finden bey dem Newtoniſchen eine leichte Anwendung, wenn man die Brennweite q des kleinen Spiegels unendlich groß ſetzt. Aus dem 225. §. mit dem 312. §. verbunden iſt für 2 Spiegel und ein Augenglas die Vergröſſerungszahl $m = \frac{\alpha\beta}{br}$, und hier iſt $\beta = -b$; mithin wird $m = -\frac{\alpha}{r}$, oder hier $m = -\frac{p}{r}$, weil $\alpha = p$ ſeyn ſoll. Die ganze Einrichtung hat übrigens alle Aehnlichkeit mit derjenigen, die das Sternrohr erhält; nur kann es um ein ſehr anſehnliches kürzer werden, als ein dioptriſches Sternrohr ausfallen könnte, weil bey der Zurückſtrahlung des Lichts vom Objectivſpiegel keine Farbenzerſtreuung erfolgt, und weil auch ſelbſt die Abweichung der Lichtſtrahlen von den Vereinigungspuncten wegen der ſphäriſchen Geſtalt bey Spiegeln nicht ſo beträchtlich iſt, als bey Glaslinſen. (306. §.)

321. §.

Die Anordnung eines Newtonianiſchen Spiegelteleſcops iſt gegeben, man ſoll die Anordnung für ein andres finden, das bey gleicher Deutlichkeit und Helligkeit mehr oder weniger vergröſſert.

Aufl. Aus dem 317. §. hat man für den Objectivſpiegel den Halbmeſſer der Undeutlichkeit $= \frac{mx^3}{32p^3}$, und ohne jetzt auf die Lage des Geſichtswinkels gegen die Axe zu ſehen, $m = \frac{p}{r}$; (320. §.) alſo iſt eben die Formul $= \frac{x^3}{32 . p^2 r}$, und bey gleicher Deutlichkeit muß für ein andres Teleſcop der Quotient $\frac{x^3}{p^2 r}$ einerley Gröſſe behalten. Wenn nun X, P, R, M, den Oefnungshalbmeſſer, die Brennweiten des Objectivſpiegels und Oculars, und die Vergröſſerungszahl für das andre Teleſcop bedeuten; ſo wird erfodert, daß $\frac{x^3}{p^2 r} = \frac{X^3}{P^2 R}$ ſey, mithin $x^3 : X^3 = p^2 . r : P^2 . R$. Ferner iſt $y = \frac{x}{m}$, alſo auch wegen der gleichen Helligkeit $y = \frac{X}{M}$, und man erhält $x : X = m : M$, mithin auch $x : X = \frac{p}{r} : \frac{P}{R}$, und $x^3 : X^3 = \frac{p^3}{r^3} : \frac{P^3}{R^3}$. Dieſe Proportion mit der erſten verbunden giebt folgende

1.) $\frac{p^3}{r^3} : \frac{P^3}{R^3} = p^2 . r : P^2 . R$, alſo $p : P = r^4 : R^4$, das heißt, die Brennweiten der Objectivſpiegel müſſen ſich verhalten, wie die Bi-

Biquadrate der Brennweiten der Ocular-gläſer.

Wenn man ferner die Proportion $x^3 : X^3 = p^2 . r : P^2 . R$ mit der andern $x : X = \frac{p}{r} : \frac{P}{R}$ multiplicirt, ſo erhält man

2.) $x^4 : X^4 = p^3 : P^3$, das heißt, die Biquadrate der Oefnungshalbmeſſer müſſen ſich verhalten, wie die Cubiczahlen der Brennweiten der Objectivſpiegel.

Bey gleicher Helligkeit verhalten ſich die Oefnungshalbmeſſer, wie die Vergröſſerungszahlen: alſo iſt bey gleicher Deutlichkeit und Helligkeit auch

3.) $m^4 : M^4 = p^3 : P^3$, die Cubiczahlen der Brennweiten verhalten ſich wie die Biquadrate der Vergröſſerungszahlen.

Wird hiernächſt die Proportion $x^4 : X^4 = p^3 : P^3$ mit $x^3 : X^3 = \frac{p^3}{r^3} : \frac{P^3}{R^3}$ dividirt, ſo findet man $x : X = r^3 : R^3$, oder die Oefnungshalbmeſſer müſſen ſich wie die Cubiczahlen der Brennweiten der Oculare verhalten.

322. §.

Hadley, der die Verfertigung der Spiegeltelescope im Jahr 1723 allererſt zur mehrern Vollkommenheit brachte, überreichte in dem erwehnten Jahre der Königlichen Geſellſchaft der Wiſſenſchaften in London ein Teleſcop nach Newtons Entwurfe, das

Aufl. Aus dem 317. §. hat man für den Objectivſpiegel den Halbmeſſer der Undeutlichkeit $= \frac{mx^3}{32p^3}$, und ohne jetzt auf die Lage des Geſichtswinkels gegen die Axe zu ſehen, $m = \frac{p}{r}$; (320. §.) alſo iſt eben die Formul $= \frac{x^3}{32 . p^2 r}$, und bey gleicher Deutlichkeit muß für ein andres Teleſcop der Quotient $\frac{x^3}{p^2 r}$ einerley Gröſſe behalten. Wenn nun X, P, R, M, den Oefnungshalbmeſſer, die Brennweiten des Objectivſpiegels und Oculars, und die Vergröſſerungszahl für das andre Teleſcop bedeuten; ſo wird erfodert, daß $\frac{x^3}{p^2 r} = \frac{X^3}{P^2 R}$ ſey, mithin $x^3 : X^3 = p^2 . r : P^2 . R$. Ferner iſt $y = \frac{x}{m}$, alſo auch wegen der gleichen Helligkeit $y = \frac{X}{M}$, und man erhält $x : X = m : M$, mithin auch $x : X = \frac{p}{r} : \frac{P}{R}$, und $x^3 : X^3 = \frac{p^3}{r^3} : \frac{P^3}{R^3}$. Dieſe Proportion mit der erſten verbunden giebt folgende

1.) $\frac{p^3}{r^3} : \frac{P^3}{R^3} = p^2 . r : P^2 . R$, alſo $p : P = r^4 : R^4$, das heißt, die Brennweiten der Objectivſpiegel müſſen ſich verhalten, wie die Bi-

Biquadrate der Brennweiten der Ocular-gläſer.

Wenn man ferner die Proportion $x^3 : X^3 = p^2 . r : P^2 . R$ mit der andern $x : X = \frac{p}{r} : \frac{P}{R}$ multiplicirt, ſo erhält man

2.) $x^4 : X^4 = p^3 : P^3$, das heißt, die Biquadrate der Oefnungshalbmeſſer müſſen ſich verhalten, wie die Cubiczahlen der Brennweiten der Objectivſpiegel.

Bey gleicher Helligkeit verhalten ſich die Oefnungshalbmeſſer, wie die Vergröſſerungszahlen: alſo iſt bey gleicher Deutlichkeit und Helligkeit auch

3.) $m^4 : M^4 = p^3 : P^3$, die Cubiczahlen der Brennweiten verhalten ſich wie die Biquadrate der Vergröſſerungszahlen.

Wird hiernächſt die Proportion $x^4 : X^4 = p^3 : P^3$ mit $x^3 : X^3 = \frac{p^3}{r^3} : \frac{P^3}{R^3}$ dividirt, ſo findet man $x : X = r^3 : R^3$, oder die Oefnungshalbmeſſer müſſen ſich wie die Cubiczahlen der Brennweiten der Oculare verhalten.

322. §.

Hadley, der die Verfertigung der Spiegeltelescope im Jahr 1723 allererſt zur mehrern Vollkommenheit brachte, überreichte in dem erwehnten Jahre der Königlichen Geſellſchaft der Wiſſenſchaften in London ein Teleſcop nach Newtons Entwurfe, das

einen Objectivſpiegel von 62,5 Zoll Brennweite hatte. Nachdem man ſeiner Oefnung die Breiten von 4,5 oder 5, oder 5,5 Zoll gab, ward dazu ein Augenglas gebrauchet, das $\frac{11}{40}$, oder 0,3, oder $\frac{1}{3}$ Zoll Brennweite hatte. Wenn demnach die Einrichtung mit der mittlern Oefnung zum Grunde geſetzt wird, ſo iſt $p = 62{,}5$ Zoll, $r = 0{,}3$ Zoll, $x = 2\frac{1}{2}$ Zoll, alſo war die Vergröſſerungszahl $m = \frac{625}{3} = 208{,}3$, und man findet aus der Proportion $p : P = r^4 : R^4$ die Brennweite R des Oculars, wenn die Brennweite P des Objectivſpiegels gegeben, oder willkührlich angenommen wird. Man nehme als ein Exempel $P = 4$ Fuß $= 48$ Zoll an; ſo wird

$$R = r\sqrt[4]{\frac{P}{p}} = 0{,}3 \cdot \sqrt[4]{\frac{480}{625}}.$$

Die Zahl unter dem Wurzelzeichen findet man $= 0{,}768$, daraus iſt die Quadratwurzel $= 0{,}882043$, und daraus ferner die Quadratwurzel $= 0{,}9392$, welche mit 0,3 multiplicirt $R = 0{,}28176$ Zoll giebt. Demnach wird die Vergröſſerung $\frac{P}{R} = M = \frac{48000}{281} = 171$, und aus der Proportion $m : M = x : X$ findet man $X = \frac{M}{m} x = \frac{171}{208{,}3} \cdot 2{,}5$ Zoll. Die Rechnung giebt $X = 2{,}052$ Zoll, alſo den ganzen Durchmeſſer der Oefnung $= 4{,}104$ Zoll.

Für die Helligkeit, womit Teleſcope von dieſer Anordnung die Objecte darſtellen, findet man $y = \frac{X}{M} = \frac{2{,}052}{171} = 0{,}012$ Zoll, und dem 241. §. gemäß $c = 400 \cdot y^2 \cdot C = 0{,}0576 \cdot C$, alſo die

die Helligkeit 17mahl geringer als mit bloſſen Augen. Man vergleiche den 276. §.

323. §.

Im Smithſchen Lehrbegriffe der Optik vom H. H. Käſtner überſetzt iſt die nachſtehende Tafel mitgetheilt, und nach den eben vorgetragenen Gründen für Spiegelteleſcope berechnet.

Brennw. des Hohlſpiegels.	Brennw. des Ocul. in Zoll.	Vergröſſerung.	Oefnungs-Durchmeſſer.
½ Fuß	0,167	36	0,864
1 Fuß	0,199	60	1,440
2 —	0,236	102	2,448
3 —	0,261	138	3,312
4 —	0,281	171	4,104
5 —	0,297	202	4,848
6 —	0,311	232	5,568
7 —	0,323	260	6,240
8 —	0,334	287	6,888
9 —	0,344	314	7,536
10 —	0,353	340	8,160
11 —	0,362	365	8,760
12 —	0,367	390	9,360
13 —	0,377	414	9,936
14 —	0,384	437	10,488
15 —	0,391	460	11,040
16 —	0,397	483	11,592
17 —	0,403	506	12,143

Der XVII. Abſchnitt.

Die Theorie der aus verſchiedenen Glasarten zuſammen geſetzten Objectivgläſer.

324. §.

Es iſt möglich die Anordnung für zwey zu einerley Axe gehörige Glaslinſen ſo zu machen, daß die Undeutlichkeit des Bildes gehoben wird, welche die Farbenzerſtreuung in der Axe, und die Abweichung des Lichts wegen der Kugelgeſtalt der Gläſer ſonſt zuwege bringt.

Beweis. Für zwey Gläſer iſt wegen der Farbenzerſtreuung in der Axe die Längenabweichung

$$d\beta = -\left(\frac{dn}{n-1}\cdot\frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{1}{q}\right)\frac{\alpha^2.\beta^2}{b^2}.$$

(266. §.) und dieſer Ausdruck kann = 0 werden, wenn p oder q negativ, mithin eine von beyden Linſen ein Zerſtreuungsglas iſt.

Ferner iſt wegen der Kugelgeſtalt der Halbmeſſer der Undeutlichkeit =

$$\tfrac{1}{4}mx^3\left\{\begin{array}{l}\frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2}+\frac{\nu}{a\alpha}\right)\\ +\frac{\mu'}{q}\left(\frac{\lambda'}{q^2}+\frac{\nu'}{b\beta}\right)\frac{b^4}{\alpha^4}\end{array}\right\}\ (302.\ \S.)$$

und dieſe Formul kann ebenfalls verſchwinden, wenn eine von beyden Brennweiten negativ iſt.

325. §.

Hieraus erhellet die Möglichkeit deſſen, daß man ſtatt eines gewöhnlichen einfachen Objectivglaſes beym Fernrohr zwey dergleichen hinter einander ſtellen könne, welche beyde zuſammen ein Bild zuwege bringen. Das von der Farbenzerſtreuung in der Axe und von der Abweichung wegen der Kugelgeſtalt frey iſt. Nur die Farbenzerſtreuung auſſer der Axe wird man nicht heben können, wofern nicht wenigſtens das dritte Glas hinzu kommt; denn es iſt die Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptſtrahlen nach ihrer Brechung und Zerſtreuung im zweyten Glaſe $d\pi = \frac{\pi dn'}{n' - 1}$, (281. §.) die nicht verſchwinden kan, wofern nicht dn' verſchwände. Dagegen iſt dieſe Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptſtrahlen nach ihrer Brechung und Zerſtreuung im dritten Glaſe $d\pi' - d\pi = -\left(\frac{\beta}{r} + \frac{c}{\gamma}\right) \cdot \frac{\pi dq}{q} - \frac{\pi' dr}{r}$,

oder $d\pi' - d\pi = \left(\frac{\beta}{r} + \frac{c}{\gamma}\right) \frac{\pi dn'}{n' - 1} + \frac{\pi' dn''}{n'' - 1}$.

(282. §.) In dieſer Formul lieſſe ſich wohl alles ſo beſtimmen, daß der eine Theil dem andern entgegen geſetzt und gleich, alſo die Formul ſelbſt $= 0$ würde. Demnach muß es möglich ſeyn, drey Objectivgläſer bey Anordnung eines Fernrohrs ſo hinter einander zu ſtellen, daß alle drey zuſammen ein Bild zuwege bringen, welches von beyden Arten der Undeutlichkeit ſowohl wegen der Farbenzerſtreuung, als auch wegen der Kugelgeſtalt gänzlich frey iſt.

325. §.

133 134 Fig. Zwey oder drey ganz nahe hinter einander geſtellte Objectivgläſer kann man als ein aus beyden oder allen dreyen zuſammen geſetztes Objectiv betrachten; und derjenige Abſtand, um welchen das vollkommen deutliche, oder wenigſtens ſehr nahe völlig deutliche Bild eines unendlich weit entfernten Gegenſtandes vom letzten Glaſe entfernt iſt, kann die **Brennweite des zuſammengeſetzten Objectivglaſes** heiſſen. Hat alsdenn das zuſammen geſetzte Objectivglas die Eigenſchaft, daß es ein gänzlich deutliches oder wenigſtens ein beynahe deutliches Bild **ohne Farben** zuwege bringet, ſo kann es von dieſer Eigenſchaft ein **achromatiſches** oder **farbenloſes Objectivglas** heiſſen.

Wenn in der 133 Figur die vordere convexe Linſe PP die mit der Axe parallel auffallenden Strahlen in F ſammlen würde, die gleich hinter derſelben befindliche Hohllinſe QQ aber dieſe gegen F zuſammen laufenden Strahlen wieder mehr zerſtreuet und in G vereiniget; ſo iſt BG die Brennweite des doppelten Objectivs. Weil alsdenn G ein wirklicher Vereinigungspunct ſeyn muß, ſo wird erfodert, daß BF kleiner ſey, als die Brennweite des Hohlglaſes 137. §, wiedrigenfalls würde G ein Zerſtreuungspunct werden.

Wenn eben ſo in der 134 Figur die erſte Linſe PP Strahlen die mit der Axe parallel auffallen in F ſammlen würde, und die zweyte QQ ſelbige ſo zerſtreuet, daß ſie nun in G zuſammen laufen würden, wenn nicht die dritte Linſe RR ſie auffinge, und in H ſammelte; ſo iſt CH die Brennweite des dreyfachen Objectivs.

Bey einer ſolchen Verbindung dreyer Linſen 139 Fig.
muß man aber zwey Fälle unterſcheiden. Nur als denn, wenn BF kleiner als die Brennweite des Hohlglaſes iſt, haben die Strahlen nach der Brechung im Hohlglaſe in G einen Vereinigungspunct, wie es die 134 Figur vorſtellet. Iſt dagegen BF gröſſer als des Hohlglaſes Brennweite; ſo iſt G ein Zerſtreuungspunct, und die Strahlen fahren nach dem Durchgange durch das Hohlglas auseinander, als kämen ſie von G her, wie es die 139 Figur vorſtellet. Der allgemeinen Bezeichnung im 216. §. gemäß iſt $FB = b$, und $BG = \beta$, $GC = c$. In beyden Fällen hat FB eine Lage die derjenigen entgegengeſetzt iſt, welche im 216 §. vorausgeſetzt ward: alſo iſt beydemahl $FB = -b$, In der 134 Fig. iſt überdem $GC = -c$, und $BG = \beta$ hat die Lage, die der 216 §. vorausſetzte. Dagegen bleibt in der 139 Figur $GC = +c$, und BG wird $-\beta$, weil die Lage der vorigen entgegen geſetzt iſt.

326. §.

Wenn die Brennweite des zuſammengeſetzten Objectivs gegeben iſt, ſo kommt die Auflöſung der Aufgabe, wie ein ſolches Objectiv am vortheilhafteſten anzuordnen ſey? darauf an, daß man, wenn überdem die Entfernung der einzelnen Linſen von einander feſtgeſetzt iſt, einer jeden Linſe Brennweite für ſich, und die Halbmeſſer ihrer ſphäriſchen Fläche finde. Wählt man alsdenn zu den einzelnen Linſen nicht einerley Glasart, ſo müſſen nicht allein die Brechungsverhältniſſe $n : 1$, $n' : 1$, $n'' : 1$, hinlänglich genau bekannt ſeyn, ſondern auch die Zahlen $\frac{dn}{n-1}$,

$\frac{dn'}{n'-1}$, $\frac{dn''}{n''-1}$, oder wenigſtens das Verhältniß dieſer Zahlen gegen einander. Soll nemlich beym doppelten Objectiv die Farbenzerſtreuung in der Axe gehoben werden; ſo wird erfodert, daß $\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$ ſey. Wird alsdenn um abzukürzen $\frac{dn}{n-1} = \zeta$, $\frac{dn'}{n'-1} = \eta$ geſetzt, ſo hat man $\zeta \cdot \frac{1}{p} + \eta \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$, oder $\frac{\zeta}{\eta} \cdot \frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$, wo es alſo nur auf das Verhältniß $\zeta : \eta$ ankommt. Für das dreyfache Objectiv muß $\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2} \cdot \frac{1}{r} = 0$ ſeyn (267 §.) und man muß das Verhältniß der Zahlen $\frac{dn}{n-1}$, $\frac{dn'}{n'-1}$, $\frac{dn''}{n''-1}$, gegen einander kennen.

327. §.

Newton glaubte, es ſey bey verſchiedenen brechenden Maſſen allemahl $\frac{dn}{n-1} = \frac{dn'}{n'-1}$, und

er

er beruft ſich in ſeiner Optik (L. 1. P. 2. Prop. III. Exp. 8.) auf Verſuche, woraus die eben erwehnte Vorausſetzung, oder die Gleichheit der Verhältniſſe $dn : dn' = n - 1 : n' - 1$ folgen ſoll.

Es ſey nemlich AEF ein priſmatiſches mit Waſſer gefülltes Gefäß, in demſelben ſtehe das gläſerne Priſma BCD, und der brechende Winkel ſey aufwärts gekehrt. In der Ebene, welche die Figur als einen auf den Seitenlinien des Priſma ſenkrechten Schnitt vorſtellet, falle der Strahl GH auf die Seite AE des Priſma und werde durchs Waſſer im Raum BCE, durchs Glas im Raum BCD und wieder durchs Waſſer im Raum BDF in die Lagen HI, IK, KL, LM, gebrochen. Durch H, I, K, L, ziehe man die Einfallslothe pP, PQ, QR, Rr, und ſetze für die Strahlen der mittlern Brechbarkeit das Verhältniß der Refraction 135 Fig.

aus Glas in Luft $= 1 : n$

aus Luft in Waſſer $= m : 1$

ſo iſt es aus Glas in Waſſer $= m : n$ (89. §.)

Wofern nun alle hier vorkommende Winkel ſo klein ſind, daß man ſie ihren Sinus proportional ſetzen kann; ſo iſt $PHI = \frac{1}{m} GHp$, $PIH = BCE - PHI$, oder $PIH = BCE - \frac{1}{m} GHp$, alſo $QIK = \frac{m}{n} PIH = \frac{m}{n} BCE - \frac{1}{n} GHp$, und wiederum

$$IKQ = CBD - QIK = CBD - \frac{m}{n} BCE + \frac{1}{n} GHp,$$ ſo wie $RKL = \frac{n}{m} IKQ = \frac{n}{m} CBD - BCE + \frac{1}{m} GHp$. Demnach ferner $RLK = BDF$

$$-RKL = BDF - \frac{n}{m} CBD + BCE - \frac{1}{m} GHp,$$

und $MLr = m \,.\, RLK = m \,.\, BDF - n\,CBD + m\,BCE - GHp$.

Ziehet man noch HL, ſo erhellet, wie im 90 §, daß der einfallende Strahl GH, und der zum letztenmahl gebrochene Lr unter dem Winkel $MVg = GHp + MLr - EAF$ gegen einander geneigt ſind; alſo findet man $MVg = m\,(BDF + BCE) - n\,CBD - EAF$, oder $MVg = m\,(CAD + CBD) - n\,CBD - EAF = (m - 1)\,.\,CAD + (m - n)\,CBD$.

Für die am meiſten brechbaren, alſo die violetten Strahlen, ſey das Verhältniß der Refraction aus Luft in Waſſer M : 1, aus Luft in Glas N : 1, und um der Kürze willen ſchreibe man A und B ſtatt CAD, CBD; ſo iſt für dieſe Strahlen der Winkel an $V = (M - 1)\,A + (M - N)\,B$. In dem Fall, wenn die ungleichartigen Strahlen nach der letzten Brechung einander parallel werden, iſt der Winkel V für alle einerley, alſo

$$(M - 1)\,A + (M - N)\,B = (m - 1)\,A + (m - n)\,B,$$

und das giebt

$$(M - m)(A + B) = (N - n)\,B.$$

Der bisherigen Bezeichnung gemäß iſt $M - m = dm$, $N - n = dn$, alſo erhält man in dem vorausgeſetzten Fall $dm : dn = B : A + B$.

Dies iſt der Fall, wenn das aus dem Priſma ausfahrende Licht weiß, ohne Farben, erſcheint, und nach Newtons Verſuch ſoll dieſer Fall eintreten, wenn zugleich das ausfahrende Licht LM mit dem einfallenden

den GH parallel iſt. Alsdenn wäre $V = 0$, alſo $(m-1)A = (n-m)B$, und $A : B = (n-m) : (m-1)$, mithin ferner $A + B : B = n - 1 : m - 1$. Vorhin war $A + B : B = dn : dm$, mithin wäre $dn : dm = n - 1 : m - 1$.

328. §.

Vermuthlich iſt das aus dem Priſma ausfahrende Licht ſo ganz vollkommen frey von Farben nicht geweſen, weil ſpätere von andern angeſtellte Verſuche hiemit nicht übereinkommen. Ohnehin würde auch die aus dem Verſuch gezogene Schlußfolge nicht allgemeine gelten, wenn auch der Verſuch ſonſt ſeine Richtigkeit hätte, weil alles auf ganz kleine Winkel eingeſchränkt iſt. Indeſſen hielten nicht allein Newton ſelbſt, ſondern auch mit ihm alle andre Optikverſtändige jene Vorausſetzung, es ſey allemahl $\frac{dn}{n-1} = \frac{dn'}{n'-1}$, für richtig, und man hatte mit Newton alle Hofnung aufgegeben, die dioptriſchen Fernröhre zu mehrerer Vollkommenheit zu bringen, wenn ſie nicht eine auſſerordentliche höchſtunbequeme Länge haben ſollten.

Setzt man im 326. §. $\zeta = \eta$, ſo wird zur Hebung der Farbenzerſtreuung in der Axe erfodert, daß $\frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$ ſey, oder $1 + \frac{b^2}{pq} = 0$, weil für Fernröhre $\alpha = p$ iſt. In dem Fall aber, wenn beyde Gläſer, wie es die 133 Figur vorſtellt, ein zuſammengeſetztes Objectiv ausmachen, iſt $BF = b$

ſehr nahe = AF $= p$, und der Bruch $\frac{b}{p}$ ſehr wenig kleiner als 1; mithin $q = -\frac{b^2}{p}$ ſehr nahe $= -b$. Das giebt alsdenn dem 120. §. n. 3. gemäß BG $= \frac{-b . -b^2 : p}{-b + b^2 : p} = \frac{b^3 : p}{b^2 : p - b}$ ſehr groß, und man weiß auch ohnehin ſchon, wenn die auf das Glas QQ aus einem Punct in der Axe deſſelben fallenden Strahlen ohne Brechung im Brennpunct dieſes Glaſes zuſammen laufen würden, daß ſie nach der Brechung unter ſich und mit der Axe parallel werden.

329. §.

Im Jahr 1747 veranlaßte Hr. Leonh. Euler, daß man anfing, die Sache von neuen zu unterſuchen. Seine erſten Vorſchläge giengen dahin, zu verſuchen, ob nicht durch die Verbindung zweyer Menisken aus Glaſe ein farbenloſes Objectiv zuwege gebracht werden könne, wenn man die Höhlungen gegen einander kehrte, und den Raum zwiſchen beyden mit Waſſer ausfüllte. (M. ſ. die Abhandlung: Sur la perfection des verres objectifs des Lunettes par Mr. Euler in der Hiſtoire de l' Acad. de Pruſſe Année 1747. pag. 274 ſqq.) Allein die Objective, welche in Deutſchland, Frankreich, England nach dieſer Theorie verfertiget wurden, erfüllten die Hofnung nicht, die man ſich davon gemacht hatte. Der ältere nachher ſehr berühmt gewordene Hr. Dollond, welcher bey der Prüfung der Euleriſchen Unterſuchungen vornemlich noch diejenigen Geſetze der Brechung

und

und Farbenzerſtreuung vor Augen hatte, die aus Newtons Verſuch hergeleitet waren, glaubte ſelbſt nach Euleriſchen Grundſätzen in Verbindung mit jenen vermeintlich mit der Natur übereinſtimmigen Geſetzen beweiſen zu können, daß von H. Eulers Vorſchlägen, ſo wie von andern ähnlichen der gehofte Erfolg ganz und gar nicht zu erwarten ſey. Anfangs wagte zwar H. **Euler** es nicht, die Richtigkeit des Newtonſchen Verſuchs zu beſtreiten: allein er bezweifelte doch die daraus gezogene damahls allgemein angenommene Folge, daß mit der Brechung die Farbenzerſtreuung unzertrennlich verbunden ſey, aus dem ſehr wichtigen Grunde, weil doch das menſchliche Auge beweiſe, daß durch Zuſammenſetzung verſchiedener brechenden Maſſen die Farbenzerſtreuung ſich heben laſſe. (Hiſtoire de l'Acad. de Berlin Année 1753. pag. 303.) Endlich aber fand Herr **Klingenſtierna** in Schweden nach einer genauern Unterſuchung der Sache, daß der vorhin ſchon erzählte Newtonſche Verſuch keinesweges auf eine entſcheidende Art die allgemeine Richtigkeit der Folge beweiſe, die Newton daraus gezogen hatte. (M. ſ. die vom H. H. **Käſtner** überſetzte Abhandl. der Königl. Schwed. Academie der Wiſſenſch. auf das Jahr 1754, den 16 Band, 300 S.) Nachdem Herr **Dollond** hievon durch Herrn **Mallet** Nachricht erhalten hatte, entſchloß er ſich, Newtons Verſuch mit dem in Waſſer geſtellten Priſma zu wiederhohlen. Der Erfolg war ganz anders als er hätte ſeyn müſſen, wenn die Meinung, welche damahls noch die herrſchende war, ſchlechthin ihre Richtigkeit hätte.

330. §.

Hr. Dollond unternahm bald nachher noch andre Verſuche, um die beſondern Eigenſchaften verſchiedener Glasarten ausfindig zu machen, ob nemlich für verſchiedene Glasarten die Zahlen $\frac{dn}{n-1}$ beträchtlich verſchieden ausfallen mögten? damit er hiernächſt zur Verbeſſerung der Fernröhre davon weitern Gebrauch machen könne. Nach ſeinen Erfahrungen kommen das venetianiſche Glas und das engliſche **Kronglas** ziemlich mit einander überein, das gemeine engliſche Tafelglas zerſtreuet das Licht mehr, und das weiſſe Kryſtallglas, oder das engliſche Flintglas unter allen am meiſten. H. **Euler** giebt in ſeiner **Dioptrik** T. I. p. 315. die Nachricht, daß H. **Dollond** ſich eines Priſmen von Kronglaſe mit einem brechenden Winkel von 30 Graden, und eines andern von Flintglaſe mit einem Winkel von 19 Graden bedienet, beyde aneinander geleget, und alsdenn das Sonnenbild nach der Brechung frey von Farben gefunden habe: daraus habe er das Verhältniß der Farbenzerſtreuung im Kronglaſe und Flintglaſe, wie 2 zu 3, geſchloſſen. Nach H. **Eulers** Erinnerungen dürfte indeſſen der Dollondiſche Verſuch noch nicht berechtigen, jenes Verhältniß ſchlechthin und für ganz allgemein richtig anzunehmen: auch geſtehet H. **Dollond** ſelbſt ein in einem Briefe an **Klingenſtierna**, den H. Clairaut in den Schriften der Pariſer Academie vom Jahr 1757 anführet, daß er das Verhältniß 2 : 3 nicht ſehr ſcharf geſucht habe. Eben daſelbſt giebt **Dollond** die Nachricht, er habe das mittlere Brechungsverhältniß für Luft und Kronglas

glas = 1,53 : 1, für Luft und Flintglas = 1,583 : 1 gefunden. Wenn dieſen Verſuchen gemäß in den allgemeinen Formuln $n = 1,53$, $dn = 1$, ferner $n' = 1,58$, und $dn' = 3$ angenommen wird; ſo erhält man $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{dn'-1} = \frac{2}{0,53} : \frac{3}{0,58} =$ $2 \cdot 0,58 : 3 \cdot 0,53 = 116 : 159$.

331. §.

Das Priſma von Kronglaſe ſey ABC, und ABD das von Flintglaſe, das Brechungsverhältniß der mittlern Strahlen 136 Fig.

aus Kronglas in Luft = $1 : m$

aus Luft in Flintglas = $n : 1$,

alſo aus Kronglas in Flintglas = $n : m$.

Der einfallende Strahl EF werde in die Lagen FG, GH, HI gebrochen, ſo daß pP, QR, QS, die Einfallslothe vorſtellen. Man nehme die hier vorkommenden Winkel wiederum ſo klein an, daß ſie ſich beynahe wie ihre Sinus verhalten, ſo iſt PFG $= \frac{1}{m}EFp$, alſo $PGF = BAC - \frac{1}{m}EFp$. Ferner iſt $RGH = \frac{m}{n}PGF = \frac{m}{n}BAC - \frac{1}{n}EFp$, und $QHG = HGR - HQG = HGR - ABD$, alſo $QHG = \frac{m}{n}BAC - ABD - \frac{1}{n}EFp$. Demnach findet man $SHI = n \cdot QHG = m \cdot BAC - nABD - EFp$.

Für die violetten Strahlen bezeichne M und N das, was m und n für die mittlern anzeigten, ſo iſt

 für

für dieſe $SHI = M . BAC - N . ABD - EFp$. In dem Fall, wenn keine Farben entſtehen, ſind beyde Winkel gleich, und man erhält

$$m . BAC - n . ABD = M . BAC - N . ABD,$$

alſo $(M - m) BAC = (N - n) ABD$,

oder $dm : dn = ABD : BAC$.

Beym Dollondiſchen Verſuch war dies Verhältniß $= 19 : 30$, alſo beynahe $= 2 : 3$.

Vermittelſt der Differential-Rechnung findet man ſchärfer $dm : dn = \sin ABD . \sin GFA : \sin BAC . \sin GHB$. M. ſ. Hrn. Eulers Dioptrik Tom. I. pag. 318.

332. §.

Nachdem Herr Dollond ſich ſolchergeſtalt davon überzeugt hatte, daß es möglich ſeyn müſſe, gebrochenes Licht ohne Farben zuwege zu bringen, fing er an, die Anwendung davon auf die Verbeſſerung der Fernröhre zu machen. Ob er gleich anfangs mancherley Schwierigkeiten bey der wirklichen Ausarbeitung zu überwinden vorfand; ſo glückte es ihm doch endlich, dioptriſche Fernröhre mit ſo groſſen Oefnungen und Vergröſſerungen bey geringer Länge zu verfertigen, daß ſie nach dem Urtheil der beſten Kenner alles, was man bis dahin geleiſtet hatte, weit übertrafen, weil ſie die Gegenſtände ſehr deutlich, und mit ihren wahren Farben darſtelleten. Bey ſeinen erſten achromatiſchen Fernröhren war das Objectivglas doppelt, es war aus einer erhabenen Linſe von Kronglaſe, und einer Hohllinſe aus Flintglaſe verfertiget. Bald nachher ſetzte er auch dreyfache

Ob-

Objective aus zweyen erhabenen Linſen von Kronglaſe und einer Hohllinſe von Flintglaſe zuſammen, die ſein Sohn, Peter Dollond, zu noch mehrerer Vollkommenheit gebracht hat. Von den Bemühungen der Analyſten, und beſonders der Herrn Clairaut, Klingenſtierna, d'Alembert und Euler, die Theorie von den achromatiſchen Fernröhren und andern optiſchen Werkzeugen zu mehrerer Vollkommenheit zu bringen, findet man Nachricht in Prieſtleys Geſchichte und Gegenwärtiger Zuſtand der Optik vom H. Klügel überſetzt, 2ter Theil, 6 Per. 3 Abſchn. 4 Cap. 339 S. u. f.

Ein vorzüglich wichtiges Werk, welches der Dioptrik eine ganz andre Geſtalt gegeben hat, iſt des H. Leonh. Eulers in lateiniſcher Sprache verfaßte in den Jahren 1769—1771 zu Petersburg in dreyen Quartbänden herausgegebene Dioptrik; jedoch iſt es beynahe nur denen brauchbar, die ihr Hauptgeſchäfte aus der Mathematik machen. Daher hat Herr Klügel den Liebhabern der Wiſſenſchaft dadurch einen ganz ungemeinen Dienſt geleiſtet, daß er in ſeiner zu Leipzig 1778 herausgekommenen Analytiſchen Dioptrik die vornehmſten Reſultate der Euleriſchen Unterſuchungen auf einem kürzern Wege geſucht, und dadurch angehenden Mathematikern die Bemühung, die neuere Dioptrik zu lernen, gar ſehr erleichtert hat.

332. §.

Wenn man mit Priſmen verſehen iſt, die aus verſchiedenen Glasarten verfertiget ſind, ſo kann man nicht allein das mittlere Brechungsverhältniß $n:1$, ſon=

ſondern auch *dn* für die äuſſerſten, oder jede andre Art der ungleichartigen Strahlen ſo finden, wie dazu im 104 § eine nähere Anleitung iſt gegeben worden. Von andern Methoden auch vermittelſt des Gebrauchs der Linſengläſer eben das zu finden, giebt H. **Klügel** Nachricht in der **Analytiſchen Dioptrik** 2 Th. 1 Abſchn. 105 u. f. S. und der ſchon verſtorbene H. **Matthias Auguſt Haſe** in der Comment. Mathematica de refractionis ratione ope lentium ac priſmatum determinanda Vitemb. 1770. Der Gebrauch der Priſmen iſt allemahl der ſicherſte und leichteſte; man kann aus mehrern Beobachtungen das Mittel nehmen, auch eben daſſelbe Priſma, wenn es nicht gleichwinklicht iſt, auf mehr als eine Art dazu anwenden.

333. §.

Wegen der Linſengläſer iſt zu bemerken, daß man aus der beobachteten Brennweite das Verhältniß der Refraction für Luft, und die Glasart, woraus die Linſe beſteht, würde finden können, wenn die Halbmeſſer ihrer Flächen in jedem Fall hinlänglich genau bekannt wären. Wenn p die Brennweite für die mittlern Strahlen iſt, und f, g, die Halbmeſſer der vordern und hintern Fläche ſind; ſo hat man $p = \frac{f \cdot g}{(n-1)(f+g)}$, und daraus folgt $(n - 1) = \frac{fg}{p\,(f+g)}$, alſo $n = 1 + \frac{fg}{p\,(f+g)}$. Ferner hat man aus dem 259. §. $dp = \pm \frac{pdn}{n-1}$ alſo auch

$dn = \frac{(n-1)\,dp}{p}$, oder $dn = \frac{fgdp}{p^2(f+g)}$.

Wenn das Glas planconvex, und die ebene Seite dem Object zugekehrt, alſo f unendlich groß iſt; ſo hat man $n = 1 + \frac{g}{p} = \frac{g+p}{p}$, oder $n : 1 = g+p : p$. Das iſt Huygens Lehrſatz (Dioptrica Prop. IX.) wovon H. Haſe a. a. O. §. 3. Anwendungen macht. In eben dieſem Fall hätte man $dn = \frac{gdp}{p^2}$, und man könnte auch dn finden, wenn auſſer der Brennweite p auch ihr Unterſcheid dp von derjenigen genau genug beobachtet werden könnte, welche mit den äuſſern Strahlen zuſammen gehört.

334. §.

In der Axe BC einer auf beyden Seiten erhabenen Glaslinſe $PABQ$ befindet ſich der ſtrahlende Punct E: man ſoll finden, wie weit derſelbe von der Linſe entfernt ſeyn müſſe, damit das von der hintern Fläche der Linſe zurück ſtrahlende Licht nach der letzten Brechung in der Vorderfläche ein Bild zuwege bringe, das mit dem Punct E ſelbſt zuſammen fällt. 138 Fig.

Aufl. Der Fall, welchen dieſe Aufgabe vorausſetzt, wird eintreten, wenn der auffallende Strahl EM, nachdem er in die Lage MN gebrochen worden, auf die hintere Fläche BNQ ſenkrecht fällt. Alsdenn wird er von derſelben in ſich ſelbſt zurückgeworfen, mithin auch der zurück gehende Strahl NM in die

Lage ME wieder gebrochen. Eben den Weg würde ein von der hintern Seite der Glaslinſe herkommende Strahl nN nehmen, der in einer ſolchen Lage auffiele, daß er ungebrochen verlängert durch den Mittelpunct C der hintern Fläche liefe. Derſelbe würde durch die Fläche BNQ ungebrochen durchgehen, und nur einmahl bey M beym Uebergange aus dem Glaſe in die Luft gebrochen werden. Man ſetze alſo AE $= b$, AC $= \delta$, den Halbmeſſer der Fläche AMP $= r$, ſo giebt im 110. §. die dortige allgemeine Formul $b = \frac{\mu \delta r}{(\mu - 1)\delta - r}$. Hier aber müſſen δ und r wie im 111. §. n. 4. negativ in Rechnung gebracht werden, und ſtatt μ muß man $\frac{1}{n}$ ſetzen: ſo erhält man $b = \frac{\delta r : n}{-(1 : n - 1)\delta + r} = \frac{\delta r}{(n-1)\delta + nr}$. Ferner ſchreibe man der jetzigen Bezeichnung gemäß f ſtatt r, und ſetze die Dicke des Glaſes AB $= c$, den Halbmeſſer BC $= g$; ſo iſt hier $\delta = g - c$, und man erhält $b = \frac{(g-c)f}{(n-1)(g-c) + nf}$.

335. §.

Eben dieſe Gleichung giebt auch folgende $\frac{1}{b} = \frac{n-1}{f} + \frac{n}{g-c}$, die man ſo ausdrücken kann

$$1.)\ \frac{1}{b} = \frac{n-1}{f} + \frac{n}{g} + \frac{nc}{g^2},$$

wenn die Dicke c des Glaſes in Vergleichung mit den

den Halbmeſſern beyder Flächen ſehr klein iſt. Man nehme an, wenn die andre Seite des Glaſes dem Object zugekehrt wird, daß alsdenn eben ſo Bild und Object in der Entfernung β zuſammen fallen: ſo erhält man auch

$$2.)\ \frac{1}{\beta} = \frac{n-1}{g} + \frac{n}{f} + \frac{nc}{f^2},$$

weil die Halbmeſſer der Flächen ſich verwechſeln. Endlich ſey noch die Entfernung des Objects vom Glaſe $= a$, wenn das beym Durchgange durchs Glas zweymahl gebrochene Licht hinter demſelben in der Entfernung $= \alpha$ ein Bild zuwege bringt; ſo iſt

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{f} + \frac{n-1}{g}.\ (121.\ \S.\ n.\ 2.)$$

Es iſt aber auch $\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$, alſo

$$3.)\ \frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right).$$

Dieſe drey Gleichungen dienen, f, g, und n durch Rechnung zu finden, wenn a, α, b, β, aus Beobachtungen bekannt ſind. Gewöhnlich iſt c ſehr klein, und man kann, um die Rechnung zu verkürzen, anfangs die in c multiplicirten Glieder weglaſſen. Aus der erſten mit der zweyten verbunden folgt alsdenn $\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = (2n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right)$;

und dieſe weiter mit der dritten verbunden giebt

$\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{2n-1}{n-1} \cdot \frac{1}{p}$. Daraus findet man

$(n-1)$

$$(n-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}\right)=(2n-1)\frac{1}{p}, \text{ und}$$

$$n\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}-\frac{2}{p}\right)=\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}-\frac{1}{p},$$

folglich $n=\frac{(b+\beta)p-b\beta}{(b+\beta)p-2b\beta}$, und $n-1=$ $\frac{b\beta}{(b+\beta)p-2b\beta}$, da dann $p=\frac{a\alpha}{a+\alpha}$ ebenfalls bekannt iſt.

Die Gleichung n. 1. mit $n-1$, und die andre n. 2. mit n multiplicirt geben

$$\frac{n-1}{b}=\frac{(n-1)^2}{f}+\frac{n(n-1)}{g},$$

$$\frac{n}{\beta}=\frac{n(n-1)}{g}+\frac{n^2}{f},$$

alſo iſt $\frac{n}{\beta}-\frac{n-1}{b}=\frac{n^2-(n-1)^2}{f}=\frac{2n-1}{f}$,

und eben ſo $\frac{n}{b}-\frac{n-1}{\beta}=\frac{2n-1}{g}$.

Demnach erhält man

$$f=\frac{(2n-1)b\beta}{nb-(n-1)\beta}, \text{ und } g=\frac{(2n-1)b\beta}{n\beta-(n-1)b}.$$

So ſind nun n, f und g wenigſtens beynahe gefunden, und dieſe Werthe laſſen ſich noch mehr berichtigen, wenn nunmehro $\frac{1}{b}-\frac{nc}{g^2}$ ſtatt $\frac{1}{b}$, und $\frac{1}{\beta}-\frac{nc}{f^2}$ ſtatt $\frac{1}{\beta}$ geſetzt wird.

Die allgemeine Gleichung $d\alpha = -\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{\alpha^2}{p}$ (260. §.) würde ferner dienen, $dn = \frac{(n-1)\,p\,d\alpha}{\alpha\alpha}$ zu finden, wenn $d\alpha$ genau genug gemeſſen werden könnte: allein dies Verfahren iſt zuweilen Schwierigkeiten ausgeſetzt; und man bedarf deſſen auch nicht, weil vermittelſt der Priſmen, wie ſchon bemerkt iſt, alles ſicherer gefunden werden kann.

336. §.

Zu den Schriften, welche wegen der Verſuche über die Brechung des Lichts, und die Farbenzerſtreuung merkwürdig ſind, gehören noch vorzüglich des Herrn **Boſcowich** Diſſertationes quinque ad Dioptricam pertinentes, Vindob. 1767. Er giebt in der erſten dieſer Diſſertationen ein Werkzeug unter dem Nahmen eines **Glasmeſſers** an, welches in ſeiner ganzen Zuſammenſetzung aus zweenen Priſmen beſteht, ſo nemlich, daß ein Priſma von der zu prüfenden Glasart mit einem Waſſerpriſma verbunden iſt. **H. Klügel** a. a. O. §. 313. u. f. giebt davon ebenfalls eine nähere Beſchreibung, und erzählt die Reſultate verſchiedener damit angeſtellter Verſuche. Wegen der hier nothwendigen Kürze wird die folgende allgemeine Beſchreibung genügen.

Die Figur AMNL ſtellet einen ſenkrechten Schnitt 137
eines priſmatiſchen ſo geſtellten Gefäſſes vor, daß der Fig.
Boden MN eigentlich eine Seitenfläche des Priſma iſt, mit deſſen Grundflächen die Ebene des Schnitts AMNL parallel liegt. Die Seitenfläche NL iſt mit

dem

dem Boden MN ſo verbunden, daß ſie um N beweg⸗lich iſt, und dabey doch in jeder Lage gegen MN be⸗feſtiget werden kann; auch hat eben dieſe, ſo wie die gegen über ſtehende Seitenfläche AM, eine viereckte Oefnung, die durch eine ebene Glasplatte geſchloſſen iſt, um das Licht durchzulaſſen. Die bewegliche Seitenfläche iſt noch überdem mit beſonders zuberei⸗teten Leder ſo verſehen, daß in dem Gefäſſe Waſſer aufbehalten werden kann. Das Glasprisma AKM, was man unterſuchen will, wird hiernächſt hart an die gläſerne Platte der unbeweglichen Seite AM an⸗gelegt, ſo hat man ein aus Glas und Waſſer zuſam⸗men geſetztes Priſma.

337. §.

137 Fig. Man verlängere AK und AM bis B und C, wo ſie LN ſchneiden: ſo iſt CAB der brechende Winkel des Glasprisma, ABL der brechende Winkel des Waſſerpriſma, und der Winkel des Glasmeſſers ACL = ABL − BAC. Ob es nun gleich an ſich gleichgültig iſt, unter welchem Winkel ein Lichtſtrahl wie DE mit der Fläche AM aufgefangen wird; ſo iſt es doch am bequemſten, wenn man den Strahl hori⸗zontal in das finſtere Zimmer leitet, und auf AM ſenkrecht fallen läſſet. H. Boſcowich hat a. a. O. eine dazu dienliche Vorrichtung angegeben. Der ſenkrecht auffallende Strahl DE geht ungebrochen durch nach F, wird daſelbſt im Waſſer nach FO ge⸗brochen, und in O nach OQ beym Uebergang in die Luft. Das Brechungsverhältniß einer gewiſſen Art Strahlen ſey im Glaſe $= n : 1$, im Waſſer $= m : 1$. Wenn alsdenn die Winkel ſo klein bleiben, daß ſie mit ihren Sinus beynahe proportional ſind; ſo iſt der Win⸗

Winkel GQR, um welchen der Strahl von ſeiner erſten Richtung abgelenkt wird, $= (n-1)$ BAC $-$ $(m-1)$ ABL. (331. §.) Verſchwindet dieſer Winkel, ſo iſt BAC : ABL $= m - 1 : n - 1$; und wenn die ungleichartigen Strahlen beym Uebergang in die Luft in die parallele Lage kommen, ſo iſt BAC : ABL $= dm : dn$. (331. §.) Wie man ſchärfere Formuln vermittelſt der Differentialrechnung finde, zeigt H. Klügel a. a. O. §. 328—331.

338. §.

Das Brechungs- und Zerſtreuungsverhältniß für zwo Glasarten, woraus beyde Linſen eines doppelten Objectivglaſes verfertiget werden ſollen, iſt gegeben: man ſoll eine vortheilhafte Anordnung deſſelben finden.

Aufl. Man hat es am vortheilhafteſten befunden, daß die vordere Linſe PP convex und die hintere QQ concav gemacht, für dieſe Hohllinſe aber eine ſolche Glasart gewählt werde, welche die ungleichartigen Farbenſtrahlen ſtärker, als die Glasart zerſtreuet, woraus die Convexlinſe verfertiget wird. Kann man alſo die engliſchen Glasarten wählen, welche Dollond brauchte, ſo wird die Convexlinſe aus Kronglaſe, die Hohllinſe aus Flintglaſe gemacht. Man ſetze die Entfernung der Mitte einer Linſe von der Mitte der andern AB $= \omega$; ſo wäre zwar nach den allgemeinen Formuln (216 u. f. §§.) $\alpha + b = \omega$. Hier aber hat b die entgegengeſetzte Lage, alſo wird $\alpha - b = \omega$. 133 Fig.

Weil überdem für Fernröhre $a = \infty$ angenommen wird, ſo iſt $\alpha = p$, und das giebt $p - b = \omega$.

Ferner

Ferner ſey $\frac{p}{b} = \mathrm{P}$, alſo $b = \frac{p}{\mathrm{P}}$; ſo iſt 1.) $p - \frac{p}{\mathrm{P}} = \omega$, und man kann ω oder P willkührlich annehmen, wenn nur ω nicht kleiner, als die halbe Summe beyder Glasdicken ausfällt. Für die Brennweite der Hohllinſe wäre die allgemeine Formul $q = \frac{b\beta}{b+\beta}$, (216. §.) und $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$. Der Vorausſetzung gemäß aber iſt b negativ, alſo $\frac{1}{q} = \frac{1}{\beta} - \frac{1}{b}$, mithin auch 2.) $\frac{1}{q} = \frac{1}{\beta} - \frac{\mathrm{P}}{p}$.

Damit die Farbenzerſtreuung in der Axe gehoben werde, wird erfodert, daß

$$3.)\ \zeta \cdot \frac{1}{p} + \eta \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} = 0 \text{ ſey, } (326. §.)$$

und die Zahlen ζ, η, werden als gegeben angenommen. Hier iſt alsdenn $\alpha = p$, und $b = \frac{p}{\mathrm{P}}$, alſo $\frac{b}{\alpha} = \frac{1}{\mathrm{P}}$, mithin $\zeta \cdot \frac{1}{p} + \eta \cdot \frac{1}{\mathrm{P}^2} \cdot \frac{1}{q} = 0$. Das mit der Gleichung n. 2. verbunden giebt $\zeta \cdot \frac{1}{p} + \frac{\eta}{\mathrm{P}^2\beta} - \frac{\eta}{\mathrm{P}p} = 0$, oder $\zeta \mathrm{P}^2\beta + \eta p - \eta \mathrm{P}\beta = 0$, und das giebt ferner $p = \frac{(\eta - \zeta \mathrm{P})}{\eta} \cdot \mathrm{P}\beta$. Aus

der

der Gleichung $\frac{\zeta}{p} + \frac{\eta}{P^2 q} = 0$, hat man überdem $\frac{1}{p} = - \frac{\eta}{\zeta} \cdot \frac{1}{P^2 q}$, alſo $p = - \frac{\zeta}{\eta} \cdot P^2 q$. Dieſe beyden Werthe von p einander gleich geſetzt geben $- \frac{\zeta}{\eta} \cdot P^2 q = \frac{(\eta - \zeta P) \cdot P\beta}{\eta}$, alſo $q = - \frac{(\eta - \zeta P)\beta}{P\zeta}$. Auſſer ω oder P kann alſo noch β als die Brennweite des zuſammengeſetzten Objectivs willkührlich angenommen werden, oder gegeben ſeyn.

Um endlich noch die Abweichung der Strahlen wegen der ſphäriſchen Geſtalt der Gläſer zu heben, müſſen die Halbmeſſer ihrer Flächen ſo genommen werden, daß der Halbmeſſer der Undeutlichkeit Null werde: mithin erhält man aus dem 302. §. $\mu\lambda + \frac{\mu' b^2}{pq}\left(\lambda' \cdot \frac{b^2}{q^2} + \nu' \cdot \frac{b}{\beta}\right) = 0$. Weil aber der Vorausſetzung gemäß b die entgegen geſetzte Lage hat, ſo iſt

$$4.)\ \mu\lambda + \frac{\mu' b^2}{pq}\left(\lambda' \cdot \frac{b^2}{q^2} - \nu' \cdot \frac{b}{\beta}\right) = 0.$$

Daraus findet man

$$\frac{\mu\lambda}{\mu'} \cdot \frac{pq}{b^2} = \nu' \cdot \frac{b}{\beta} - \lambda' \cdot \frac{b^2}{q^2},$$

und $\lambda' = \left(\nu' \cdot \frac{b}{\beta} - \frac{\mu\lambda}{\mu'} \cdot \frac{pq}{b^2}\right) \cdot \frac{q^2}{b^2}$,

oder $\lambda' = \frac{\nu' . q^2}{b\beta} - \frac{\mu\lambda}{\mu'} . \frac{p q^3}{b^4}$.

Wird alsdenn noch $\frac{p}{P}$ ſtatt b und der Brennweite q das entgegen geſetzte Zeichen voran geſetzt, ſo erhält man

$$\lambda' = \frac{\nu' . P q^2}{p\beta} + \frac{\mu\lambda}{\mu'} . \frac{P^4 . q^3}{p^3}.$$

Man laſſe f und g die Halbmeſſer der Convexlinſe, F und G die Halbmeſſer der Concavlinſe bezeichnen, ſo iſt in dem hier vorausgeſetzten Fall $a = \infty$ vermöge des 290. §. n. 1.

$$f = \frac{p}{\sigma \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}, \text{ und } g = \frac{p}{\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}};$$

aus dem 288. §. aber hat man

$$\frac{1}{F} = \frac{\varrho'}{b} + \frac{\sigma'}{\beta} \pm \frac{\tau'\sqrt{(\lambda' - 1)}}{q},$$

$$\frac{1}{G} = \frac{\varrho'}{\beta} + \frac{\sigma'}{b} \mp \frac{\tau'\sqrt{(\lambda' - 1)}}{q},$$

Die Zahlen ϱ, σ, τ, ſind für die Convexlinſe aus dem 288 § beſtimmt, weil für ſelbige die Zahl n gegeben ſeyn ſoll. Iſt nun p durch die vorigen Gleichungen ſchon beſtimmt, ſo hängen für die Convexlinſe noch die Gröſſen f, g, und λ ſo von einander ab, daß alle drey beſtimmt werden, wenn eine davon, oder auch ſtatt deſſen das Verhältniß beyder Halbmeſſer f und g gegen einander willkührlich angenommen wird. Man vergleiche den 291. §. num. 5.

Die

Die zuletzt zwiſchen λ und λ' gefundene Gleichung giebt ferner

$$\lambda' = \frac{\nu' . Pq^2}{p\beta} + \frac{\mu\lambda}{\mu'} . \frac{P^4 q^3}{p^3},$$

da dann nicht allein μ für die Convexlinſe, ſondern auch μ', ν', eben ſo, wie ϱ', σ', τ', für die Concavlinſe aus dem 288. §. bekannt ſind: mithin ſind alsdenn auch F und G beſtimmt.

339. §.

Um dieſe allgemeine Auflöſung durch die Anwendung auf ein Exempel noch mehr zu erläutern, ſey für die Convexlinſe Kronglas, für die Hohllinſe Flintglas gewählt: mithin für jene $n = 1{,}53$, für dieſe $n' = 1{,}58$, und $dn : dn' = 2 : 3$, alſo $\zeta : \eta = 116 : 159$. (330. §.) Dies Verhältniß iſt ziemlich nahe $= 116 : 155 = 3 : 4$, und daſſelbe kann der leichtern Rechnung halber um ſo mehr gebraucht werden, weil H. Dollond das Verhältniß $dn : dn' = 2 : 3$ nur für beynahe, und eben nicht ſehr genau richtig erklärt. Noch beſſer kommt das Verhältniß $\zeta : \eta = 8 : 11$ mit Dollonds und Boſcowichs Verſuchen überein. Vermöge der Gleichung n. 1. im vor. §. iſt $\omega = \left(1 - \frac{1}{P}\right)p$: wenn alſo hier willkührlich $\omega = \frac{1}{12}p$, alſo $1 - \frac{1}{P} = \frac{1}{12}$ geſetzt wird; ſo iſt $\frac{1}{P} = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$, und $P = \frac{12}{11}$. Behält man alsdenn das Verhältniß $\zeta : \eta = 3 : 4$ bey, ſo hat man $p = \frac{\eta - \zeta P}{\eta} . P\beta = \frac{4 - \frac{36}{11}}{4} . \frac{12}{11} . \beta$, alſo

 $p =$

$p = \frac{8}{11} \cdot \frac{12}{44} \cdot \beta = \frac{24}{121}\beta$, und $q = -\frac{(4 - \frac{36}{11})\beta}{\frac{36}{11}}$ $= -(\frac{44}{36} - 1)\beta$, oder $q = -\frac{2}{9}\beta$. Ferner wird $b = \frac{p}{P} = \frac{11}{12}p = \frac{2}{11}\beta$, und $\omega = \frac{2}{121}\beta$.

340. §.

Damit dem Objectiv der Helligkeit wegen eine hinlänglich groſſe Oefnung gegeben werden könne, muß man die Halbmeſſer der Flächen beyder Linſen ſo groß nehmen, als ſich thun läſſet. Die Brennweite der convexen Linſe wird ohnehin kleiner als die Brennweite der Hohllinſe, alſo muß man darauf vornemlich Bedacht nehmen, daß ihre Halbmeſſer möglichſt groß ausfallen. Zu dem Ende nimmt man beyde gleich groß, und ſucht die Anordnung übrigens ſo zu machen, daß der kleinſte Halbmeſſer von den beyden Flächen der Hohllinſe noch gröſſer ausfalle. Wenn alſo dieſen Gründen gemäß die Halbmeſſer f und g im 338. §. gleich groß geſetzt werden, ſo giebt das

$$\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = \sigma \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)},$$

alſo $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$, wie es auch dem 291. §. num. 3. gemäß iſt. Im 303. §. ſind die Werthe von ϱ, σ, τ, u. ſ. f. für die vornehmſten Glasarten mitgetheilt, und im 291. §. num. 3. ſind die Zahlen $\sqrt{(\lambda - 1)}$, λ, $\mu\lambda$, für die gleichſeitige Linſe in den dreyen beſondern Fällen ſchon berechnet, wenn $n = 1,53$, $n = 1,55$, oder $n = 1,58$ geſetzt werden muß.

341. §.

Im Exempel des 339 §. ſoll die Convexlinſe aus Kronglaſe beſtehen, womit der Werth $n = 1,53$ zuſammen gehört. Alſo iſt $\lambda = 1,60006$. In den Werthen für f und g ſetzt man nun $\tau\surd(\lambda - 1) = \frac{1}{2}\sigma - \frac{1}{2}\varrho$, ſo wird $\varrho + \tau\surd(\lambda - 1) = \frac{1}{2}\varrho + \frac{1}{2}\sigma$, und $f = \frac{2p}{\varrho + \sigma} = g$. Aber aus dem 288 §. hat man $\varrho + \sigma = \frac{2n + 4}{2(n-1)(n+2)} = \frac{1}{n-1}$, mithin wird $f = g = 2(n-1)p$ gefunden. Eben das ſtimmt mit der Gleichung $f = \frac{(n-1)(1+k)}{k} p$ (291. §. num. 5.) überein. Wenn nemlich $f = g$, alſo $k = 1$ geſetzt wird, ſo giebt das $f = 2(n-1)p = g$. Hier iſt $n = 1,53$, alſo $f = g = 1,06 \,.\, p$, oder $f = g = \frac{1,06 \,.\, 24}{121 \,.} \beta = 0,2103 \,.\, \beta$.

Um ferner $\lambda' = \frac{\nu' \,.\, Pq^2}{p\beta} + \frac{\mu\lambda}{\mu'} \,.\, \frac{P^4 q^3}{p^3}$ zu finden, ſetze man um abzukürzen den erſten Theil $= L$, den zweyten $= M$, alſo $\lambda = L + M$, und ſuche zuerſt folgende Logarithmen:

$l12 = 1,0791812$	$l121 = 2,0827854$
$l11 = 1,0413927$	$l108 = 2,0334238$
$lP = 0,0377885$	$l(q:p) = 0,0493616$
$lP^4 = 0,1511540$	$l(q^3:p^3) = 0,1480848$

$$l2 = 0,3010300$$
$$l9 = 0,9542425$$
$$lq:\beta = 9,3467875 - 10$$

Wenn man hiernächſt die im 303. §. ſchon mitgetheilten Logarithmen zu Hülfe nimmt, und dabey bemerkt, daß die Werthe der mit dem Strichelchen bezeichneten Buchſtaben mit der Vorausſetzung $n' = 1{,}58$ zuſammen gehören, ſo findet man weiter

$l\mu = 9{,}9945449 - 10$	$l\nu' = 9{,}4030044 - 10$
$l\frac{1}{\mu'} = 0{,}0592603$	$lP = 0{,}0377885$
$l\lambda = 0{,}2041363$	$l(q:p) = 0{,}0493616$
$lP^4 = 0{,}1511540$	$l(q:\beta = 9{,}3467875 - 10$
$l(q^3:p^3 = 0{,}1480848$	$log.\,L = 8{,}8369420 - 10$
$lM = 0{,}5571803$	und $L = 0{,}06870$
	$+ M = 3{,}60728$
alſo $M = 3{,}60728$	mithin $\lambda' = 3{,}67598$

Die fernere Rechnung giebt

$\lambda' - 1 = 2{,}67598$	$l\tau' = 9{,}9432719 - 10$
$l(\lambda' - 1) = 0{,}4274829$	$l\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}2137414$
$l\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}2137414$	$0{,}1570133$

alſo $\tau'\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1{,}43553$

Setzt man nun $\beta = 1$, ſo wird

$$\frac{1}{F} = -\,0{,}7777 + 1{,}5827 \mp 6{,}4599$$

$$\frac{1}{G} = +\,0{,}1414 - 8{,}7048 \pm 6{,}4599.$$

Damit dieſe Quotienten ſo klein, alſo F und G ſo groß werden, als die übrigen Umſtände zulaſſen, muß man die obern Zeichen wählen, und man erhält $\frac{1}{F} = -\,5{,}6549$, $\frac{1}{G} = -\,2{,}1035$, alſo $F = -\,0{,}1768$, $G = -\,0{,}4754$.

342. §.

Die Oefnung eines ſolchen zuſammengeſetzten Objectivs kann beträchtlich gröſſer ſeyn, als ſie beym einfachen Objectiv ſeyn dürfte, weil beyde Arten der Abweichung wenigſtens beynahe gehoben ſind. Ihre Gröſſe richtet ſich nach der Gröſſe des kleinſten Halbmeſſers von denjenigen, die zu den vier Flächen beyder Glaslinſen gehören. Damit von den mit der Axe parallel einfallenden Strahlen der Einfallswinkel nicht über 15° groß ausfalle, ſo nimmt man das Geſetz an, **daß keine Oefnung über 30 Grade im Bogen halten ſolle.** Die Sehne eines Bogens von 30 Graden übertrift ſehr wenig die Hälfte des Halbmeſſers, alſo kann die Hälfte des kleinſten Halbmeſſers für die Gränze angenommen werden, welche die Breite der Oefnung einer Glaslinſe nicht übertreffen müſſe: **oder der vierte Theil des kleinſten Halbmeſſers iſt die Gränze, welche der Oefnungshalbmeſſer nicht übertreffen muß,** es ſey vom Objectiv oder vom Ocular eines Fernrohrs die Rede.

Wenn die Linſe gleichſeitig iſt, ſo iſt ihre Brennweite ziemlich nahe dem Halbmeſſer ihrer Flächen gleich, alſo kann ihr Oefnungshalbmeſſer höchſtens dem vierten Theil ihrer Brennweite gleich ſeyn.

Wird die Brennweite des doppelten Objectivs = 1000 geſetzt, ſo erhält man vermöge der bisherigen Rechnung folgende Reſultate

I.)	Die Brennweite der Convexlinſe =	198
	Der Halbmeſſer jeder Fläche = =	210
II.)	Die Brennweite der Hohllinſe =	− 222
	Der Halbmeſſer der Vorderfläche	− 177
	Der Halbmeſſer der Hinterfläche	− 475
III.)	Die Entfernung der Mitte der Linſen	17
IV.)	Die Breite der Oefnung = = =	88

343. §.

Der eine Halbmeſſer der Hohllinſe fällt dieſer Rechnung gemäß kleiner aus, als jeder von den beyden gleichen Halbmeſſern der Converlinſe: man kann alſo noch verſuchen, ob bey einer andern Vorausſetzung, wenn die Halbmeſſer der Converlinſe ungleich ſind, der kleinſte Halbmeſſer noch gröſſer werde, als ihn die vorige Berechnung giebt. Bey der Vorausſetzung $f = g$, ward $\lambda = 1,60006$, und es iſt überhaupt $f = \frac{p}{\sigma \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$, $g = \frac{p}{\varrho \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$. Weil die obern Zeichen nicht gebraucht werden können, damit nicht g negativ werde; ſo wird g gröſſer und f kleiner als vorher, wenn λ kleiner angenommen wird. Mit λ wird alsdenn zugleich λ' kleiner, und in dem Ausdruck $\frac{1}{F} = \frac{\varrho'}{b} + \frac{\sigma'}{\beta} - \frac{\tau'\sqrt{(\lambda' - 1)}}{q}$ wird der negative Theil kleiner, welcher hier den poſitiven Theil übertrift: alſo wird der negative Werth von $\frac{1}{F}$ kleiner, und F wird gröſſer. Setzt man $\lambda = 1,49$, ſo wird $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0,7$, und man findet folgendes

$$
\begin{aligned}
\tau &= 0,9252 \\
\tau\sqrt{(\lambda-1)} &= 0,6476 \\
\sigma &= 1,6601 \\
\sigma - \tau\sqrt{(\lambda-1)} &= \underline{1,0125} \\
p &= \tfrac{24}{121}, \\
l24 &= 1,3802112 \\
l121 &= 2,0827854 \\
lp &= 9,2974258 \\
l1,0125 &= \underline{0,0053950} \\
lf &= 9,2920308 - 10 \\
f &= 0,1959
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\tau\sqrt{(\lambda-1)} &= 0,6476 \\
\varrho &= 0,2267 \\
\varrho + \tau\sqrt{(\lambda-1)} &= 0,8743 \\
lp &= 9,2974258 \\
l0,8743 &= \underline{9,9416605} \\
lg &= 9,3557653 \\
g &= 0,2269.
\end{aligned}
$$

Der im 341. §. ſchon berechnete Werth λ' war $= \frac{\nu'.Pq^2}{p\beta} + \frac{\mu\lambda}{\mu'} . \frac{P^4q^3}{p^3}$, und der erſte Theil ändert ſich nicht, wenn λ einen andern Werth erhält. Statt des dortigen Werths $\lambda = 1,60$, wird hier der Werth $\lambda = 1,49$ gebraucht: alſo darf nur der dortige Werth $\frac{\mu\lambda}{\mu'} . \frac{P^4q^3}{p^3} = 3,60728$ mit 1,49 multiplicirt, und darauf mit 160 dividirt werden; ſo findet man für die jetzige Vorausſetzung $\lambda' = 0,06870 + 3,35917 = 3,42787$; alſo ferner

$\lambda' - 1 = 2,42787$	$\tau\sqrt{(\lambda'-1)} = 1,36722$
$l(\lambda'-1) = 0,3850698$	$q = -\frac{2}{9}$
$l\sqrt{(\lambda'-1)} = 0,1925349$	alſo $\frac{\tau\sqrt{(\lambda'-1)}}{q} = -6,15204.$
$l\tau = 9,9432719$	
$0,1358068$	

Dieſemnach iſt nunmehr

$$\frac{1}{F} = -0,7777 + 1,5827 - 6,1520 = -5,3470,$$

$$\frac{1}{G} = +0,1414 - 8,7048 + 6,1520 = -2,4114,$$

alſo $F = -0,1872$, $G = -0,4147$.

Vermöge dieſer Rechnung fällt F noch etwas kleiner als f aus. Um es dahin zu bringen, daß dieſer kleinſte Halbmeſſer ſo groß, als möglich ausfalle, könnte man $f = -F$ ſetzen; alsdenn würden beyde Vorderflächen gleiche Halbmeſſer erhalten. Die Vorausſetzung $f = -F$, oder $\frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$ würde nun folgende neue Gleichung zwiſchen λ und λ'

geben $\frac{\sigma-\tau\sqrt{(\lambda-1)}}{p} = \frac{\tau'\sqrt{(\lambda'-1)}}{q} - \frac{\varrho'}{b} - \frac{\sigma'}{\beta}$, die mit der vorigen verbunden λ und λ' beſtimmen würde. Aber die Irrationalität dieſer letzten Gleichung macht die Rechnung etwas ſchwer und weitläuftig, auch kann man ohne ſehr zu fehlen, die Rechnung ſo führen.

Die Vorausſetzung $\lambda = 1,60$ gab $f = g = 210$ in Tauſendtheilen von β, und $F = 177$: bey der Vorausſetzung $\lambda = 1,49$ aber ward $f = 196$, und $F = -187$. Demnach ward f um 14 kleiner und F um 10 gröſſer; mithin beträgt das Stück, um welches F gewachſen iſt; $\frac{5}{7}$ deſſen, um welches f kleiner ward. Man ſetze nun $f = 210 - u$, $-F = 177 + \frac{5}{7}u$, und beyde Werthe gleich: ſo findet man $\frac{12}{7}u = 33$, und $u = 19$. Dieſemnach ſey $f = 210 - 19 = 191$, und $-F = 177 + 14$, oder $F = -191$; ſo werden die beyden andern Halbmeſſer auf folgende Art gefunden.

Es iſt $(n-1)p = \frac{fg}{f+g}$ (119 §.) alſo $(n-1)pf + (n-1)pg = fg$, und man findet $g = \frac{(n-1)pf}{f-(n-1)p}$. Nun bleibe $p = 198$, und der Vorausſetzung gemäß $n = 1,53$, $f = 191$, ſo findet man $g = 233$. Uebrigens iſt eben ſo $G = \frac{(n'-1)qF}{F-(n'-1)q}$, und man hat $n' = 1,58$, $q = -222$, $F = -191$; alſo wird $G = -397$. Daraus ergiebt ſich folgende Einrichtung des doppelten Objectivs

Brenn-

	vordere Linſe	hintere Linſe
Brennweite	198	— 222
Halbmeſſer der Vorderfläche	191	— 191
Halbmeſſer der Hinterfläche	233	— 397

Die Breite der Oefnung iſt 95, und die Entfernung der Mitte einer Linſe von der Mitte der andern = 17.

344. §.

Bey einem dreyfachen Objectivglaſe kann eine ziemliche Mannigfaltigkeit eintreten, ſowohl in Anſehung der Glasarten, als auch in Anſehung der Figur der einzelnen Linſen. Die Glasarten können für alle drey verſchieden ſeyn, auch kann man eine Hohllinſe mit zweyen Convexlinſen in der Ordnung, wie ſie hinter einander geſtellt ſind, auf mehr als eine Art abwechſeln laſſen. Bisher hat man es noch am vortheilhafteſten befunden, wenn das erſte Glas convex, das zweyte concav, und das dritte wieder convex iſt, wie es die 134 Figur vorſtellet. Für die Hohllinſe wird wiederum eine ſolche Glaslinſe gewählt, welche das Licht ſtärker als diejenige zerſtreuet, woraus die Convexlinſen verfertiget werden. Setzt man $\frac{dn}{n-1} = \zeta$, $\frac{dn'}{n'-1} = \eta$, $\frac{dn''}{n''-1} = \vartheta$, ſo wird erfodert, daß

$$\zeta \cdot \frac{1}{p} + \eta \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \vartheta \cdot \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} = 0$$

ſey, um die Farbenzerſtreuung in der Axe zu heben. Weil es nun vortheilhaft iſt, daß q möglichſt groß ausfalle; ſo muß man die Glasarten ſo wählen, daß

ζ und

ζ und ϑ möglichſt klein werden: deßwegen wählt man für beyde Converlinſen einerley Glasart, damit ζ und ϑ gleich groß werden. Kann man engliſches Glas haben, ſo werden beyde Converlinſen aus Kronglaſe, und die zwiſchen beyden zu ſtellende Hohllinſe aus Flintglaſe gemacht.

345. §.

Die Brechungs- und Zerſtreuungsverhältniſſe für die Glasarten ſind gegeben, woraus die Linſen eines dreyfachen Objectivs verfertiget werden ſollen: man ſucht eine vortheilhafte Anordnung für daſſelbe.

Aufl. I.) Weil es willkührlich bleibt, wie weit man jede Linſe von der nächſtfolgenden entfernen will, ſo nehme man wegen der Bequemlichkeit ſowohl der Rechnung als auch der Ausübung die Entfernungen der Mittel der erſten und zweyten Linſe ſo groß an, als die Entfernung zwiſchen der Mitte der zweyten und dritten Linſe. Zu dem Ende ſey wie vorhin AB
134 Fig. $= BC = \omega$; ſo iſt nach den allgemeinen Formuln des 216 u. f. §. $\alpha + b = \omega$, und $\beta + c = \omega$. Hier aber iſt b negativ, und $\alpha = p$, alſo hat man $p - b = \omega$. Weil überdem nicht zum voraus bekannt ſeyn kann, welcher von den beyden Fällen eintreten werde, die in der 134ſten und 139ſten Fignr vorgeſtellet ſind, ſo ſetze man den Fall der 134 Figur zum Grunde: alsdenn iſt auch $\beta - c = \omega$. Man ſetze ferner $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, ſo erhält man

$$1.)\ p - \frac{p}{P} = \omega,\quad 2.)\ \beta - \frac{\beta}{Q} = \omega,$$

und ω muß nicht kleiner ſeyn, als die halbe Summe der Dicke eines jeden Glaſes und des zunächſt folgenden. Für die Brennweiten q und r hat man

$$\frac{1}{\beta} - \frac{1}{b} = \frac{1}{q}, \text{ und } \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{c} = \frac{1}{r}.$$

oder $3.)\ \frac{1}{\beta} - \frac{P}{p} = \frac{1}{q},\quad 4.)\ \frac{1}{\gamma} - \frac{Q}{\beta} = \frac{1}{r}.$

Hieraus findet man zuförderſt die Brennweiten. Die Gleichung n. 1. giebt $p = \frac{P \cdot \omega}{P - 1}$. Man multiplicire n. 3. mit Q, ſo wird $\frac{Q}{\beta} - \frac{P \cdot Q}{p} = \frac{Q}{q}$, und hiezu n. 4. addirt giebt

$$\frac{1}{\gamma} - \frac{P \cdot Q}{p} = \frac{1}{r} + \frac{Q}{q},$$

oder $\frac{1}{\gamma} = \frac{P \cdot Q}{p} + \frac{Q}{q} + \frac{1}{r}.$

Ferner giebt die Gleichung n. 1.

$p \cdot \frac{P - 1}{P} = \omega$, alſo $P - 1 = \frac{\omega \cdot P}{p} = \frac{\omega}{b}$, und eben ſo n. 2.) $Q - 1 = \frac{\omega}{c}$, mithin $P - Q = \omega \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)$. Wird überdem n. 3. von n. 4. ſubtrahirt, ſo erhält man $\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{c} + \frac{1}{b} - \frac{1}{\beta} =$

$\frac{1}{r} - \frac{1}{q}$, folglich $\frac{P-Q}{\omega} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} - \frac{1}{q} + \frac{1}{\beta}$. Weil nun $\frac{1}{q} - \frac{1}{\beta} = - \frac{1}{b}$ war, ſo iſt auch $\frac{P-Q}{\omega} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} + \frac{1}{b}$, oder $\frac{P-Q}{\omega} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} + \frac{P}{p}$, mithin $\frac{1}{r} = \frac{P-Q}{\omega} - \frac{P}{p} + \frac{1}{\gamma}$. Statt p ſetze man nun $\frac{P\omega}{P-1}$, ſo wird $\frac{1}{r} = \frac{P-Q}{\omega} - \frac{P-1}{\omega} + \frac{1}{\gamma}$, oder $\frac{1}{r} = \frac{1-Q}{\omega} + \frac{1}{\gamma} = \frac{(1-Q)\gamma+\omega}{\gamma\omega}$, mithin $r = \frac{\gamma\omega}{(1-Q)\gamma+\omega}$.

In der Gleichung $\frac{1}{\gamma} = \frac{P.Q}{p} + \frac{Q}{q} + \frac{1}{r}$ ſetze man den eben gefundenen Werth von $\frac{1}{r}$, ſo wird

$$0 = \frac{P.Q}{p} + \frac{Q}{q} + \frac{1-Q}{\omega}, \text{ alſo}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{Q-1}{\omega Q} - \frac{P}{p}, \text{ oder auch}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{Q-1}{\omega Q} - \frac{P-1}{\omega} = \frac{2Q-1-P.Q}{Q\omega}$$

$$= \frac{(2-P)Q-1}{Q\omega}, \text{ und das giebt}$$

$q =$

$$q = -\frac{Q\omega}{1-(2-P)Q}.$$

II.) Zu dieſen Gleichungen welche die Brennweiten zu beſtimmen dienen, kommt ferner wegen Aufhebung der Farbenzerſtreuung in der Axe die folgende

$$\zeta \cdot \frac{1}{p} + \eta \frac{b^2}{p^2} \cdot \frac{1}{q} + \zeta \cdot \frac{b^2 c^2}{p^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} = 0$$

343 §, woſelbſt $\alpha = p$, und $\vartheta = \zeta$ geſetzt iſt. Ueberdem ſetze man $\eta : \zeta = N$, $\frac{b}{p} = \frac{1}{P}$, $\frac{c}{\beta} = \frac{1}{Q}$,

ſo iſt $\frac{1}{p} + \frac{N}{P^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{1}{P^2 . Q^2} \cdot \frac{1}{r} = 0$,

oder $P^2Q^2 . \frac{1}{p} + N . Q^2 . \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 0$.

Hieſelbſt brauche man weiter die gefundenen Werthe $\frac{1}{p} = \frac{P-1}{P . \omega}$, $\frac{1}{q} = -\frac{1-(2-P)Q}{Q\omega}$, $\frac{1}{r} = \frac{(1-Q)\gamma+\omega}{\omega\gamma}$; ſo findet man

$$\frac{P . Q^2 . (P-1)}{\omega} - \frac{N . Q(1-(2-P)Q)}{\omega} + \frac{(1-Q)\gamma+\omega}{\omega\gamma} = 0,$$

oder

$$P . Q^2 (P-1)\gamma - N . Q(1-(2-P)Q)\gamma + (1-Q)\gamma + \omega = 0.$$

III.) Um den farbichten Rand, oder die Farbenzerſtreuung auſſer der Axe zu heben, wird erfodert, daß im 282. §. die Winkelabweichung der ungleichartigen

artigen Hauptſtrahlen $d\pi' - d\pi = 0$ ſey. Daſelbſt war $d\pi' - d\pi = \frac{\pi' dn''}{n''-1} + \left(\frac{\beta}{r} + \frac{c}{\gamma}\right)\frac{\pi dn'}{n'-1}$, hier aber iſt $n'' = n$, und c iſt negativ, alſo

$$d\pi' - d\pi = \frac{\pi' dn}{n-1} + \left(\frac{\beta}{r} - \frac{c}{\gamma}\right)\frac{\pi dn'}{n'-1}.$$

Weiter iſt $\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{c} = \frac{1}{r}$, alſo $\frac{c}{\gamma} - 1 = \frac{c}{r}$ und $\frac{c}{\gamma} = \frac{c}{r} + 1$, mithin $\frac{\beta}{r} - \frac{c}{\gamma} = \frac{\beta - c}{r}$ $- 1 = \frac{\omega}{r} - 1 = \frac{\omega - r}{r}$, und man erhält

$$d\pi' - d\pi = \frac{\pi' dn}{n-1} - \frac{r-\omega}{r} \cdot \frac{\pi dn'}{n'-1}.$$

Demnach muß $\frac{\pi' r}{\pi} \cdot \frac{dn}{n-1} - (r-\omega)\frac{dn'}{n'-1} = 0$ ſeyn, oder $\frac{\pi' r}{\pi}\zeta = (r-\omega)\eta$, oder der jetzigen Bezeichnung $\eta : \zeta = N$ gemäß $N(r-\omega) = \frac{\pi' r}{\pi}$.

Aus dem 222. §. hat man $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, und $\pi' r = \left(\frac{\alpha\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$; hier aber iſt $\alpha = p$, auch ſind b und c negativ, alſo wird $\pi q = (p - b)\varphi$ und $\pi' r = \left(c - \frac{p\beta}{b}\right)\varphi - \pi c$.

Dar=

Daraus folgt $\frac{\pi' r}{\pi q} = \frac{c}{p-b} - \frac{p\beta}{b(p-b)} - \frac{c}{q}$,
und es iſt $\frac{r}{q} = \frac{1}{\beta} - \frac{1}{b}$, alſo auch
$\frac{\pi' r}{\pi q} = \frac{c}{p-b} - \frac{p\beta}{b(p-b)} - \frac{c}{\beta} + \frac{c}{b}$, oder
$\frac{\pi' r}{\pi q} = \frac{p(c-\beta)}{b(p-b)} - \frac{c}{\beta} = - \frac{p(\beta - c)}{b(p-b)} - \frac{c}{\beta}$.
Hier iſt $\beta - c = \omega = p - b$, alſo wird
$\frac{\pi' r}{\pi q} = - \frac{p}{b} - \frac{c}{\beta}$, oder
$\frac{\pi' r}{\pi q} = - P - \frac{1}{Q} = - \frac{P.Q+1}{Q}$.

Dieſer Werth in die Gleichung $N(r-\omega) = \frac{\pi' r}{\pi}$ zur Hebung des farbichten Randes geſetzt giebt $N(r-\omega) = -\frac{P.Q+1}{Q} \cdot q$. Weiter war $r = \frac{\gamma\omega}{(1-Q)\gamma+\omega}$, alſo iſt $r - \omega = \frac{(Q\gamma-\omega)\omega}{(1-Q)\gamma+\omega}$; auch hat man $q = - \frac{Q\omega}{1-Q(2-P)}$: mithin wird $\frac{N(Q\gamma-\omega)}{(1-Q)\gamma+\omega} = \frac{P.Q+1}{1-Q(2-P)}$, alſo ferner
$N(Q\gamma-\omega)(1-Q(2-P)) = (P.Q+1)((1-Q)\gamma+\omega)$.

Aus dieſer Gleichung mit derjenigen verbunden, welche am Ende des num. II. gefunden ward, kann man ω wegſchaffen; ſo erhält man eine Gleichung zwiſchen P und Q. In der Gleichung $q = -\frac{Q\omega}{1-(2-P)Q}$ beſtimme man ω willkührlich, ſo hat man noch eine Gleichung zwiſchen P und Q, woraus alſo mit der vorigen verbunden beyde Zähler P und Q gefunden werden können.

Es ſey alſo $\omega = -\frac{1}{k}q$, weil ω und q die entgegen geſetzte Lage haben, ſo iſt $n(1-(2-P)Q) = Q$. Ferner addire man die zwiſchen P, Q und ω gefundenen Gleichungen

$$P^2Q^2\gamma - PQ^2\gamma - NQ(1-Q(2-P))\gamma + (1-Q)\gamma + \omega = 0,$$
$$NQ(1-Q(2-P))\gamma - N(1-Q(2-P))\omega - PQ((1-Q)\gamma+\omega) - (1-Q)\gamma - \omega = 0;$$

ſo findet man

$$PQ(PQ-1)\gamma - PQ\omega - N(1-Q(2-P))\omega = 0;$$

und weil $1-(2-P)Q = \frac{1}{n}Q$, ſo wird

$$PQ(PQ-1)\gamma - PQ\omega - \tfrac{1}{n}NQ\omega = 0.$$

IV.) Damit endlich noch die Abweichung wegen der Geſtalt gehoben werde, wird erfodert, daß

$$\lambda + \frac{\mu' b^2}{\mu p q}\left(\lambda'.\frac{b^2}{q^2} + \nu'.\frac{b}{\beta}\right) + \frac{cc}{pr}\left(\lambda''.\frac{c^2}{r^2} + \nu'.\frac{c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4} = 0$$

ſey. (302. §.) Man nehme b, c, q, negativ an, ſo wird

$$\lambda - \frac{\mu' bb}{\mu p q}\left(\lambda'.\frac{b^2}{q^2} - \nu'.\frac{b}{\beta}\right) + \frac{cc}{pr}\left(\lambda''.\frac{c^2}{r^2} - \nu.\frac{c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4} = 0,$$

alſo

alſo

$$\lambda - \frac{\mu' b^4}{\mu p q^3} \cdot \lambda' + \frac{c^4 b^4}{p r^3 \beta^4} \lambda'' + \frac{\mu' \nu' b^3}{\mu p q \beta} - \frac{\nu c^3 b^4}{p r \beta^4 \gamma} = 0.$$

Hiernächſt hat man noch folgende Gleichung für die Halbmeſſer der ſphäriſchen Flächen.

Für die erſte Linſe

$$f = \frac{p}{\sigma - \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} \text{ und } g = \frac{p}{\varrho + \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}. \text{ (291. §.)}$$

Wird alsdenn $\frac{q}{b} = \mathfrak{B}$, $\frac{r}{c} = \mathfrak{C}$ geſetzt, ſo iſt

für die mittlere Linſe

$$F = \frac{q}{\sigma' - \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') \pm \tau'\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

$$G = \frac{q}{\varrho' + \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') \mp \tau'\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

für die dritte Linſe

$$F' = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda'' - 1)}}$$

$$G' = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda'' - 1)}}$$

Nun hängen f, g und λ, eben ſo F, G und λ', ſo wie F′, G′, λ'', jedesmahl ſo von einander ab, daß alle drey beſtimmt werden, wenn eine davon, oder ſtatt deſſen das Verhältniß zweyer zuſammen gehöriger Halbmeſſer willkührlich angenommen wird. Wenn ſolcher Beſtimmungen zwey gemacht ſind, ſo hat man von den dreyen Zahlen λ, λ', λ'', zwey beſtimmt, alsdenn beſtimmt die zwiſchen eben den

drenen Zahlen gefundene Gleichung die dritte, und mit derſelben zugleich die noch übrigen beyden Halbmeſſer.

346. §.

Zu mehrerer Erläuterung dieſer allgemeinen Auflöſung ſoll davon ebenfalls eine Anwendung auf ein Exempel folgen. Wenn beyde Convexlinſen aus Kronglaſe verfertiget werden, die Hohllinſe aber aus Flintglaſe; ſo iſt $n = 1{,}53$, $n' = 1{,}58$, $\eta : \zeta = 4 : 3 = \mathrm{N}$. Ferner ſey $\omega = -\frac{1}{12}q$, alſo $k = 12$, ſo hat man vermöge der n. III. des vorigen §. die erſte Gleichung $1 - 2Q + P \cdot Q = \frac{1}{12}Q$, alſo ferner $12 \cdot PQ + 12 = 25Q$, und $P = \frac{25Q - 12}{12Q}$, ſo wie $P - 1 = \frac{13Q - 12}{12Q}$. Weil $P > 1$ iſt, ſo wird erfodert, daß $Q > \frac{12}{13}$ ſey, und man findet $P(P - 1) = \frac{(25Q - 12)(13Q - 12)}{144Q^2}$, oder $PQ^2(P - 1) = \frac{1}{144}(25Q - 12)(13Q - 12)$. Die wirkliche Multiplication giebt $PQ^2(P - 1) = \frac{325}{144}Q^2 - \frac{38}{12}Q + 1$.

Weil γ als die Brennweite des dreyfachen Objectivs angeſehen wird, ſo ſetze man $\gamma = 1$, alsdenn verwandelt ſich die am Ende des num. II. §. 344 gefundene Gleichung in folgende

$$\tfrac{325}{144}Q^2 - \tfrac{38}{12}Q + 1 - \tfrac{1}{12}\mathrm{N}Q^2 + 1 - Q + \omega = 0,$$

oder

$$\tfrac{325}{144}Q^2 - \tfrac{1}{12}\mathrm{N}Q^2 - \tfrac{50}{12}Q + 2 + \omega = 0.$$

Ferner iſt hier $\mathrm{N} = \frac{4}{3}$, alſo

$\frac{103}{48}Q^2 - \frac{50}{12}Q + 2 + \omega = 0$, oder

$103Q^2 - 200Q + 96 + 48\omega = 0$.

Die Gleichung am Ende des num. III. in vorigen §. $\gamma = 1$, und $k = 12$ geſetzt, war folgende:

$$PQ\,(PQ - 1) - PQ\omega - \tfrac{1}{12}NQ\omega = 0,$$

und hier iſt $P\,.\,Q = \frac{25Q - 12}{12}$, alſo $P\,.\,Q - 1 = \frac{25Q - 24}{12}$, und das Product $PQ\,(PQ - 1) = \frac{1}{144}(25Q - 12)(25Q - 24)$. Die wirkliche Multiplication giebt $PQ(PQ - 1) = \frac{625}{144}Q^2 - \frac{25}{4}Q + 2$.

Weiter iſt $P + \frac{1}{12}N = \frac{25Q - 12}{12Q} + \frac{1}{9}$, alſo

$(P + \frac{1}{12}N)Q = (\frac{25}{12} + \frac{1}{9})Q - 1 = \frac{79}{36}Q - 1$,

und man erhält nach geſchehener Subſtitution

$$\tfrac{625}{144}Q^2 - \tfrac{25}{4}Q + 2 - (\tfrac{79}{36}Q - 1)\omega = 0.$$

Hiemit verbinde man die vorige Gleichung

$$\tfrac{309}{144}Q^2 - \tfrac{50}{12}Q + 2 + \omega = 0,$$

und ziehe dieſe von jener ab, ſo wird

$$\tfrac{316}{144}Q^2 - \tfrac{25}{12}Q - \tfrac{79}{36}Q\omega = 0,$$

oder $\frac{79}{36}Q - \frac{25}{12} - \frac{79}{36}\omega = 0$,

mithin $79Q - 75 - 79\omega = 0$,

woraus $\omega = Q - \frac{75}{79}$ gefunden wird.

Vorhin war $103Q^2 - 200Q + 96 + 48\omega = 0$, und der Werth $\omega = Q - \frac{75}{97}$ giebt $103Q^2 - 152Q + \frac{3984}{79} = 0$, woraus $Q = \frac{76}{103} + \surd$

$$\sqrt{\left(\frac{76 \cdot 76}{103 \cdot 103} - \frac{3984}{79 \cdot 103}\right)} = \frac{76 + \sqrt{(45952 : 79)}}{103}$$

gefunden wird. Weil $Q > \frac{12}{13}$ ſeyn muß, ſo kann vor der Wurzelgröſſe kein Vereinigungszeichen gebraucht werden. Die fernere Rechnung giebt $\sqrt{(45952 : 79)} = 24{,}11730$, und $Q = 0{,}9720126$, alſo $\omega = 0{,}0226455$, und $P = \frac{25}{12} - \frac{1}{Q} = 1{,}054543$: auch findet man

$log. P = 0{,}0230643$, $log. Q = 9{,}9876719 - 10$, $log. \omega = 8{,}3549819 - 10$.

Nun kann man die Brennweiten finden vermittelſt der Gleichungen $p = \frac{P \cdot \omega}{P - 1}$, $q = -\frac{Q\omega}{1 - (2 - P)Q}$, und $r = \frac{\gamma\omega}{(1 - Q)\gamma + \omega}$, oder ſtatt der zweyten ſchon kürzer $q = -12\omega$. Es wird nemlich

$q = -0{,}27175$, $\log. q = 9{,}4341631$

$r = 0{,}44725$, $\log. r = 9{,}6505503$.

Weil übrigens $\frac{P}{P-1} = \frac{25Q - 12}{13Q - 12}$ iſt, ſo findet man $p = \frac{12{,}3003 \cdot \omega}{0{,}636164}$, alſo $p = 0{,}43784$, $lp = 9{,}6413286$.

Dieſe hier berechneten Logarithmen kann man brauchen, um eine Probe von der Richtigkeit der Rechnung zu machen. Wenn $g = 1$ iſt, ſo muß ver-

vermöge num. I. im vor. §. $\frac{P.Q}{p} + \frac{Q}{q} + \frac{1}{r} = 1$,

und vermöge des num. II. auch

$$P^2Q^2 . \frac{1}{p} + NQ^2 . \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 0$$

gefunden werden.

Nun hat man noch $b = p - \omega = 0{,}41520$, $\beta = Q . c$, und die Gleichung $\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{c} = \frac{1}{r}$, $\gamma = 1$ geſetzt, giebt $\frac{1}{c} = 1 - \frac{1}{r} = \frac{r-1}{r}$, alſo $c = \frac{r}{r-1} = -\frac{r}{1-r}$, und $\beta = -\frac{Qr}{1-r}$. Weil $r < 1$ gefunden iſt, ſo zeigt das Zeichen (–) vor den Werthen von c und β an, daß dieſe Linien eine Lage haben, die derjenigen entgegen geſetzt iſt, welche die Rechnung vorausſetzt, und daß der Fall eintrete, welchen die 139 Figur vorſtellet. Weil nemlich b gröſſer iſt, als die Brennweite q der Hohllinſe, ſo fahren die Strahlen nach dem Durchgange durch die Hohllinſe auseinander, und haben auf der Seite, wo das Object liegt, ihren geometriſchen Vereinigungspunct G. Deßwegen liegt BG $= \beta$ auf der Seite, wo das Object befindlich iſt, und eben darum auch CG $= c$. Man findet alſo, wenn für jetzt nur die Gröſſe dieſer Linien verlangt wird,

$b = p - \omega = 0{,}41520$	$\log. b = 9{,}6182643 - 10$
$c = \frac{r}{1-r} = 0{,}80914$	$\log. c = 9{,}9080216 - 10$
$\beta = \frac{Qr}{1-r} = 0{,}78649$	$\log. \beta = 9{,}8956935 - 10$
$\gamma = 1{,}00000$	

347. §.

Nunmehro können auch die Halbmeſſer der ſphäriſchen Flächen für die drey Glaslinſen gefunden werden. Damit dieſe Halbmeſſer für die Hohllinſe ſo groß als möglich werden, nehme man beyde gleich groß an: alſo im 344. §. n. IV. $F = G$, das iſt

$$\varrho' + \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') \mp \tau'\sqrt{(\lambda' - 1)} = \sigma' - \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') \pm \tau'\sqrt{(\lambda' - 1)},$$

alſo $\sigma' - \varrho' - 2\mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') = 2\tau'\sqrt{(\lambda' - 1)}$,

und $\frac{\sigma' - \varrho'}{\tau'}(\frac{1}{2} - \mathfrak{B}) = \pm\sqrt{(\lambda' - 1)}$, und es iſt $\mathfrak{B} = \frac{q}{b}$. Demnach giebt die Rechnung

$lq = 9{,}4341631 - 10$	$l(\mathfrak{B} - \frac{1}{2}) = 9{,}1888835 - 10$
$lb = 9{,}6182643 - 10$	$l(\sigma' - \varrho') = 0{,}1587667$
$l\mathfrak{B} = 9{,}8158988 - 10$	$9{,}3476502 - 10$
$\mathfrak{B} = 0{,}654484$	$l\tau' = 9{,}9432719 - 10$
$\mathfrak{B} - \frac{1}{2} = 0{,}154484$	$l\sqrt{(\lambda - 1)} = 9{,}4043783 - 10$
	$l(\lambda - 1) = 8{,}8087566 - 10$
	alſo $\lambda' = 1{,}064381$.

Will

Will man die Halbmeſſer der dritten Linſe auch beyde gleich groß machen, ſo iſt für ſelbige ebenfalls

$$\frac{\sigma - \varrho}{\tau}(\tfrac{1}{2} - \mathfrak{C}) = \pm \sqrt{(\lambda'' - 1)} \text{ und } \mathfrak{C} = \frac{r}{c};$$

alſo findet man

$$lr = 9{,}6505503 - 10$$
$$lc = 9{,}9080216 - 10$$
$$l\mathfrak{C} = 9{,}7425287 - 10$$
$$\mathfrak{C} = 0{,}552750$$
$$\mathfrak{C} - \tfrac{1}{2} = 0{,}052750$$

$$l(\mathfrak{C} - \tfrac{1}{2}) = 8{,}7222225 - 10$$
$$l(\sigma - \varrho) = 0{,}1563758$$
$$8{,}8785983 - 10$$
$$l\tau = 9{,}9662458 - 10$$
$$l\sqrt{(\lambda'' - 1)} = 8{,}9123525 - 10$$
$$l(\lambda'' - 1) = 7{,}8247050 - 10$$
$$\text{und } \lambda'' = 1{,}006679.$$

Im 344. §. n. IV. iſt eine Gleichung zwiſchen λ, λ', und λ'' gefunden, und daſelbſt iſt die Lage von c und β wie in der 139 Figur angenommen. Hier müſſen alſo c und β das entgegen geſetzte Zeichen erhalten, wenn man hiernächſt die ſchon gefundenen abſoluten Zahlen in die Gleichung bringen will, um ihre Gröſſe auszudrücken. Dieſemnach wird

$$\lambda - \frac{\mu' b^4}{\mu p q^3} \cdot \lambda' + \frac{c^4 b^4}{p r^3 \beta^4}\lambda'' + \frac{\nu c^3 b^4}{p r \beta^4} - \frac{\mu' \nu' b^3}{\mu p q \beta} = 0,$$

weil auch $\gamma = 1$ iſt. Zuerſt ſucht man

$$l\frac{b}{p} = 9{,}9769357 - 10 \qquad l\frac{c}{p} = 0{,}2666930$$
$$l\frac{b}{q} = 0{,}1841012 \qquad l\frac{c}{r} = 0{,}2574713$$
$$l\frac{b}{\beta} = 9{,}7225708 - 10 \qquad l\frac{\mu'}{\mu} = 9{,}9461948 - 10$$

Ferner giebt die Rechnung

$l\frac{\mu'}{\mu} = 9{,}9461948 - 10$	$l\frac{c}{p} = 0{,}2666930$
$l\frac{b}{p} = 9{,}9769357 - 10$	$l\frac{c}{r} = 0{,}2574713$
$l\frac{b}{q} = 0{,}1841012$	$l\frac{b^4}{\beta^4} = 8{,}8902832 - 10$
$l\frac{\mu' b^2}{\mu p q} = 0{,}1072317$	$l\frac{c^2 b^4}{p r \beta^4} = 9{,}4144475 - 10$
$l\frac{b^2}{q^2} = 0{,}3682024$	$l\frac{c^2}{r^2} = 0{,}5149426$
$0{,}4754341$	$9{,}9293901 - 10$
Die zugeh. Zahl $= 2{,}98837$ iſt der Coefficient von λ'.	Die zugeh. Zahl $= 0{,}84994$ iſt der Coeffic. von λ''.

$l\frac{\mu' b^2}{\mu p q} = 0{,}1072317$	$l\frac{c^2 b^4}{p r \beta^4} = 9{,}4144475 - 10$
$l\frac{b}{\beta} = 9{,}7225708 - 10$	$lc = 9{,}9080216 - 10$
$l\nu' = 9{,}4030044 - 10$	$l\nu = 9{,}3413418 - 10$
$9{,}2328069 - 10$	$8{,}6638909 - 10$
Die zugeh. Zahl $= 0{,}17093$ wird von der zur Seite ſtehenden abgezogen.	zugeh. Zahl $+ 0{,}04611$
	$- 0{,}17093$
	$- 0{,}12482$

Dieſem

Dieſemnach verwandelt ſich obenſtehende Gleichung in folgende

$$\lambda - 2{,}98837 \cdot \lambda' + 0{,}84994 \cdot \lambda'' - 0{,}12482 = 0,$$

und wenn die ſchon gefundenen Werthe

$$\lambda' = 1{,}064381, \quad \lambda'' = 1{,}006679$$

gebraucht werden, ſo giebt das

$$\lambda - 3{,}18076 + 0{,}85562 - 0{,}12482,$$

alſo $\lambda = 2{,}44996$, und $\lambda - 1 = 1{,}44996$.

Nach dieſen vorläufigen Rechnungen kann man allererſt die Halbmeſſer der erſten Linſe

$$f = \frac{p}{\sigma - \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}, \text{ und } g = \frac{p}{\varrho + \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$$

finden. Es wird nemlich

$$l\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}0806780$$

$$l\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}0469238, \text{ alſo } \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}11410.$$

$\sigma = 1{,}66011$	$lp = 9{,}6413286 - 10$
$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}11410$	$l0{,}54601 = 9{,}7372006 - 10$
$\sigma - \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}54601$	$lf = 9{,}9041280 - 10$
	$f = 0{,}80191.$

$\varrho = 0{,}22668$	$lp = 9{,}6413286 - 10$
$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}11410$	$l1{,}34078 = 0{,}1273574$
$\varrho + \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}34078$	$lg = 9{,}5139712$
	$g = 0{,}32657.$

Weil die Halbmeſſer der beyden Flächen für die mittlere Linſe gleich groß ſind, ſo iſt $F = G = 2(n' - 1)q$ (121. §. n. 5.), und $n' = 1{,}58$ alſo $F = G = 1{,}16 . q = -0{,}31523$. Für die dritte Linſe wird $F'' = G'' = 2(n'' - 1)r$, und $n = 1{,}53$, alſo $F'' = G'' = 1{,}06 . r = 0{,}47408$. 348.

348. §.

Bey dieſer Anordnung fällt die Zahl λ beträchtlich gröſſer als 1 aus, alſo iſt für die erſte Linſe allein die Abweichung wegen der Geſtalt ſehr beträchtlich. Wofern man λ'' gröſſer machen kann, ſo muß λ kleiner werden, weil

$$\lambda = 0{,}12482 + 2{,}98837 \cdot \lambda' - 0{,}84994 \cdot \lambda''$$

ſeyn muß. Macht man einen von den Halbmeſſern der dritten Linſe ſo groß, als jeder von den Halbmeſſern der zweyten Linſe iſt; ſo wird dieſe Abſicht erreicht, wie die folgende Rechnung zeiget. Es iſt für die dritte Linſe aus dem 290. §, wenn $\gamma = 1$ bleibt,

$$\frac{1}{F'} = \frac{\varrho}{c} + \sigma \pm \frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r}, \text{ und}$$

$$\frac{1}{G'} = \varrho + \frac{\sigma}{c} \mp \frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r};$$

alſo findet man

$l\varrho = 9{,}3554177-10$	$\frac{\varrho}{c} = 0{,}28015$
$l c = 9{,}9080216-10$	$\sigma = 1{,}66011$
$l\frac{\varrho}{c} = 9{,}4473961-10$	$\frac{\varrho}{c} + \sigma = 1{,}94026$
$l\sigma = 0{,}2201369$	$\frac{\sigma}{c} = 2{,}05170$
$l c = 9{,}9080216-10$	$\varrho = 0{,}22668$
$l\frac{\sigma}{c} = 0{,}3121153$	$\frac{\sigma}{c} + \varrho = 2{,}27838$

Dem=

Demnach iſt $\frac{1}{F'} = 1,94026 \pm \frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r}$

und $\frac{1}{G'} = 2,27838 \mp \frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r}$.

Je kleiner nun F′ ſeyn kann, deſto gröſſer wird λ''; dieſemnach ſetze man $F' = F = 0,31523$, ſo iſt $\frac{1}{F'} = 3,17233$, und es wird $\frac{\tau\sqrt{(\lambda''-1)}}{r} = 1,23207$, mithin ferner $\lambda'' = 1,77174$. Wenn dieſer Werth ſtatt λ'' gebraucht, und der vorige Werth $\lambda' = 1,064381$ beybehalten wird, ſo findet man $\lambda = 3,18076 + 0,12482 - 1,50588$, alſo $\lambda = 1,79970$, und $\tau\sqrt{(\lambda-1)} = 0,82739$. Das giebt für die erſte Linſe

$$f = \frac{p}{0,83272} = 0,52582, \text{ und}$$

$$g = \frac{p}{1,05407} = 0,41514;$$

für die dritte Linſe aber iſt $\frac{1}{G'} = 2,27838 - 1,23207 = 1,04631$, alſo $G' = 0,95574$.

349. §.

Wird demnach die Brennweite des dreyfachen Objectivs = 1000 angenommen; ſo giebt die bisherige Rechnung folgende Reſultate für die Anordnung deſſelben.

I.) Wenn

I.) Wenn nicht allein die Halbmeſſer der mittlern Linſe, ſondern auch beyde Halbmeſſer der dritten Linſe gleich groß ſeyn ſollen.

	1. Linſe	2. Linſe	3. Linſe
Brennweite = = =	438	−272	447
Halbmeſſer der Vorderfl.	802	−315	474
Halbmeſſer der Hinterfl.	327	−315	474

Die Entfernung der Linſen von einander iſt = 23, und der Durchmeſſer der Oefnung des Objectivs kann bis 157 hinan gehen, alſo der Oefnungshalbmeſſer bis 78.

II.) Wenn dagegen die Halbmeſſer der dritten Linſe ungleich groß ſeyn ſollen, ſo iſt die Einrichtung, wie folget.

	1. Linſe	2. Linſe	3. Linſe
Die Brennweite	438	−272	447
Halbmeſſer der Vorderfl.	526	−315	315
Halbmeſſer der Hinterfl.	415	−315	956

Weil bey der erſten Einrichtung ſich aus dem Werth der Zahl λ ergiebt, daß das Licht wenn es durch die erſte Linſe allein fiele, einer beträchtlichen Abweichung wegen der Geſtalt unterworfen ſeyn würde; ſo erfodert die Ausarbeitung der Linſe eine vorzügliche Sorgfalt des Künſtlers, damit die vorgeſchriebene Maaſſe möglichſt richtig getroffen werden. Bey der zweyten Anordnung würde eine ſolche Abweichung von den vorgeſchriebenen Maaſſen bey der Ausarbeitung der Linſe weniger ſchädlich ſeyn, und um deßwillen iſt die zweyte Anordnung der erſten vorzuziehen, wenn man zugleich mit auf die Sicherheit der Ausarbeitung ſiehet.

Der

Der XVIII. Abſchnitt.

Vollſtändigere Theorie vollkommener und beſonders der achromatiſchen Fernröhre.

350. §.

Wenn es möglich wäre aus einer durchſichtigen Maſſe eine einfache Linſe zu verfertigen, worin das hindurchfallende Licht ſo gebrochen würde, daß die Lichtſtrahlen nach dem Durchgange durch dieſe Linſe ein eben ſo groſſes Bild, mit eben derſelben Helligkeit und Deutlichkeit, bey eben dem Grade der Farbenzerſtreuung und Abweichung, zuwege brächten, wie es das Licht beym Durchgange durch ein zuſammengeſetztes Objectiv zuwege bringt; ſo würde eine ſolche einfache Linſe als Objectiv beym Fernrohr mit dem zuſammen geſetzten Objectiv einerley Dienſte leiſten. Ob nun gleich keine einfache aus einer gleichartigen Durchſichtigen Materie verfertigte Linſe dieſes leiſten kann; ſo läßt ſich doch angeben, wie groß ihre Brennweite und Oefnung ſeyn müſſe, wenn ſie es leiſten ſollte. Ihre Brennweite ſey Π, ihr Oefnungshalbmeſſer $= x'$; ſo iſt die Gröſſe des Bildes von einem unendlich weit entfernten Gegenſtande $= \Pi\phi$, und der Winkel, unter welchem die äuſſerſten um den Rand der Linſe auffallenden Strahlen nach beyden Brechungen die Axe ſchneiden, $= x' : \Pi$. (217. §.)

Für

Für das doppelte Objectiv iſt die Gröſſe vom Halbmeſſer des Bildes $= \frac{\alpha\beta}{b}\,\varphi$, und der Winkel, unter welchem die äuſſerſten am Rande auffallenden Strahlen nach allen Brechungen die Axe ſchneiden $= \frac{bx}{\alpha\beta}$: (217. §.) Soll nun beydes eben ſo groß, wie für die einfache Linſe ſeyn; ſo hat man $\Pi = \frac{\alpha}{b}\,\beta$, und $\frac{x'}{\Pi} = \frac{bx}{\alpha\beta}$, mithin $x' = x$. Die einfache mit dem doppelten Objectiv gleichgültige Linſe müſte alſo mit demſelben einerley Oefnung haben, und weil hier $\alpha = p$ iſt, ſo wäre ihre Brennweite $\Pi = \frac{p}{b}\,\beta$. Im 338. §. iſt $\frac{p}{b} = P$ geſetzt, alſo hier $\Pi = P\,.\,\beta$. Ferner ward im 339. §. bey der Berechnung des doppelten Objectivs $P = \frac{12}{11}$, mithin erhält man unter eben den Vorausſetzungen, wie im 339, §, $\Pi = \frac{12}{11}\,\beta$. Weiter war $\beta = \frac{121}{42}\,p$, alſo wird auch $\Pi = \frac{121}{22}\,p = \frac{11}{2}\,p$, oder $\Pi = 5{,}5p$.

Für das dreyfache Objectiv iſt des Bildes Halbmeſſer $= \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}\,\varphi$, und derjenige Winkel $= \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$, unter welchem die am Rande auffallenden Strahlen nach allen Brechungen die Axe ſchneiden. Sollte nun eine einfache Linſe ein eben ſo groſſes auch eben ſo helles Bild zuwege bringen, ſo müſte $\Pi = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}$ ſeyn, und $\frac{x'}{\Pi} = \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$, alſo wiederum $x' = x$.

Die

Die Oefnung des einfachen mit dem dreyfachen gleichgültigen Objectivs müſte alſo ebenfalls der Oefnung des letztern gleich ſeyn, und ihre Brennweite $\Pi = \frac{p\beta\gamma}{bc}$, weil $\alpha = p$ iſt, oder der Bezeichnung im 344 §. gemäß $\Pi = P \,.\, Q \,.\, \gamma$. Wird alsdenn aus dem 345 §, $P = 1{,}054$, $Q = 0{,}972$ geſetzt, alſo $P \,.\, Q = 1{,}025$; ſo erhält man $\Pi = 1{,}025 \,.\, \gamma$. Weil überdem $p = 0{,}4378 \,.\, \gamma$ gefunden ward, ſo giebt das $\Pi = 2{,}341 \,.\, p$.

351. §.

Die Anordnung eines zuſammen geſetzten Objectivs für ein Fernrohr zu finden, wenn die Vergröſſerung gegeben iſt.

Aufl. I. Fall. Die halbe Oefnung des doppelten Objectivs iſt $= \frac{44}{1000}\beta$ (342. §.), und eben dieſer Oefnung Halbmeſſer iſt $x = my$, (237. §.) und man kann, wie beym Mayerſchen Fernrohr 277 § $y = \frac{1}{50}$ Zoll, oder auch noch gröſſer annehmen, wenn die Helligkeit gröſſer ſeyn ſoll. Beydes gleich geſetzt giebt $\frac{44}{1000}\beta = \frac{m}{50}$, oder $\frac{11}{250}\beta = \frac{m}{50}$, und $\beta = \frac{5}{11}\, m$ Zoll. Ferner war die Brennweite des mit dem zuſammen geſetzten gleichgültigen einfachen Objectivs $= \Pi = \frac{12}{11}\beta$ (350 §.), alſo hier $\Pi = \frac{60}{121}\, m$ Zoll, oder ſehr nahe $\Pi = \frac{1}{2}\, m$ Zoll. Die letztere Beſtimmung kann ohne Bedenken beybehalten werden, weil man hier an keine unveränderliche Beſtimmung gebunden iſt. Alsdenn hat man $\frac{12}{11}\beta = \frac{1}{2}\, m$ Zoll, alſo $\beta = \frac{11}{24}\, m$ Zoll, mithin ferner $p = \frac{24}{121}\beta = \frac{1}{11} m$ Zoll, $q = -\frac{2}{9}\beta = -\frac{11}{108} m$ Zoll (339. §.) und die ganze Einrichtung wird folgende.

	erſte Linſe	zweyte Linſe
Brennweite in Zollen	0,0909 . m	− 0,1018 . m
Halbmeſſer d. Vorderfl.	0,0964 . m	− 0,0810 . m
Halbmeſſer d. Hinterfl.	0,0964 . m	− 0,2179 . m

Die Entfernung der Linſen von einander iſt 0,0076 . m Zoll, und der Oefnungshalbmeſſer = 0,02 . m Zoll.

Nimmt man für das doppelte Objectiv die Abmeſſungen aus dem 334 §, ſo hat man folgende Einrichtung

	erſte Linſe	zweyte Linſe
Brennweite in Zollen	0,0909 . m	− 0,1018 . m
Halbmeſſer d. Vorderfl.	0,0875 . m	− 0,0875 . m
Halbmeſſer d. Hinterfl.	0,1073 . m	− 0,1820 . m

Die Entfernung der Linſen bleibt 0,0076 . m Zoll, und der Oefnungshalbmeſſer iſt 0,022 . m Zoll.

II. **Fall.** Soll das Objectiv dreyfach ſeyn, ſo iſt der Oefnungshalbmeſſer = 0,078 . γ (349. §.). Man ſetze denſelben = my, und wie vorhin $y = \frac{5}{50}$ Zoll; ſo findet man $\gamma = \frac{1000}{78} \cdot \frac{m}{50} = \frac{20}{78} m$ Zoll, oder $\gamma = \frac{m}{3,9}$ Zoll. Die Brennweiten des mit demſelben gleichgültigen einfachen Objectivs iſt Π = 1,025 . γ (350. §.), alſo auch $\Pi = 1,025 \cdot \frac{m}{3,9}$ Zoll, oder $\Pi = 0,263 \cdot m$ Zoll. Statt deſſen kann man $\Pi = \frac{1}{4} m$ Zoll ſetzen, ſo wird $1,025 \cdot \gamma = \frac{1}{4} m$, und $\gamma = \frac{m}{4,1}$ Zoll, oder $\gamma = \frac{10}{41} m$ Zoll, mithin erhält man dem 348 und 349 §. gemäß folgende Einrichtungen.

Brenn-

Brennweite in Zollen	erſte Linſe	zweyte Linſe	dritte Linſe
Brennweite in Zollen = =	0,1068.*m*	−0,0663.*m*	0,1091.*m*
Halbmeſſ. der Vorderfläche	0,1956.*m*	−0,0769.*m*	0,1156.*m*
Halbmeſſ. der Hinterfläche	0,0796.*m*	−0,0769.*m*	0,1156.*m*

oder ſtatt deſſen

Brennweite in	1. Linſe	2. Linſe	3. Linſe
Zollen = = =	0,1068 *m*	− 0,0663 *m*	0,1091 *m*
Halbmeſſer der Vorderfläche	0,1282 *m*	− 0,0769 *m*	0,0769 *m*
Halbmeſſer der Hinterfläche	0,1012 *m*	− 0,0769 *m*	0,2331 *m*

Bey beyden Anordnungen iſt die Entfernung der Linſen = 0,0055*m* Zoll, und der Oefnungshalbmeſſer = 0,0192*m* oder beynahe $\frac{1}{50}m$ Zoll.

352. §.

In Abſicht auf das weſentliche eines Fernrohrs iſt es gleichgültig, ob das Objectiv einfach oder zuſammengeſetzt iſt: auch ändert es in der Hauptſache bey der Anordnung eines Fernrohrs nichts, das von dem Objectiv zuwege gebrachte Bild mag durch ein einziges Augenglas, oder durch mehrere betrachtet werden. Will man die dioptriſchen Fernröhre in Claſſen theilen, ſo wird dieſer Grund dieſer Eintheilung am beſten von der Anzahl der wirklichen Bilder hergenommen, welche die Gläſer zuwege bringen, die das Fernrohr ausmachen ſollen. An ſich gehört mit jedem Glaſe ein Bild zuſammen: allein das iſt bey dem einen oder dem andern Glaſe vielleicht nur ein

geometriſches Bild oder wenn es auch ein phyſiſches Bild iſt, ſo werden doch vielleicht die nach dieſem Bilde hin zuſammen laufenden Strahlen vor ihrer Vereinigung von dem nächſtfolgenden Glaſe ſchon aufgefangen. Es ſollen alſo Fernröhre der erſten Gattung diejenigen heiſſen, worin gar kein Bild zur Wirklichkeit kommt, Fernröhre der zweyten Gattung diejenigen, worin nur ein Bild zur Wirklichkeit kommt, und Fernröhre der dritten Gattung, welche zwey wirkliche Bilder machen. Zur erſten Gattung gehört das Galiläiſche Fernrohr, zur zweyten Gattung das keplerſche Sternrohr, zur dritten Gattung das Erdrohr, mit drey convexen Augengläſern. Ob man gleich eben ſo noch mehr Claſſen machen könnte, ſo leiſten doch dieſe ſchon erwehnten drey Gattungen allen Abſicht ein Genüg.

353. §.

Die Vergröſſerungszahl iſt gegeben, man ſoll für das galiläiſche Fernrohr mit Beybehaltung des einfachen Objectivs eine vortheilhafte Anordnung finden.

Aufl. Man muß es dahin zu bringen ſuchen, daß der Halbmeſſer der Undeutlichkeit wegen der Geſtalt $\frac{\frac{1}{4} m x^3}{p^3}\left(\mu\lambda + \frac{\mu' b^2}{pq}\left(\lambda' . \frac{b^2}{q^2} + \nu' . \frac{b}{\beta}\right)\right)$, (302. §.) ferner der Abweichungswinkel der ungleichartigen Strahlen wegen ihrer Zerſtreuung in der Axe $d\psi = \frac{dn}{n - 1}\left(\frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} . \frac{1}{q}\right)\frac{\alpha x}{b}$ (271. §. $n' = n$ geſetzt, weil beyde Gläſer aus einerley Glas-

art

art ſind) auch eben ſo die Winkelabweichung der ungleichartigen Hauptſtrahlen auſſer der Axe $d\pi = \frac{\pi dn}{n-1}$, (281. §.) ſo klein ausfallen, das ſelbige der Deutlichkeit der Vorſtellung ſo wenig als möglich nachtheilig bleiben.

Bey der fernern Rechnung nimmt man an, das Fernrohr habe die Einrichtung für weitſichtige, ſo iſt β unendlich groß, und $b = q$, auch iſt hier q negativ. Wenn alſo der Halbmeſſer der Undeutlichkeit wegen der Geſtalt $= u$ geſetzt wird, ſo iſt überdem hier $\mu' = \mu$, und man erhält $u = \frac{m\mu x^3}{4p^3}\left(\lambda - \frac{q}{p}\lambda'\right)$ oder $u = \frac{\mu x^3}{4p^3}(m\lambda - \lambda')$, weil $m = \frac{p}{q}$ iſt. (247. §.) Werden alsdenn beyde Gläſer gleichſeitig gemacht aus einer Glasart, für welche $n = 1,55$ iſt; ſo iſt $\lambda = \lambda' = 1,62991$. (340. §.) Man ſetze $x = my$, (238. §.), ſo wird $u = \frac{\mu\lambda y^3 m^3 (m-1)}{4p^3}$ und es iſt $\mu\lambda = 1,52916$ (340. §.), mithin $u = \frac{0,38229 y^3 m^3 (m-1)}{p^3}$, und das giebt umgekehrt

$$p = my\sqrt[3]{\frac{0,38229(m-1)}{u}}.$$

In der Formul für $d\psi$ ſetze man $\alpha = p$, $b = q$, ſo erhält man $d\psi = \frac{dn}{n-1}\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p}\right)x$. Ferner

ner iſt $\frac{1}{q} = -\frac{m}{p}$, alſo $d\psi = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{(1-m)x}{p}$, oder $d\psi = -\frac{(m-1)x}{p} \cdot \frac{dn}{n-1}$. Man ſetze wie im 263. §, $\frac{dn}{n-1} = \frac{1}{55}$, und $x = my$: alsdenn wird $d\psi = -\frac{1}{55} \cdot \frac{m(m-1)y}{p}$.

Wenn die Helligkeit ohngefehr ſo groß ausfallen ſoll, wie beym Mayerſchen Fernrohr; (277. §.) ſo kann man $y = \frac{1}{50}$ Zoll annehmen. Alsdenn wird $p = m\sqrt[3]{\frac{0{,}38229\,(m-1)}{125000u}}$ oder $p = m\sqrt[3]{\frac{m-1}{326975u}}$, und $d\psi = -\frac{1}{55} \cdot \frac{m(m-1)}{50p}$ oder $d\psi = -\frac{m(m-1)}{2750p}$.

Noch ſey die halbe Oefnung des Oculars $\pi q = x'$, ſo iſt $\pi = \frac{x'}{q}$, oder $\pi = -\frac{mx'}{p}$, und man findet $d\pi = -\frac{1}{55} \cdot \frac{mx'}{p}$. Setzt man alsdenn dem 247. §. gemäß $x' = \frac{1}{20}$ Zoll, ſo hat man $d\pi = -\frac{1}{55} \cdot \frac{m}{20 \cdot p}$, oder $d\pi = -\frac{m}{1100p}$.

Man nehme nun für u einen ſehr kleinen Werth an, ſo iſt p beſtimmt, weil m als gegeben angenommen wird. Aus p und m findet man alsdenn auch $d\psi$ und $d\pi$, da dann die Erfahrung lehren muß, ob die

die auf ſolche Art gefundenen Abweichungen dem deutlichen Sehen nicht nachtheilig ſind.

Wegen der Oefnung des Oculars iſt zu bemerken, daß ſie zwar nicht kleiner ſeyn muß, aber wohl etwas gröſſer ſeyn kann, als die Augenöfnung. (247. 248. §.) Weil nun die Oefnung eines jeden Glaſes nicht über die Hälfte des kleinſten Halbmeſſers ſeiner Flächen betragen muß; (342. §.) ſo muß der kleinſte Halbmeſſer der Flächen des Oculars nicht kleiner als 4ω ſeyn, wenn der Augenöfnung Durchmeſſer $= 2\omega$ iſt, alſo nicht kleiner als $\frac{1}{5}$ Zoll, wenn $\omega = \frac{1}{20}$ Zoll iſt.

354. §.

Es ſey u ein Winkel von einer Secunde, ſo iſt für den Halbmeſſer $= 1$ die Länge des damit zuſammen gehörigen Bogens $= 0{,}000004848 \ldots$, und $\log. u = 4{,}6855749 - 10$. Wird für u dieſer Werth in der Gleichung $p = m \sqrt[3]{\frac{m-1}{326975\, u}}$ gebraucht, ſo hat man

$$p = \frac{1}{\sqrt[3]{326975 \cdot 0{,}000004848}} \cdot m \sqrt[3]{(m-1)}$$

$$l \frac{1}{u} = 5{,}3144251$$

$$l\, 326975 = 5{,}5145145$$

$$l \frac{1}{326975\, u} = 29{,}7999106 - 10$$

$$l \frac{1}{\sqrt[3]{326975\, u}} = 9{,}9333035 - 10.$$

Die zugehörige Zahl iſt 0,85764, alſo wird $p = 0{,}85764 \,.\, m\sqrt[3]{(m-1)}$. Macht man p kleiner, ſo wird u im umgekehrten Verhältniß des Würfels der Brennweite p gröſſer. Nimmt man $m = 9$, ſo wird $p = 15{,}44$ Zoll. Das giebt $d\psi = -\dfrac{72}{2750 \,.\, 15{,}44}$, und $d\pi = -\dfrac{9}{1100 \,.\, 15{,}44}$ alſo ferner

$l\,2750 = 3{,}4393327$	$l\,1100 = 3{,}0413927$
$l\,15{,}44 = 1{,}1886473$	$l\,15{,}44 = 1{,}1886473$
$4{,}6279800$	$4{,}2300400$
$l\,72 = 1{,}8573325$	$l\,9 = 0{,}9542425$
$-\,4{,}6279800$	$-\,4{,}2300400$
$\log. d\psi = 7{,}2293525 - 10$	$\log. d\pi = 6{,}7242025 - 10$
$= 0{,}2293525 - 3$	$= 0{,}7242025 - 4$

alſo $d\psi = 0{,}0016957$, und $d\pi = 0{,}00052991$.

Zum Bogen $d\psi$ gehört ein Winkel von $5'\,50''$, und zu $d\pi$ ein Winkel von $1'\,49''$. Nimmt man bey einerley Vergröſſerung p kleiner, ſo wachſen $d\psi$ und $d\pi$ im umgekehrten Verhältniß von p.

Weil $d\psi$ beynahe dreymahl kleiner ausfällt, als beym Mayerſchen Fernrohr, (277. §.) ſo iſt nicht zu zweifeln, daß nicht das Fernrohr ſehr gute Dienſte leiſten ſollte. Das Ocular muß 1,715 Zoll Brennweite haben, damit es neunmahl vergröſſere. Alsdenn iſt des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = \dfrac{m}{m-1} \,.\, \dfrac{\Omega}{p}$ (247. §.) $= \dfrac{9}{8} \,.\, \dfrac{1}{20} \,.\, \dfrac{1}{15{,}44} = \dfrac{1}{8 \,.\, 20 \,.\, 1{,}715} =$

$= \frac{10}{2744} = \frac{5}{1372}$, der alſo $\frac{57,3 \cdot 5}{1372}$ Grade oder $\frac{57,3 \cdot 60 \cdot 5}{1372} = 12' \, 32''$ beträgt. Die Halbmeſſer der Flächen werden aus der Brennweite und der Zahl $n = 1,55$ dem 119. §. gemäß beſtimmt, und die Helligkeit beträgt $\frac{4}{25}$ der natürlichen.

355. §.

Das ziemlich klein ausfallende Geſichtsfeld lieſſe ſich zwar durch Vergröſſerung der Oeſnung des Oculars etwas vergröſſern: allein man kann ein mehr denn doppelt ſo groſſes Geſichtsfeld bey eben der Vergröſſerung zuwege bringen, wenn man die Brennweiten beyder Gläſer, und damit zugleich die ganze Länge des Rohrs noch verkürzt. Der Winkel $d\psi$ betrug beym Mayerſchen Fernrohr (277. §.) $14' \, 17''$ alſo mehr denn doppelt ſoviel, als bey dem hier berechneten Fernrohr, wenn die Brennweite $p = 15,44$ Zoll angenommen wird. Demnach kann p noch kleiner ſeyn, als die Hälfte von 15,44 Zoll, ohne daß die Undeutlichkeit wegen der Farbenzerſtreuung ſchädlicher wird, als beym Mayerſchen Fernrohr. Man verſuche alſo die Vorausſetzung $p = 6$ Zoll; ſo wird $q = -\frac{2}{5}$ Zoll, $\frac{15,44}{6} = 2,573$, alſo $u = \frac{15,44^3}{6^3}$. 1 Sec. = 18 Secunden, $d\psi = \frac{15,44}{6} \cdot 350$ Sec. = 15 Minuten, und $d\pi = \frac{15,44}{6} \cdot 109$ Sec. = 4 Min. 40 Sec. Wofern alſo dieſe Abweichungen un-

unſchädlich ſind, ſo hat man folgende Abmeſſungen für das Fernrohr.

	Objectiv	Ocular.
Die Brennweite = = =	6 Zoll	$-\frac{2}{3}$ Zoll
Die Halbmeſſer der Flächen	6,6 =	− 0,7 Zoll
Durchmeſſer der Oefnung =	0,36 =	0,1 Zoll.

Es iſt nemlich jeder Halbmeſſer der Flächen des Objectivs $= 2(n-1)p$, und für das Ocular $= 2(n-1)q$. Ferner iſt für das Objectiv $x = my = \frac{9}{50}$ Zoll, alſo $2x = \frac{9}{25}$ Zoll, und die Oefnung des Oculars iſt der Oefnung des Auges gleich angenommen. Die Helligkeit bleibt $\frac{4}{25}$ der natürlichen, weil $y = \frac{1}{m}x = \frac{1}{50}$ Zoll bleibt, und des Geſichtsfeldes Halbmeſſer wird $\varphi = \frac{15,44}{6} \cdot 752'' = 32' \, 1\frac{1}{2}'$. Weil die Oefnung des Oculars etwas gröſſer, als die Augenöfnung ſeyn kann; ſo könnte das Geſichtsfeld wohl etwas gröſſer ausfallen: allein dem Objectiv kann man nicht mehr Oefnung geben, um die Helligkeit zu vergröſſern, weil man zugleich die Abweichungen wegen der Geſtalt und wegen der Farben vergröſſern würde.

356. §.

Die Anordnung eines Fernrohrs der erſten Art zu finden, wenn das Objectiv aus zweyen oder dreyen Linſen von verſchiedenen Glasarten zuſammen geſetzt iſt.

Aufl. Aus der gegebenen Vergröſſerungszahl ſuche man dem 351. §. gemäß die Abmeſſungen des zuſammengeſetzten Objectivs.

1. Fall. Wählt man alsdenn das doppelte Objectiv, ſo verbinde man damit ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll

Brenn=

Brennweite in der Entfernung ($\frac{11}{24}m - \frac{1}{2}$) Zoll. Denn das doppelte Objectiv hat eben die Wirkung, welche eine einfache Linſe haben würde, deren Brennweite $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll betrüge, (351. §. 1 Fall) wozu alſo ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite gehört. Ueberdem iſt des zuſammengeſetzten Objectivs Brennweite $\beta = \frac{11}{24}m$ Zoll, mithin wird die Entfernung deſſelben vom Ocular $= (\frac{11}{24}m - \frac{1}{2})$ Zoll. Der Oefnungshalbmeſſer des Oculars ſey $= \Omega$, ſo iſt des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\Omega}{\Pi}$, (247 §.) alſo hier $\varphi = \frac{2\Omega}{m-1}$. Soll das Geſichtsfeld ſo, wie es mit unverrücktem Auge erſcheint, angegeben werden, ſo wird Ω dem Halbmeſſer der Augenöfnung gleich genommen, die etwa $\frac{1}{20}$ Zoll beträgt. Uebrigens wird der Oefnungshalbmeſſer für das Objectiv $x = 0{,}02 \, . \, m$ Zoll, und $y = \frac{1}{m}x$, alſo $y = 0{,}02$ Zoll $= \frac{1}{50}$ Zoll, welches die Helligkeit beſtimmt.

2. **Fall.** Wählt man dagegen das dreyfache Objectiv, ſo gehört dazu ein Ocular von $\frac{1}{4}$ Zoll Brennweite in der Entfernung von ($\frac{10}{41}m - \frac{1}{4}$) Zoll. Denn das dreyfache Objectiv iſt einer einfachen Linſe gleichgültig, welche die Brennweite $\Pi = \frac{1}{4}m$ Zoll hätte, und ein Ocular von $\frac{1}{4}$ Zoll Brennweite für die Vergröſſerungszahl m erfodert. Des zuſammengeſetzten Objectivs Brennweite iſt $\gamma = \frac{10}{41}m$ Zoll, alſo muß das Ocular davon ($\frac{10}{41}m - \frac{1}{4}$) Zoll entfernt ſeyn. Des Geſichtsfeldes Halbmeſſer iſt $\varphi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\Omega}{\Pi}$, alſo hier $\varphi = \frac{4\Omega}{m-1}$. Weiter iſt $x = 0{,}0192 \, . \, m$

oder

oder $\frac{1}{50}m$ Zoll, mithin wiederum $y = \frac{1}{m}x = \frac{1}{50}$ Zoll.

Bey einerley Vergröſſerungszahl wird die ganze Länge des Rohrs beynahe nur halb ſo groß, wenn das dreyfache Objectiv gebraucht wird, als in dem Fall, wenn man das doppelte wählt. Die Brennweite der dem dreyfachen Objectiv gleichgültigen Linſe iſt nur halb ſo groß, als die Brennweite der dem doppelten Objectiv gleichgültigen. Bey gleicher Vergröſſerung und einerley Oefnung des Oculars wird das Geſichtsfeld beym Gebrauch des dreyfachen Objectivs doppelt ſo groß, als beym Gebrauch des doppelten.

357. §.

Soll die Vergröſſerungszahl $m = 9$ bleiben, wie im 354. §. und das doppelte Objectiv gebraucht werden; ſo iſt $\Pi = 4\frac{1}{2}$ Zoll, $\beta = \frac{11}{24}m = 4\frac{1}{8}$ Zoll, die Entfernung zwiſchen dem Objectiv und Ocular $(\frac{11}{24}m - \frac{1}{2})$ Zoll $= 3\frac{5}{8}$ Zoll, $\phi = \frac{1}{80}$, und in Theilen der Peripherie $\phi = 44'$. Die Helligkeit iſt $\frac{4}{25}$ der natürlichen. Uebrigens hat man folgende Abmeſſungen für das Objectiv, (343 und 351 §.) die in Zollen zu verſtehen ſind.

	1. Linſe	2. Linſe
Die Brennweite	0,8181	− 0,9162
Halbmeſſer der Vorderfläche	0,7875	− 0,7875
Halbmeſſer der Hinterfläche	0,9657	− 1,6380

Die Entfernung zwiſchen der Mitte beyder Linſen 0,0684 Zoll und der Oefnungshalbmeſſer $\frac{1}{5}$ Zoll.

Wollte man das dreyfache Objectiv wählen bey eben der Vergröſſerung $m = 9$; ſo hätte man $\Pi =$

$\frac{1}{4}m$

$\frac{1}{4}m = 2\frac{1}{4}$ Zoll, $\gamma = \frac{10}{41}m = 2,195$ Zoll, die Entfernung zwiſchen dem Objectiv und Ocular $\frac{10}{41}m - \frac{1}{4} = 1,945$ Zoll, $\phi = \frac{1}{40}$, oder $1^\circ 28'$. Die Helligkeit bleibt die vorige und man hat folgende Abmeſſungen für das Objectiv in Zollen. (349. 351. §.)

	1. Linſe	2. Linſe	3. Linſe
Die Brennweite	0,9612	– 0,5967	0,9819
Halbmeſſ. d. Vorderfl.	1,1538	– 0,6921	0,6921
Halbmeſſ. d. Hinterfl.	0,9108	– 0,6921	2,0979

Die Entfernung zwiſchen der Mitte beyder Linſen iſt 0,0495 Zoll, und der Oefnungshalbmeſſer 0,173 Zoll.

358. §.

Das mit dem zuſammengeſetzten Objectiv verſehene Fernrohr hat die Vorzüge vor dem mit dem einfachen Objectiv verſehenen, daß bey gleicher Vergrößerung die Deutlichkeit größer, das Rohr viel kürzer, und das Geſichtsfeld ſehr anſehnlich größer ausfällt. In der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit u (353. §.) wird nun Π ſtatt p geſetzt, ſo iſt $u = \frac{\mu x^3}{4\Pi^3}(m\lambda - \lambda')$, und λ wird $= 0$, wenn für das zuſammengeſetzte Objectiv die Undeutlichkeit wegen der Geſtalt gehoben iſt: alſo bleibt $u = \frac{\mu x^3}{4\Pi^3}\lambda'$ ſehr klein, weil $\frac{x}{\Pi}$ ein kleiner Bruch iſt. Denn für das doppelte Objectiv hat man $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll, und $x = \frac{1}{50}m$ Zoll, alſo $\frac{x}{\Pi} = \frac{1}{25}$: für das dreyfache Objectiv aber $\Pi = \frac{1}{4}m$ Zoll, und $x = \frac{1}{50}m$ Zoll, alſo $\frac{x}{\Pi} = \frac{2}{25}$.

Für

Für die Winkelabweichung der ungleichartigen Strahlen iſt die allgemeine Formul $d\psi = \frac{dn}{n-1}$ $\left(\frac{1}{\Pi} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q}\right)\frac{\alpha x}{b}$, oder $d\psi = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{dn}{n-n}$ $\cdot \frac{x}{\Pi} + \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{q} \cdot \frac{bx}{\alpha}$, (271. §.) wenn man auch hier Π ſtatt p ſchreibt. Weil das Objectiv zuſammengeſetzt, und für daſſelbe allein die Abweichung gehoben iſt, ſo fällt der erſte Theil weg, und es bleibt nur $d\psi = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{q} \cdot \frac{bx}{\alpha} = \frac{dn}{n-1}$ $\cdot \frac{x}{\Pi}$ weil hier $b = q$, und $\alpha = \Pi$ iſt. Dies iſt der Antheil den das Ocular an der Abweichung hat, und der nur ſehr klein ausfällt.

Die Abweichung der ungleichartigen Hauptſtrahlen, welche den farbichten Rand verurſachet, wird durch das Objectiv, wenn es gleich alle erwünſchte Vollkommenheit hat, nicht gehoben. Dieſe Abweichung rührt, wenn das Objectiv dreyfach iſt, allein vom Ocular her, und die zweyte Linſe des doppelten Objectivs hat auch einigen Antheil daran. Inzwiſchen iſt dieſe Abweichung beym zuſammengeſetzten Objectiv lange nicht ſo ſchädlich, als wenn das Objectiv einfach iſt, und dieſer farbichte Rand läßt ſich ganz, oder wenigſtens gröſtentheils heben, wenn vor dem concaven Ocular noch ein convexes Glas geſtellet wird. H. **Euler** (Dioptr. T. II. §. 122.) drückt ſich noch ſo aus, als wenn der farbichte Rand in

Fern=

Fernröhren der erſten Art gar nicht gehoben werden könnte: allein H. Klügel (Analytiſche Dioptrik 2. Th. 4. Abſchnitt, 421. u. f. §. §. 171 u. f. S.) hat die Unterſuchung über die Hebung des farbichten Randes für alle Fälle angeſtellet, das Objectiv ſey einfach, oder zuſammen geſetzt.

359. §.

Die Anordnung eines Fernrohrs der erſten Art zu finden, wenn das Objectiv einfach iſt, und zur Vermeidung des farbichten Randes vor dem hohlen Augenglaſe noch ein convexes Glas geſtellet wird.

Aufl. Es ſey das Objectiv in A, welches von einem weit entlegenen Gegenſtande das Bild in F machte. Das zweyte Glas in B fange die nach F zuſammen laufenden Strahlen auf, ſo daß nun das Bild in G zum Vorſchein kommen würde, wenn nicht das Hohlglas in C die Strahlen wieder auffinge, und ſelbige durch die Brechung in dieſem Glaſe C wieder in die mit der Axe parallele Lage kämen. Nun wäre der Abweichungswinkel der ungleichartigen Hauptſtrahlen $d\pi' - d\pi = \frac{\pi\beta}{c} \cdot \frac{dn'}{n'-1} + \pi' \cdot \frac{dn''}{n''-1}$ (282. §.) und hier werden beyde Augengläſer von einerley Glasart angenommen. Soll alſo dieſer Abweichungswinkel verſchwinden, ſo wird erfodert, daß $\frac{\pi\beta}{c} + \pi' = 0$ ſey, oder $\pi + \frac{c}{\beta}\pi' = 0$. Die Hauptſtrahlen von der mittlern Brechbar- 140 Fig.

barkeit fallen auf das erſte Ocular B ſo, als kämen ſie aus A her, und werden in dieſem convexen Ocular nach O gebrochen. Aber die nach O zielenden Hauptſtrahlen fängt das hohle Augenglas C auf, und macht ſie divergent, ſo daß ſie nach dem Durchgange durchs Hohlglas ſo liegen, als kämen ſie aus O′ her.

Das Objectivglas PP würde mit dem convexen Augenglaſe QQ allein verbunden folgende Beſtimmungen geben. Es iſt AB $= \alpha - b$ oder hier AB $= p - b =$ AF $-$ FB, alſo in den allgemeinen Formuln b negativ. Die hieſelbſt mit $- \beta$ zuſammengehörige Vereinigungsweite BG iſt $\beta = \frac{-b \cdot q}{-b - q} = \frac{bq}{b+q}$, welche poſitiv bleibt, und es iſt BC $=$ BG $-$ GC $= \beta - c$, mithin c negativ. Weil überdem RR ein Hohlglas iſt, ſo wird r negativ, und es wäre CH $= \gamma = \frac{c \cdot r}{c - r}$, alſo hier $\gamma = \frac{c \cdot r}{r - c}$. Für weitſichtige Augen aber muß γ unendlich groß, alſo $c = r$ ſeyn.

Aus einem Punct am Rande des Objects komme der Hanptſtrahl eA her, der das erhabene Augenglas in Q trift, von demſelben nach O ſo gebrochen wird, daß er das hohle Augenglas in R trift, hieſelbſt aber in die Lage RO′ kommt. Alsdenn iſt BO $= \frac{\pi q}{m \varphi} = q + \frac{1}{m} q$, und für die erſten beyden Gläſer wäre die Vergröſſerungszahl $m = \frac{p}{q}$. Weiter

iſt

iſt $CO = BO - BC = q + \frac{1}{m} q - \beta + c$, und weil r negativ iſt, $CO' = - \frac{CO \,.\, r}{CO + r}$. Für alle drey Gläſer iſt die Vergröſſerungszahl $m' = \frac{\alpha\beta}{br} + \frac{c - r}{r}$ $.\, m$ (225. §.) und hier iſt $\alpha = p$, $c = r$, alſo wird $m' = \frac{p\beta}{br}$. Dieſe Zahl iſt poſitiv, weil b und r beyde negativ ſind, und man kann ſtatt m' im folgenden m ſchreiben.

Aus dem Halbmeſſer φ des Geſichtsfeldes geben ſich die Oefnungshalbmeſſer für Oculare. (222. §.) Es iſt $x' = AB \,.\, \varphi = (p - b)\, \varphi = \pi q$, und $x'' = \pi' r = \frac{p\beta}{b} \varphi + c\,(\pi - \varphi)$, alſo hier $\pi' = \frac{p\beta}{br} \varphi + \pi - \varphi$, oder $\pi' - \pi = \left(\frac{p\beta}{br} - 1\right) \varphi$.

Man ſetze $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = \frac{\beta}{r} = Q$, ſo iſt $m = P \,.\, Q$, und $AB = p - b = p\left(1 - \frac{b}{p}\right) = p\left(1 - \frac{1}{P}\right)$, oder $p - b = \frac{P - 1}{P} \,.\, p$. Damit der farbichte Rand gehoben werde, muß nun $\pi - \frac{c}{\beta} \pi' = 0$ ſeyn, weil c negativ iſt, und das giebt 1.) $\frac{\beta}{c} = \frac{\pi'}{\pi} = Q$. Mit dieſer Gleichung verbinde man 2.) $\pi q = \frac{P - 1}{P} \,.\, p\varphi$,

und 3.) $\pi' - \pi = (m-1)\varphi$. Wenn nemlich die letzte mit der zweyten dividirt wird, ſo iſt $\frac{\pi' - \pi}{\pi q} = \frac{(m-1)P}{(P-1)p}$, oder $\frac{Q-1}{q} = \frac{(m-1)P}{(P-1)p}$, mithin wird $q = \frac{(Q-1)(P-1)p}{(m-1)P}$. Ueberdem iſt $Q = \frac{m}{P}$, alſo $Q - 1 = \frac{m-P}{P}$, und man erhält $q = \frac{(P-1)(m-P)p}{(m-1)P^2}$. Noch verbinde man damit 4.) $\beta = \frac{bq}{b+q}$, und $b = \frac{p}{P}$, oder $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} + \frac{1}{b} = \frac{1}{q} + \frac{P}{p}$, ſo findet man $\frac{1}{\beta} = \frac{(m-1)P^2}{(P-1)(m-P)p} + \frac{P}{p} = \frac{(m-1)P^2 + (P-1)(m-P)P}{(P-1)(m-P)p}$, und das giebt $\beta = \frac{(P-1)(m-P)p}{mP(2P-1) - P^3}$. Ferner iſt $m = \frac{P\beta}{r}$, und $\frac{\pi'}{\pi} = Q$, alſo hat man auch $r = \frac{P\beta}{m}$, und $\pi = \frac{\pi'}{Q} = \frac{x''}{Qr}$ oder $\pi = \frac{x''}{\beta}$, und $\varphi = \frac{\pi q}{p-b} = \frac{x''}{\beta} \cdot \frac{Pq}{(P-1)p}$.

Für

Für den Abweichungswinkel wegen der Farbenzerſtreuung in der Axe iſt aus dem 271. §.

$$d\psi = \frac{dn}{n-1} \cdot \left(\frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r}\right) \frac{\alpha\beta x}{bc}.$$

Der dritte Theil hievon wird negativ, der zweyte bleibt poſitiv, und vermehrt die Zerſtreuung. Damit dies ſo wenig als möglich geſchehe, müſſen die Zahlen $\frac{b}{\alpha}$, $\frac{1}{q}$, oder hier $\frac{b}{p} = \frac{1}{P}$, und $\frac{1}{q}$ ſo genommen werden, daß $\frac{1}{P^2 q}$ ſo klein, mithin $P^2 q$ ſo groß als möglich werde. Es iſt aber vermöge der für q gefundenen Gleichung $P^2 q = \frac{(P-1)(m-P)p}{m-1}$, und dieſe Formul wird zweymahl $= 0$, wenn $P = 1$, und $P = m$ iſt, die Zahl m als gegeben angenommen. Den größten Werth aber hat das Product $(P-1)(m-P)$, wenn $P = \frac{1}{2}(m+1)$ iſt. Hiedurch beſtimmt ſich nun alles, wenn der Werth $P = \frac{1}{2}(m+1)$ in den ſchon gefundenen Formuln gebraucht wird.

Man erhält nemlich $P - 1 = \frac{1}{2}(m-1)$, $2P - 1 = m$, $m - P = \frac{1}{2}(m-1)$, und $(P-1)(m-P) = \frac{1}{4}(m-1)^2$; alſo $b = \frac{p}{P} = \frac{2p}{m+1}$, und $q = \frac{(m-1)p}{(m+1)^2}$. Weiter iſt $m(2P-1) - P^2 = m^2 - \frac{1}{4}(m+1)^2 = \frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - \frac{1}{4} = \frac{3m^2 - 2m - 1}{4}$,

alſo $\beta = \frac{2}{m+1} \cdot \frac{(m-1)^2 p}{3m^2 - 2m - 1}$, oder $\beta = \frac{2(m-1)p}{(m+1)(3m+1)}$. Mithin ferner $c = r = \frac{P}{m} \cdot \beta = \frac{(m-1)p}{m(3m+1)}$, und $\frac{P}{P-1} = \frac{m+1}{m-1}$, $\frac{q}{\beta} = \frac{(3m+1)}{2(m+1)}$, alſo $\frac{P}{P-1} \cdot \frac{q}{\beta} = \frac{(3m+1)}{2(m-1)}$, und $\varphi = \frac{3m+1}{2(m-1)} \cdot \frac{x''}{p}$. Es iſt aber $2mr = \frac{2(m-1)p}{(3m+1)}$, alſo wird $\varphi = \frac{x''}{2mr}$.

Endlich findet man $AB = p - b = p - \frac{2p}{m+1} = \frac{(m-1)p}{m+1}$, und $BC = \beta - c = \frac{(m-1)^2 p}{m(m+1)(3m+1)}$. Wenn m etwas groß iſt, ſo giebt das beynahe $BC = \frac{p}{3m}$.

Damit auch noch die Abweichung wegen der Geſtalt vernichtet werde, muß dem 302. §. gemäß

$$\lambda + \frac{b^4}{pq^3}\lambda' + \frac{b^3}{pq\beta}\nu + \frac{rb^4}{p\beta^4}\lambda'' = 0$$

geſetzt werden, und in dieſer Gleichung ſind die Coefficienten von λ', ν, λ'', und überdem ν bekannt; alſo hat man eine Gleichung zwiſchen λ, λ', und λ''. Nimmt man zwo von den Gläſern alsdenn gleichſei-

tig,

tig, ſo beſtimmt das zwo von den erwehnten Zahlen, und jene Gleichung giebt die dritte. Es ſey $n = 1,55$, ſo iſt $\nu = 0,2326$. (303. §.) Das Objectiv ſey gleichſeitig, ſo iſt $\lambda = 1,62991$; (340. §.) und wenn auch das concave Ocular gleichſeitig iſt, ſo hat man noch $\lambda'' = 1,62991$, und kann hiernächſt λ' für das convexe Ocular finden. Läßt man f' und g' die Halbmeſſer der Flächen dieſes convexen Oculars bezeichnen, und ſetzt $\frac{q}{b} = \mathfrak{B}$; ſo iſt

$$f' = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

$$g' = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}}.$$

Von den Halbmeſſern des Objectivs iſt jeder $= 1,1 \,.\, p$, und eben ſo von den Halbmeſſern des concaven Oculars jeder $= 1,1 \,.\, r$. Eben dies zweyte Ocular muß beweglich bleiben, damit es nach Beſchaffenheit des Auges geſtellet werden könne.

360. §.

Es ſey die Vergröſſerungszahl $m = 9$ vorgeſchrie- 140
ben, ſo findet man $b = \frac{1}{5}p$, $q = \frac{2}{25}p$, $\beta = \frac{2}{35}p$, Fig.
$c = r = \frac{2}{63}p$, $\varphi = \frac{x''}{18 \,.\, r} = \frac{1}{18} \cdot \frac{63}{2} \cdot \frac{x''}{p} = \frac{7}{4} \cdot \frac{x''}{p}$.
Man nehme $c = r = \frac{1}{2}$ Zoll, ſo wird $p = \frac{63}{4}$ Zoll, $b = \frac{63}{20}$ Zoll, $\beta = \frac{63}{70}$ Zoll, $q = \frac{63}{50}$ Zoll. Das giebt weiter $AB = p - b = \frac{63 \cdot 5 - 63}{20} = \frac{252}{20} = \frac{63}{5}$ Zoll, und $BC = \beta - c = (\frac{63}{70} - \frac{1}{2}) = \frac{2}{5}$ Zoll: alſo die Länge des Rohrs $AB + BC = \frac{65}{5} = 13$ Zoll. Jeder Halbmeſſer des Objectivs iſt 17,325 Zoll, und

jeder Halbmeſſer des concaven Oculars $= 0,55$ Zoll. Weiter iſt $\mathfrak{B} = \frac{q}{-b} = -\frac{2}{5} = -0,4$, und die Gleichung zur Vernichtung der Abweichung wegen der Geſtalt giebt $\lambda + \frac{25}{8}\lambda' - \frac{7}{4}\nu - \frac{343}{72}\lambda'' = 0$, alſo ferner $\lambda' = 2,0934$, $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,0456$, $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,94646$,

$$f' = \frac{q}{\sigma + 0,4(\sigma - \varrho) - 0,9465} = \frac{q}{1,2555},$$

$$g' = \frac{q}{\varrho - 0,4(\sigma - \varrho) + 0,9465} = \frac{q}{0,5627},$$

alſo $f' = 1,003$ Zoll, $g' = 2,239$.

Es würde wegen des auf einmahl zu überſehenden Geſichtsfeldes genügen, wenn x'' dem Halbmeſſer der Augenöfnung $\frac{1}{20}$ Zoll gleich wäre: man kann aber das nach und nach zu überſehende Geſichtsfeld vergröſſern, wenn man x'' etwas gröſſer macht. Auch kann man dabey zugleich auf die Helligkeit Rückſicht nehmen. Will man dieſe der natürlichen gleich machen, ſo muß $y = \frac{1}{20}$ Zoll ſeyn: (241. §.) alsdenn wird $x = my = \frac{9}{20}$ Zoll beynahe $= \frac{1}{2}$ Zoll, und dieſe Oefnung kann das Objectiv ſicher vertragen, weil die Abweichung wegen der Geſtalt gehoben iſt. Wegen der Helligkeit wird ferner für das convexe Augenglas ein Oefnungshalbmeſſer $= \frac{bx}{p} = \frac{1}{5}x = \frac{1}{10}$ Zoll, und für das hohle Augenglas ein Oefnungshalbmeſſer $= \frac{c}{\beta} \cdot \frac{bx}{p} = \frac{1}{9}x = \frac{1}{18}$ Zoll erfodert.

Des Geſichtsfeldes wegen ſetze man $x'' = \frac{1}{8}$ Zoll; ſo iſt $\pi' r = \frac{1}{8}$ Zoll, $\pi' = \frac{1}{4}$, $\pi = \frac{\pi'}{Q} = \frac{x''}{\beta} = \frac{1}{8} : \frac{63}{70} = \frac{5}{36}$, $x' = \pi q = \frac{5}{36} \cdot \frac{63}{50} = \frac{63}{360}$ Zoll $= \frac{7}{40}$ Zoll, und $\varphi = \frac{x''}{2mr} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{72}$, oder in Theilen der Peripherie $\varphi = \frac{3438}{72} = 47' 45''$. Die Hälfte desjenigen Geſichtsfeldes, was man auf einmahl überſiehet, beträgt $\frac{2}{5} \cdot (47' 45'')$ oder 19 Min.

361. §.

Statt des einfachen Objectivs könnte man dies Fernrohr mit dem doppelten verſehen: da dann die Anordnung auf folgende Art geſucht wird. Die Brennweite des doppelten Objectivs ſey p', ſo iſt die Brennweite des demſelben gleichgültigen einfachen $\Pi = \frac{12}{11} p'$. (351. §.) Dieſe ſetze man gleich der für die gegebene Vergröſſerung nach den Regeln des 359 und 360ſten §. ſchon beſtimmten Brennweite p. Für die Vergröſſerungszahl $m = 9$ wird alſo $\frac{12}{11} p' = \frac{63}{4}$ Zoll, (360. §.) und $p' = \frac{11}{12} \cdot \frac{63}{4}$ Zoll $=$ 14,44 Zoll: alſo aus den im 342. §. gefundenen Zahlen

Die Brennweite der convexen Linſe $= 0{,}198 \cdot p' = 2{,}86$ Zoll,

Der Halbmeſſer einer jeden Fläche $= 0{,}21 \cdot p' = 3{,}03$ Zoll,

Die Brennweite der Hohllinſe $= 0{,}222 \cdot p' = 3{,}205$ Zoll,

Der Halbmeſſer der Vorderfläche $= 0{,}177 \cdot p' = 2{,}59$ Zoll,

Der Halbmeſſer der hintern
Fläche $= 0{,}475 \cdot p' = 6{,}86$ Zoll,
Die Entfernung der Mitte der
Linſen $= 0{,}017 \cdot p' = 0{,}24$ Zoll,
und der Oefnungsdurch-
meſſer $= 0{,}088 \cdot p' = 1{,}29$ Zoll.

Das convexe Ocular erhält andre Halbmeſſer für ſeine Flächen, weil in der Gleichung für die Abweichung wegen der Geſtalt $\lambda = 0$ wird. Man erhält

$$\frac{b^4}{\Pi q^3}\lambda' + \frac{b^3}{\Pi q\beta}\nu + \frac{r}{\Pi} \cdot \frac{b^4}{\beta^4}\lambda'' = 0,$$

und die vorhin ſchon gefundenen Werthe der Vereinigungsweiten und Brennweiten bleiben. Werden alsdenn die Oculare mit der convexen Linſe des Objectivs aus einerley Glasart gemacht, wofür $n = 1{,}53$ war; ſo findet man $\lambda' = 2{,}56206$, $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1{,}1564$, $f' = \frac{q}{1{,}077} = 1{,}17$ Zoll, $g' = \frac{q}{0{,}8098} = 1{,}43$ Zoll. Ueberdem iſt $AB = p' - b = 11{,}29$ Zoll, und es bleibt $BC = 0{,}4$ Zoll, mithin wird die Länge des Rohrs $AB + BC = 11{,}69$ Zoll.

362. §.

Die Vergröſſerungszahl iſt gegeben, man ſoll die Anordnung eines Sternrohrs finden, wenn das einfache Objectiv beybehalten wird.

Aufl. Man kann die allgemeinen Formuln aus dem 353. §. insgeſammt brauchen, nur muß man bemerken, daß die Brennweite q, alſo auch die Zahl $m = \frac{p}{q}$ das entgegen geſetzte Zeichen erhalte. Wenn

alſo

alſo u den Halbmeſſer der Undeutlichkeit wegen der Geſtalt bezeichnet; ſo iſt $u = \frac{0,38229\, m^3 (m+1) y^3}{p^3}$ und $p = my \sqrt[3]{\frac{0,38229 (m+1)}{u}}$. Für die Farbenzerſtreuung in der Axe iſt $d\psi = \frac{(m+1)x}{p} \cdot \frac{dn}{n-1}$, oder $d\psi = \frac{1}{55} \cdot \frac{m(m+1)y}{p}$; und wegen des farbichten Randes hat man $d\pi = \frac{1}{55} \cdot \frac{mx'}{p}$ oder $d\pi = \frac{1}{55} \cdot \frac{x'}{q} = \frac{1}{55}\pi$.

Will man eben ſo, wie im 353. §., und wie beym Mayerſchen Fernrohr, (277. §.) $y = \frac{1}{50}$ Zoll ſetzen, ſo hat man $p = m\sqrt[3]{\frac{m+1}{326975\, u}}$, $u = \frac{m^3 (m+1)}{326975\, p^3}$, $d\psi = \frac{m(m+1)}{2750\, p}$. Bey der Vorausſetzung, daß u nicht mehr als 1 Secunde betragen ſoll, wird alsdenn $p = 0,85764\, m \sqrt[3]{(m+1)}$. Die übrigen allgemeinen Formuln ſind ſchon aus dem 245. und 246. §. bekannt.

Zur Probe ſey $m = 9$, wie im 353. §., ſo iſt $\sqrt[3]{(m+1)} = \sqrt[3]{10} = 2,1544347$, alſo $m\sqrt[3]{(m+1)} = 19,3899123$, und man findet $p = 16,63$ Zoll. Ferner wird $d\psi = \frac{9}{275 \cdot 16,63}$, oder in Minuten

ausgedrückt $d\psi = \frac{9 \cdot 3438}{275 \cdot 16,63} = 6' \, 46''$, und es iſt $q = \frac{1}{9}p = 1,85$ Zoll. Damit $d\pi$ nicht zu groß ausfalle, muß die Zahl $\pi = \frac{x'}{q}$ nur klein ſeyn, wodurch jedoch des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{x'}{p} = \frac{\pi}{m+1}$ zugleich mit vermindert wird. Setzt man $x' = \frac{1}{10}$ Zoll, ſo iſt das nochmahl ſoviel, als der Halbmeſſer der Augenöfnung beträgt: alsdenn wird $\pi = \frac{1}{10q} = \frac{1}{18,5}$, $\varphi = \frac{1}{185}$, oder $\varphi = \frac{3438}{185}$ Min. $= 18' \, 35''$, und $d\pi = \frac{1}{55 \cdot 18,5} = \frac{1}{1017,5}$, oder $d\pi = \frac{34380}{10175}$ Min. $= 3' \, 22''$. Die Helligkeit iſt $\frac{4}{27}$ der natürlichen, und für die Stelle des Auges iſt BO (114. Fig.) $= q + \frac{1}{m}q = 2,05$ Zoll.

363. §.

Wenn die beyden Gläſer im Sternrohr grade um die Summe ihrer Brennweiten für die Strahlen der mittlern Brechbarkeit von einander entfernt ſind, und alsdenn dieſe Brennweiten p und q heiſſen: ſo iſt die erwehnte Entfernung $= p + q$. Iſt nun das mittlere Brechungsverhältniß $n : 1$, und für eine andre Gattung von Strahlen $n' : 1$, wobey ſich p in p' und q in q' verwandelt: ſo hat man

$$p : p' = \frac{1}{n-1} : \frac{1}{n'-1} = n'-1 : n-1,$$

und

und eben ſo $q : q' = n' - 1 : n - 1$. Wird alſo $p' = kp$ geſetzt, ſo iſt auch $q' = kq$. Man ſetze $p + q - kp = b$, ſo iſt b die Entfernung des von den mehr oder weniger als die mittlern brechbaren Strahlen verurſachten Bildes vom Ocular, und die von demſelben ſich über das Ocular verbreitenden Strahlen machen hinter demſelben ein neues Bild in der Entfernung $\beta = \frac{b \cdot kq}{b - kq}$, oder wenn man $(1 - k) p + q$ ſtatt b ſetzt, $\beta = \frac{((1-k)p + q) kq}{(1-k)p + (1-k)q}$, oder $\beta = \frac{((1-k)m + 1) k}{(1-k)(m+1)m} p$. Es iſt aber $k = \frac{n-1}{n'-1}$, und für die mehr brechbaren Strahlen iſt $k < 1$, für die weniger brechbaren $k > 1$.

Es ſey für die mittlern Strahlen $n = 1,55$, für die violetten $n' = 1,56$, und für die rothen $n' = 1,54$; ſo iſt für die violetten Strahlen $k = \frac{55}{56}$, für die rothen $k = \frac{55}{54}$. Das giebt für die violetten Strahlen $\beta = \frac{((1 - \frac{55}{56}) m + 1) \frac{55}{56}}{(1 - \frac{55}{56})(m + 1) m} p = \frac{5(m + 56)}{56 (m + 1) m} p$, für die rothen aber $\beta = \frac{((1 - \frac{55}{54}) m + 1) \frac{55}{54}}{(1 - \frac{55}{54})(m + 1) m} p = \frac{55(m - 54)}{54 m (m + 1)} p$. Für die violetten Strahlen iſt allemahl β poſitiv, für die rothen nur ſo lange $m > 54$ iſt. Alsdenn kommen

die

die Strahlen von beyden Arten convergent ins Auge, und das Sehen muß ſehr undeutlich werden.

Aus dieſen Bemerkungen ergiebt ſich, daß die Stellung des Oculars, welche zum deutlichen Sehen erfodert wird nicht ganz allein von der Entfernung des Objects ſondern zugleich von der Beſchaffenheit ſeines Lichts abhänge. Enthält das aufs Objectiv fallende Licht mehr von den lebhaftern, als von den ſchwächern Strahlen, ſo muß das Ocular eine ſolche Stellung haben, daß die lebhaftern Strahlen parallel oder divergent ins Auge kommen, wie es dem deutlichen Sehen gemäß iſt.

364. §.

Die Anordnung eines Sternrohrs zu finden, wenn das Objectiv aus zweyen oder dreyen Linſen von verſchiedenen Glasarten zuſammen geſetzt ſeyn ſoll.

Aufl. Aus der gegebenen Vergröſſerungszahl ſucht man dem 351. §. gemäß die Abmeſſungen des zuſammengeſetzten Objectivs.

1.) Mit dem doppelten Objectiv verbinde man ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite in der Entfernung von $(\frac{11}{24} m + \frac{1}{2})$ Zoll: denn dies Objectiv iſt mit einem einfachen gleichgültig, deſſen Brennweite $\Pi = \frac{1}{2} m$ Zoll betrüge (351. §. 1. Fall.) und dazu gehört ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite. Des doppelten Objectivs Brennweite iſt $p' = \frac{11}{24} m$ Zoll, des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{x'}{\Pi} = \frac{2x'}{m+1}$, $x = 0{,}02\, m$ Zoll, $y = \frac{1}{m} x = 0{,}02 = \frac{1}{56}$ Zoll.

2.) Des

2.) Des dreyfachen Objectivs Brennweite iſt $p' = \frac{10}{41} m$, und des gleichgültigen einfachen Objectivs Brennweite $\Pi = \frac{1}{4} m$. Dazu gehört ein Ocular von $\frac{1}{4}$ Zoll Brennweite in der Entfernung $(\frac{10}{41} m + \frac{1}{4})$ Zoll; auch iſt ferner $\varphi = \frac{m}{m+1} \cdot \frac{x'}{\Pi} = \frac{4x'}{m+1}$, und y bleibt $\frac{1}{50}$ Zoll.

Für $m = 100$ iſt beym doppelten Objectiv $p' = 46\frac{2}{3}$ Zoll, und beym dreyfachen Objectiv nur $p' = 24{,}4$ Zoll, alſo thut das dreyfache Objectiv ohngefehr dieſelben Dienſte, wie ein Objectivſpiegel. Denn nach der Tabelle, die aus dem Smithſchen Lehrbegriffe im 323 §. iſt mitgetheilt worden, vergröſſert ein Teleſcop 102mahl, wenn der Objectivſpiegel 2 Fuß Brennweite hat.

365. §.

Dem Aſtronomiſchen Fernrohr durch die Verbindung zweyer Oculare die Einrichtung zu geben, daß der farbichte Rand gehoben, auch das Geſichtsfeld möglichſt gröſſer werde.

Aufl. Das Objectiv ſey einfach, oder wenn es zuſammengeſetzt iſt, ſo werde es wie eine einfache demſelben gleichgültige Linſe betrachtet. Ferner muß, wie im 359. §. $c = r$ ſeyn, alſo erhält man aus dem 282. §. zur Hebung des farbichten Randes $\pi\beta + \pi' r = 0$. Für das Geſichtsfeld iſt $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m - 1}$, 288. §. und damit daſſelbe möglichſt groß ausfalle, muß $\pi' = -\pi$ ſeyn. Dieſer Werth in die vorige

Glei-

Gleichung geſetzt, giebt $\beta = r$. Das Ocular zunächſt am Auge muß convex ſeyn, damit nicht wie bey Fernröhren der erſten Art das Auge hart daran gehalten werden müſſe; alsdenn iſt r poſitiv, mithin auch $\beta = \frac{bq}{b-q}$, und um deßwillen b negativ. Solchergeſtalt wird das erſte Bild ein bloß geometriſches, das zweyte kommt zwiſchen beyden Ocularen zum Vorſchein, und das Fernrohr gehört zur zweyten Art.

Weiter wird die Vergröſſerungszahl $m = \frac{\alpha\beta}{br}$ $= -\frac{p}{b}$, und der Gegenſtand erſcheint umgekehrt, weil die Gläſer folgende Stellung gegen einander haben. Die auf das Objectiv PP mit der Axe parallel
141 Fig. fallenden Strahlen würden nach der Brechung ihren Vereinigungspunct in F haben: ſie werden aber vom erſten Ocular QQ aufgehangen, und nun ſo gebrochen, daß ſie in G wirklich zuſammen, hinter G aber wieder aus einander laufen, da ſie dann das zweyte Ocular RR wieder auffängt, und in die mit der Axe parallele Lage bricht. Der vom Rande des Objects kommende Hauptſtrahl ϵA trift das erſte Ocular in Q, und würde nach der Brechung die Axe in O ſchneiden. Er wird aber vorher vom zweyten Ocular bey R aufgefangen und in die Lage RO′ gebrochen. In O′ alſo muß das Auge ſtehen, und der Winkel CO′R kommt hier als negativ in Rechnung, weil ſeine Lage derjenigen entgegen geſetzt iſt, welche die 114 Figur annimmt, worauf ſich die allgemeinen Formuln gründen.

Auſſer-

Auſſerdem verwandelt ſich die allgemeine Gleichung $\pi q = (\alpha + b)\,\varphi$ (222. §.) in folgende

$$\pi q = x' = (p - b)\varphi = \left(1 - \frac{b}{p}\right)p\varphi,$$ oder

$$\pi q = \frac{m-1}{m}p\varphi.$$ Hier ſetze man $\varphi = -\frac{2\pi}{m-1}$, und nehme m negativ, alſo $\varphi = \frac{2\pi}{m+1}$, ſo erhält man $q = \frac{2(m-1)}{m(m+1)}p$. Weiter iſt $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} - \frac{1}{b}$, und $\frac{1}{b} = -\frac{m}{p}$, alſo $\frac{1}{\beta} = \frac{m(m+1)}{2(m-1)p} + \frac{m}{p} = \frac{m(m+1) + 2m(m-1)}{2(m-1)p}$, und $\beta = \frac{2(m-1)p}{m(3m-1)} = r = c$. Für den Ort des Auges iſt $CO' = -\frac{\pi' r}{m\varphi}$ (228. §. wenn in der dortigen allgemeinen Formul m negativ genommen wird), und hier $\varphi = \frac{2\pi}{m+1} = -\frac{2\pi'}{m+1}$, alſo $CO' = \frac{\pi' r}{m} : \frac{2\pi'}{m+1} = \frac{(m+1)r}{2m}$. Das Geſichtsfeld wird doppelt ſo groß, als beym einfachen Ocular.

Huygens (Dioptr. Prop. 51.) giebt ſchon ein Sternrohr mit zweyen convexen Augengläſern an: allein

allein ſeine Einrichtung iſt nicht ſo vollkommen, als die hier beſchriebene. Man ſehe davon H. Klügels Analytiſche Dioptrik 2 Th. 5. Abſch. 437. §. 184. S.

In der allgemeinen Gleichung $d\varphi = \frac{dn}{n-1}$ $\left(\frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2} \cdot \frac{1}{r}\right) \frac{\alpha\beta x}{bc}$ ſetze man $\alpha = p$, $\beta = c = r$, ſo wird $d\psi = \frac{dn}{n-1}$ $\left(\frac{1}{b} + \frac{b}{p} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b}{p} \cdot \frac{1}{r}\right) x$. Weil nun $\frac{b}{p} = -\frac{1}{m}$ iſt, alſo $\frac{1}{b} = -\frac{m}{p}$, ſo wird $d\psi$ $= -\frac{dn}{n-1}\left(\frac{m}{p} + \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{q} + \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{r}\right) . x.$ Wenn die Zahl m etwas groß iſt, ſo hat man nahe genug $q = \frac{2p}{m}$, $\beta = c = r = \frac{2p}{3m}$, alſo in dem Fall $d\psi = -\frac{dn}{n-1}\left(\frac{m}{p} + \frac{1}{2p} + \frac{2}{2p}\right) x$ oder $d\psi = -\frac{dn}{n-1}(m+2)\frac{x}{p}$.

Wenn nur ein Ocular gebraucht wird, ſo iſt $d\psi = \frac{dn}{n-1} \cdot (m+1)\frac{x}{p}$ (362. §.) alſo wird die

Farben=

Farbenzerſtreuung in der Axe beym Gebrauch zweyer Oculare ſehr wenig gröſſer, als beym Gebrauch eines einzigen. Darum kann für eine gegebene Vergröſſerung das Objectiv von gleicher oder höchſtens von einer um etwas weniges gröſſern Brennweite genommen werden, wie in dem Fall geſchehen würde, wenn man es zum einfachen Ocular wählte.

Aus dem 302. §. hat man den Halbmeſſer der Undeutlichkeit wegen der Geſtalt

$$u = \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{b^4}{pq^3}\lambda' + \frac{b^3}{pq\beta}\nu + \frac{c^4 b^4}{pr^3\beta^4}\lambda''\right),$$

und es iſt $\beta = c = r$, auch iſt b negativ, nemlich $b = -\frac{p}{m}$, alſo

$$u = \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{b^4}{pq^3}\lambda' - \frac{b^3}{pqr}\nu + \frac{b^4}{pr^3}\lambda''\right).$$

Wenn alsdenn die Zahl m einigermaſſen beträchtlich iſt, und $q = \frac{2p}{m}$, $r = \frac{2p}{3m}$ angenommen werden kann; ſo iſt $\frac{b}{p} = \frac{1}{m}$, $\frac{b}{q} = \frac{1}{2}$, $\frac{b}{r} = \frac{3}{2}$, $\frac{r}{p} = \frac{2}{3m}$. Das giebt

$$u = \frac{\mu m x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{1}{2m}\left(\frac{1}{4}\lambda' - \frac{3}{2}\nu\right) + \frac{1}{m}\cdot\frac{27}{8}\lambda''\right).$$

Für die am wenigſten brechbaren Strahlen, wenn $n = 1{,}53$ geſetzt wird, und die Gläſer gleichſeitig ſind, iſt $\lambda = 1{,}60006$. (291. §. num. 3.) Eben

ſo groß iſt λ'', weil $\gamma = \infty$. (Man vergleiche den 290. §. num. 4.)

Um für das erſte Ocular λ' zu finden, ſeßt man beyde Halbmeſſer dieſes Oculars gleich, alſo vermöge des 291. §. num. 2. $\frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \cdot \frac{b - \beta}{b + \beta} = \sqrt{(\lambda' - 1)}$, da dann $15{,}01 = \lambda' - 1$, und $\lambda' = 16$ gefunden wird, welches ein ziemlich beträchtlicher Werth iſt. Man findet indeſſen das zweyte Glied des zuſammengeſeßten Factors $\frac{1}{2m}\left(\frac{1}{4}\lambda' - \frac{3}{2}\nu\right) = \frac{1{,}838}{m}$, und das dritte Glied $\frac{1}{m} \cdot \frac{27}{8}\lambda'' = \frac{5{,}4}{m}$, beyder Summe $= \frac{7{,}24}{m}$. Demnach iſt doch die Abweichung, ſo weit ſie die Oculare verurſachen, nur geringe in Vergleichung mit derjenigen, die vom Objectiv herrührt.

366. §.

Wenn die Vergröſſerungszahl $m = 50$ ſeyn ſoll, ſo würde man für ein Ocular die Brennweite des Objectivs aus dem 362. §. finden. Die Vorausſeßung $y = \frac{1}{50}$ Zoll, und $u = 1$ Sec. würde $p = 0{,}85764\, m \sqrt[3]{(m+1)}$ geben, alſo $p = 159$ Zoll oder $13\frac{1}{4}$ Fuß. Nimmt man ſtatt deſſen $p = 6$ Fuß, wie es nach Huygens Tafel (278. §. angehet, ſo wird der Halbmeſſer der Undeutlichkeit $u = \frac{13{,}25^3}{6^3} \cdot 1$ Sec.

: 1 Sec. = 10,68 Sec. Man ſetze auch in der Gleichung $d\psi = \frac{m(m+1)}{2750p}$ den Werth $p = 72$ Zoll, ſo findet man $d\psi = \frac{50 \cdot 51}{2750 \cdot 72} = \frac{51}{55 \cdot 72}$, oder $d\psi = \frac{3438 \cdot 51}{55 \cdot 72} = \frac{382 \cdot 51}{55 \cdot 8} = \frac{191 \cdot 51}{55 \cdot 36}$ beynahe 5 Minuten, welches ſehr wenig zu ſagen hat. Der farbichte Rand iſt wenigſtens gröſtentheils gehoben: alſo muß ſich ein ſehr gutes Fernrohr auf folgende Art anordnen laſſen.

Es wird $p = 72$ Zoll, $q = \frac{2(m-1)}{m(m+1)} p =$ 2,77 Zoll, $r = \frac{2(m-1)p}{m(3m-1)} = \frac{(m+1)}{(3m-1)} q$ $= 0,95$ Zoll, $b = \frac{1}{50} p = 1,44$ Zoll. Die Gläſer werden alle gleichſeitig, und der Oefnungshalbmeſſer des Objectivs $x = my = 1$ Zoll, weil $y = \frac{1}{50}$ Zoll. Die Entfernung des Auges vom nächſten Ocular $CO' = \frac{(m+1)r}{2m} = \frac{51 \cdot 0,95}{100} = 0,4845$ Zoll. Die Oefnungshalbmeſſer der Oculare und des Geſichtsfeldes hängen übrigens ſo von einander ab, daß $\varphi = \frac{2\pi}{m+1}$ iſt. Wenn alſo $\pi = \frac{1}{4}$ geſetzt wird, ſo hat man $\varphi = \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1}{102}$, oder $\varphi = \frac{3438}{102} = 33' \, 42''$. Alsdenn wird der Oefnungs-

durchmeſſer eines jeden Oculars der halben Brennweite deſſelben gleich. Noch iſt $p - b = 70,56$ Zoll, $\beta + c = 2r = 1,9$, alſo die Länge des ganzen Rohrs vom Objectiv bis zum zweyten Ocular $p - b + 2r = 72,46$ Zoll. Das zweyte Ocular läßt man beweglich, damit es nach der Beſchaffenheit des Auges geſtellet werden könne.

367. §.

Das aſtronomiſche Fernrohr mit zweyen erhabenen Augengläſern ſtatt des einfachen Objectivs mit einem zuſammen geſetzten zu verſehen.

Aufl. 1. Fall. Das Objectiv ſey doppelt mit der Brennweite p', ſo iſt $p' = \frac{11}{24}m$ Zoll, die Brennweite des demſelben gleichgültigen einfachen Objectivs $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll. In den Formuln des 365. §. brauche man dieſen Werth $\Pi = \frac{1}{2}m$ ſtatt p, ſo findet man

$$q = \frac{m-1}{m+1} \text{ Zoll, und } r = \frac{m-1}{3m-1} \text{ Zoll, } b = \tfrac{1}{2} \text{ Zoll,}$$

$$\beta = r = \frac{m-1}{3m-1} \text{ Zoll:}$$ mithin wird die Entfernung des erſten Oculars vom Objectiv $= (\frac{11}{24}m - \frac{1}{2})$ Zoll, die Entfernung der Oculare von einander $= 2r = \frac{2(m-1)}{3m-1}$ Zoll, die ganze Länge des Rohrs vom Objectiv bis zum zweyten Ocular $=$

$$\left(\frac{11}{24}m - \frac{1}{2} + \frac{2(m-1)}{3m-1}\right) \text{ Zoll.}$$ Das Auge ſteht hinter dem letzten Ocular in der Entfernung

CO'

$CO' = \frac{m+1}{2m} \cdot \frac{m-1}{3m-1}$ Zoll, oder beynahe CO' $= (\frac{1}{6} + \frac{1}{18m})$ Zoll, wenn m etwas groß iſt.

Die Farbenzerſtreuung in der Axe, die von den Ocularen entſteht, wird hiebey nicht gehoben, wenn gleich das Objectiv die erwünſchte Vollkommenheit hat. Unſtreitig wäre es am beſten, wenn das wirkliche Bild, welches nach dem erſten Ocular entſteht, ſo rein als möglich geliefert würde, damit es völlig wie ein wirklicher Gegenſtand durch das zweyte Ocular könnte betrachtet werden. Zu dem Ende müſte man die Zerſtreuung, die beym Durchgang des Lichts durchs Objectiv und das erſte Ocular geſchicht, in eine Formul bringen, und $= 0$ ſetzen. Dies wäre noch beſſer, als wenn man die geſammte Zerſtreuung durch alle Gläſer aufhöbe, weil dadurch die Undeutlichkeit nur für eine gewiſſe Stellung der Gläſer gehoben wird, auf jene Art aber für jede Stellung des letzten Oculars das betrachtete Bild rein iſt, und nur die wenig bedeutende Zerſtreuung durch das letzte Ocular übrig bleibt.

Wenn $m = 50$ iſt, ſo wird $p' = 22\frac{11}{12}$ Zoll, und wenn das im 343. §. berechnete Objectiv gebraucht wird, ſo hat man aus dem 351. §. folgende Einrichtung

	1. Linſe.	2. Linſe.
Die Brennweite . . .	4,54 Zoll	− 5,09 Zoll
Halbmeſſer der Vorderfläche	4,37 .	− 4,37 .
Halbmeſſer der Hinterfläche	5,36 .	− 9,10 .

Der Oefnungshalbmeſſer $x = 1,1$ Zoll,
Die Entfernung der Linſen 0,38 Zoll.

Weiter iſt $b = \frac{1}{2}$ Zoll, $p' - b = 22\frac{5}{12}$ Zoll $= 22{,}42$ Zoll, des erſten Oculars Brennweite $q = \frac{49}{51} = 0{,}96$ Zoll, und jeder Halbmeſſer $= 1{,}02$ Zoll, des zweyten Brennweite $r = \frac{49}{149} = 0{,}33$ Zoll, jeder Halbmeſſer $= 0{,}35$ Zoll. Das Auge ſteht $\frac{1}{6}$ Zoll hinter dem letzten Ocular, des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = 33' \, 42''$, und der Oefnungsdurchmeſſer eines jeden Oculars iſt ſeiner halben Brennweite gleich. Die Länge des Rohrs vom Objectiv bis zum letzten Ocular $= 23{,}8$ Zoll.

2. Fall. Für das dreyfache Objectiv iſt die Brennweite $p' = \frac{10}{41} m$ Zoll, des gleichgültigen einfachen Objectivs Brennweite $\Pi = \frac{1}{4} m$ Zoll, ferner

$$q = \frac{m-1}{2(m+1)} \text{ Zoll}, \; r = \frac{m-1}{2(3m-1)} \text{ Zoll}, \; b = \frac{1}{4}$$

Zoll, $\beta = c = r$. Die Entfernung des Objectivs vom erſten Ocular $= (\frac{10}{41} m - \frac{1}{4})$ Zoll, des erſten Oculars vom zweyten $= \frac{m-1}{3m-1}$ Zoll, die Entfernung des Auges $CO' = \frac{m+1}{2m} \cdot \frac{m-1}{2(3m-1)}$ Zoll $= \frac{1}{12}$ Zoll. Das Geſichtsfeld und die Oefnungsmaaſſe der Oculare bleiben, wie vorhin.

Bleibt $m = 50$, ſo iſt $p' = 12{,}195$ Zoll, $q = 0{,}48$ Zoll, $r = 0{,}165$ Zoll, $p' - b = 11{,}945$ Zoll, $2r = 0{,}33$ Zoll, alſo die Länge des Rohrs $= 12{,}275$ Zoll. Wählt man die Einrichtung des dreyfachen Objectivs aus dem 349. §., ſo iſt vermöge des 351. §.

	1. Linſe.	2. Linſe.	3. Linſe.
Brennweite in Zollen	5,34	− 3,32	5,45
Halbmeſſ. d. Vorderfläche	6,41	− 3,84	3,84
Halbmeſſ. der Hinterfläche	5,06	− 3,84	11,66

Der Oefnungshalbmeſſer = 0,96 Zoll,
Die Entfernung der Linſen = 0,275 Zoll.

368. §.

Bey der zuletzt beſchriebenen Anordnung mit dem dreyfachen Objectiv iſt zu erinnern, daß die Brennweite des zweyten Oculars zu klein ausfällt, weil ſie nur $\frac{1}{6}$ Zoll ohngefehr ausmacht. Auch fällt das Bild zu nahe an das erſte Ocular, und deßwegen iſt zu beſorgen, daß die Flecken in dieſem Glaſe die Vorſtellung undeutlich machen dürften. Daher ſcheint in dieſem beſondern Fall ein doppeltes Objectiv brauchbarer als ein dreyfaches zu ſeyn. Man kann indeſſen der Unbequemlichkeit, daß das zweyte Ocular eine zu kleine Brennweite erhalten würde, dadurch abhelfen, daß man anſtatt des einen Glaſes, welches das Bild zu betrachten diente, zwey nimmt, wovon jedes eine längere Brennweite erhält.

Das Objectiv in A breche die mit der Axe parallel darauf einfallenden Strahlen nach F, und das erſte Ocular, welches ſie in B auffängt, breche ſie aufs neue nach G ſo, daß in G ein wirkliches Bild zu Stande kommt, wovon ſich die Strahlen aufs neue wieder über das zweyte Ocular in C verbreiten, und von demſelben in die auseinanderfahrende Lage gebrochen werden, als kämen ſie aus dem Zerſtreuungspunct H her. Das dritte Ocular in D muß ſie hiernächſt ſo brechen, daß ſelbige wieder in die mit 142 Fig.

der Axe parallele Lage kommen. Dieſemnach wird AB $= p - b$, und b negativ, BC $= \beta + c$, CD $= -\gamma + d$, und γ negativ. Damit ferner, wie hier erfodert wird, δ unendlich groß werde, muß $d = s$ ſeyn.

369. §.

Das aſtronomiſche Fernrohr mit dreyen Ocularen und dem einfachen Objectiv ſo anzuordnen, daß der farbichte Rand gehoben, und das Geſichtsfeld möglichſt groß werde.

142 Fig. Aufl. Zur Hebung des farbichten Randes erhält man aus dem 283. §. die Gleichung

$$\pi + \pi' \cdot \frac{c}{\beta} + \pi'' \cdot \frac{cs}{\beta\gamma} = 0,$$

und des Geſichtsfeldes Halbmeſſer iſt $\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m + 1}$ (228. §.) Damit daſſelbe möglichſt groß werde, ſey $\pi = \pi''$, und $\pi' = -\pi$: alsdenn muß der Hauptſtrahl AQR das Glas RR unterhalb der Axe ſchneiden, und weil π'' und π einerley Zeichen behalten, ſo ſchneidet der Hauptſtrahl auch das dritte Ocular SS, ſo wie das erſte unterhalb der Axe. Dieſe Vorausſetzungen, wenn auch γ negativ genommen wird, geben

$$1.)\ 1 - \frac{c}{\beta} - \frac{cs}{\beta\gamma} = 0, \quad 2.)\ \varphi = \frac{3\pi}{m + 1}.$$

Ferner iſt 3.) $m = \frac{p\beta\gamma}{bcs}$, und aus dem 222. §. hat man

man $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, $\pi' r = \frac{\alpha\beta}{b} . \varphi + c(\pi - \varphi)$, alſo hier

$$\pi q = (p - b)\varphi, \; -\pi r = c(\pi - \varphi) - \frac{p\beta}{b}\varphi,$$

oder $\pi r = \frac{p\beta}{b}\varphi - c(\pi - \varphi)$. Wird hier der Werth $\varphi = \frac{3\pi}{m + 1}$ gebraucht, ſo giebt das

4.) $q = \frac{3(p - b)}{m + 1}$, 5.) $r = \frac{3p\beta}{b(m + 1)} - \frac{(m - 2)c}{m + 1}$.

Hiezu kommen noch die Gleichungen $\beta = \frac{bq}{b - q}$, oder $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} - \frac{1}{b}$, und $\gamma = \frac{c . r}{c - r}$, oder $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} - \frac{1}{c}$: dieſe verwandeln ſich, weil b und γ negativ ſind, in folgende 6.) $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} + \frac{1}{b}$, und 7.) $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{c} - \frac{1}{r}$. Unter den hier vorkommenden Gröſſen wird m als gegeben angeſehen, und für π ein Werth willkührlich angenommen, der ſich auch durch das Geſichtsfeld beſtimmet. Von den ſechs Gröſſen b, β, c, γ, $s = d$, und φ werden fünf durch die angezeigten Gleichungen beſtimmt. Eine davon wird willkührlich ſo genommen, daß die Brennweiten der letzten beyden Oculare nicht zu klein ausfallen.

Die Gleichung n. 1. giebt $\frac{cs}{\beta\gamma} = 1 - \frac{c}{\beta}$, alſo $\frac{s}{\gamma} = \frac{\beta}{c} - 1$, und $\frac{s-\gamma}{\gamma} = \frac{\beta}{c} - 2$. Damit dieſe Zahl, wie erfodert wird, poſitiv bleibe, weil CD $= s - \gamma$ poſitiv iſt, muß $\frac{\beta}{c} > 2$ ſeyn. Es ſey alſo $\frac{\beta}{c} = k$, und $k > 2$, ſo iſt $\frac{s}{\gamma} = k - 1$. Ferner war $m = \frac{p\beta\gamma}{bcs}$, alſo $-\frac{p}{b} = \frac{-mcs}{\beta\gamma} = \frac{m(k-1)}{k}$, und $\frac{p}{b} - 1 = \frac{mk - m - k}{k}$. Aus der Gleichung n. 4. wird $\frac{q}{b} = \frac{3}{m+1} \cdot \left(\frac{p}{b} - 1\right)$, oder $\frac{q}{b} = \frac{3(mk - m - k)}{(m+1)k}$. Weiter hat man auch

6.) $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} + \frac{1}{b}$, alſo $\frac{q}{\beta} = 1 + \frac{q}{b}$, mithin $\frac{q}{\beta} = \frac{(m+1)k + 3(mk - m - k)}{(m+1)k} = \frac{4mk - 2k - 3m}{(m+1)k}$. Ueberdem iſt $\frac{\beta}{b} = 1 - \frac{\beta}{q}$, alſo $\frac{\beta}{b} = 1 - \frac{(m+1)k}{4mk - 2k - 3m}$, oder $\frac{\beta}{b} = \frac{3(mk - k - m)}{4mk - 2k - 3m}$.

In der Gleichung n. 5. ſetze man $\frac{p}{b} = \frac{m(k-1)}{k}$,

und $\frac{\beta}{c} = k$, ſo wird $\frac{r}{c} = \frac{3m(k-1)}{m+1} - \frac{m-2}{m+1}$ $= \frac{3mk-4m+2}{m+1}$. Das in die Gleichung n. 7.) $\frac{r}{\gamma} = \frac{r}{c} - 1$ geſetzt giebt $\frac{r}{\gamma} = \frac{3mk+1-5m}{m+1}$ und $\frac{\gamma}{c} = \frac{\gamma}{r} + 1 = \frac{3mk-4m+2}{-5m+3mk+1}$. Endlich iſt noch $s = \frac{p\beta\gamma}{bcm}$, und $\frac{p}{b} \cdot \frac{\beta}{c} = m(k-1)$, mithin $s = (k-1)\gamma$. Aus dieſen Gleichungen hat man

$$b = \frac{kp}{m(k-1)}, \quad q = \frac{3(mk-m-k)p}{m(m+1)(k-1)},$$

$$\beta = \frac{3(mk-k-m)kp}{m(k-1)(4mk-2k-3m)}, \quad r = \frac{-5m+3mk+1}{m+1}\gamma,$$

$$c = \frac{\beta}{k} = \frac{3(mk-k-m)p}{m(k-1)(4mk-2k-3m)}, \quad s = (k-1)\gamma = d,$$

$$\gamma = \frac{3mk-4m+2}{-5m+3mk+1}.$$

In dieſen Gleichungen muß $k > 2$ und ſo angenommen werden, daß die Brennweiten r und s nicht zu klein ausfallen. Dieſen Bedingungen leiſtet die Vorausſetzung $k = \frac{5}{2}$ ein Genüge, und man erhält

$$b = \frac{5p}{3m}, \qquad q = \frac{(3m-5)p}{m(m+1)}$$

$$\beta = \frac{5(3m-5)p}{m(14m-10)}, \quad r = \frac{(7m+4)(3m-5)p}{2m(m+1)(7m-5)}$$

c =

$$c = \frac{(3m-5)p}{m(7m-5)} \qquad s = \frac{3(7m+4)(3m-5)p}{2m(7m-5)(5m+2)}.$$

$$\gamma = \frac{(7m+4)(3m-5)p}{m(7m-5)(5m+2)}$$

Die Entfernung des Auges vom letzten Ocular iſt $DO'' = \frac{\pi'' s}{m\Phi}$ (228. §.) alſo hier $DO'' = \frac{(m+1)s}{3m}$. Um des Geſichtsfeldes willen macht man alle Oculare gleichſeitig. Wenn die Vergröſſerungszahl etwas groß iſt, ſo iſt nahe genug $q = \left(3 - \frac{8}{m}\right)\frac{p}{m}$, $r = \left(\frac{3}{2} - \frac{29}{14m}\right)\frac{p}{m}$, $s = \left(\frac{9}{10} - \frac{123}{175m}\right)\frac{p}{m}$. Auch hat man alsdenn $b = \frac{5p}{3m}$, $\beta = \left(\frac{3}{14} - \frac{10}{49m}\right)\frac{5p}{m}$, $c = \frac{2}{5}\beta = \left(\frac{3}{14} - \frac{10}{49m}\right)\frac{2p}{m}$, $\gamma = \left(\frac{3}{5} - \frac{82}{175m}\right)\frac{p}{m}$, $d = s$, alſo ferner $AB = p - b = \left(1 - \frac{5}{3m}\right)p$, $BC = \beta + c = \frac{7}{5}\beta = \left(\frac{3}{2} - \frac{10}{7m}\right)\frac{p}{m}$, $CD = d - \gamma = \left(\frac{3}{10} - \frac{41}{175m}\right)\frac{p}{m}$.

Für eine gegegebe Vergröſſerungszahl m kann die Brennweite des Objectivs eben ſo geſucht werden, als

als wenn man nur ein oder zwey Oculare brauchen wollte. (362. 365. 366. §.) Denn die Formuln für die Farbenzerſtreuung ergeben, daß bey einerley Brennweite des Objectivs der Antheil, welchen die Oculare daran haben, in Vergleichung mit demjenigen, welcher vom Objectiv herrührt, nur geringe ſey.

Wenn $m = 50$ iſt, ſo kann des Objectivs Brennweite $p = 72$ Zoll ſeyn: (366. §.) alsdenn ſind die Brennweiten dreyer dazu gehöriger Oculare folgende, des erſten 4,09 Zoll, des zweyten 2,07 Zoll, des dritten 1,26 Zoll. Die halbe Oefnung des Objectivs iſt 1 Zoll, und die halbe Oefnung eines jeden Oculars der vierte Theil ſeiner Brennweite. Alsdenn beträgt des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\frac{3\pi \cdot 3438}{m+1}$ Min. $= 50'33''$. Noch wird AB = 69,6 Zoll, BC = 2,12 Zoll, CD = 0,43 Zoll, die Entfernung des Auges DO'' = 0,43 Zoll.

370. §.

Das aſtronomiſche Fernrohr, wenn drey Oculare gewählt ſind, mit dem zuſammengeſetzten Objectiv zu verſehen.

1. Fall. Des doppelten Objectivs Brennweite p' iſt $= \frac{1}{2}\frac{1}{4} m$ Zoll, und des demſelben gleichgültigen einfachen Objectivs Brennweite $\Pi = \frac{1}{2} m$ Zoll, auch hat man aus dem 351. §. leicht die Abmeſſungen für beyde Linſen. Man ſetzt alſo nun $\Pi = \frac{1}{2} m$ Zoll ſtatt p in den gefundenen Formuln, ſo findet man leicht alle geſuchte Abmeſſungen.

Iſt

Iſt m etwas groß, ſo wird $q = \frac{3}{2} - \frac{4}{m}$, $r = \frac{3}{4} - \frac{29}{28m}$, $s = \frac{9}{20} - \frac{123}{350m}$, alles in Zollen. Ferner $b = \frac{5}{6}$ Zoll, $AB = p' - b = \left(\frac{11}{24}m - \frac{5}{6}\right)$ Zoll, $BC = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{7m}\right)$ Zoll, $CD = \left(\frac{3}{20} - \frac{41}{350m}\right)$ Zoll, die Entfernung des Auges $DO'' = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3m}\right)s = \frac{3}{20} + \frac{23}{700m}$.

2. Fall. Für das dreyfache Objectiv iſt die Brennweite $p' = \frac{10}{41}m$ Zoll und die Brennweite des gleichgültigen einfachen $\Pi = \frac{1}{4}m$. Die Abmeſſungen für die drey Linſen hat man aus dem 351. §. Uebrigens ſetzt man nun $\Pi = \frac{1}{4}m$ Zoll ſtatt p in den Formuln des 369. §., ſo werden alle geſuchte Abmeſſungen des Fernrohrs leicht gefunden. Die Entfernung des erſten Oculars vom Objectiv iſt $(\frac{10}{41}m - \frac{5}{12})$ Zoll, die übrigen Entfernungen, und die Brennweiten der Oculare werden nur halb ſo groß als vorhin.

371. §.

Um alles unordentliche Licht abzuhalten, das durch die Zurükſtrahlung von den Glasflächen oder vom innern Umfang der Röhre entſteht, auch wegen der Farben oder wegen der von der Kugelgeſtalt herrührenden Abweichung vielleicht zerſtreuet iſt, ſtellet man

man Ringe zwiſchen den Gläſern im Fernrohr, und zwar am beſten an der Stelle des wirklichen Bildes. Man nennt ſie **Blendungen**, und die Oefnung einer ſolchen Blendung muß dem Bilde gleich ſeyn; nicht kleiner, um das Geſichtsfeld nicht zu verkleinern, nicht gröſſer, um das unordentliche Licht möglichſt abzuhalten.

In dem Sternrohr mit dem einfachen Ocular iſt des Bildes Halbmeſſer $= \alpha\phi$, (217. §.) $= \frac{\pi p}{m+1}$. (362. §.) So groß iſt auch der Oefnungshalbmeſſer der Blendung, mithin ſehr wenig kleiner als der Oefnungshalbmeſſer des Oculars $\pi q = \frac{\pi p}{m}$.

Im Sternrohr mit zweyen Ocularen iſt des wirklichen Bildes Halbmeſſer $= \frac{\beta\phi}{b} p$, und $\frac{\beta}{b} = \frac{2(m-1)}{3m-1}$ (365. §.) $\phi = \frac{2\pi}{m+1}$, alſo eben der Halbmeſſer $= \frac{4(m-1)\pi}{(m+1)(3m-1)} p$. Für das Sternrohr mit dreyen Ocularen findet man eben ſo des Bildes, oder der Blendung Halbmeſſer $= \frac{\beta\phi}{b} p$; aus dem 369. §. hat man $\frac{\beta}{b} = \frac{3(3m-5)}{14m-10}$, und $\phi = \frac{3\pi}{m+1}$, alſo iſt dieſer Halbmeſſer $= \frac{9(3m-5)\pi}{(m+1)(14m-10)} p$.

372. §.

372. §.

Das Erdfernrohr mit dem einfachen Objectiv und dreyen Augengläſern ſo anzuordnen, daß der farbichte Rand gehoben, und das Geſichtsfeld möglichſt groß werde.

121 Fig. Aufl. Man hat folgende allgemeine Gleichungen. Wegen Hebung des farbichten Randes 1.) $\pi + \frac{\pi' c}{\beta} + \frac{\pi'' cd}{\beta\gamma} = 0$, und des Geſichtsfeldes Halbmeſſer iſt 2.) $\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m + 1}$. Dazu kommt 3.) $m = \frac{p\beta\gamma}{bcs}$, 4.) $\pi q = (p + b)\varphi$, und 5.) $\pi' r = \left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$. Weiter iſt 6.) $\beta = \frac{bq}{b - q}$, 7.) $\gamma = \frac{cr}{c - r}$, und es wird $AB = p + b$. Wenn ferner G nach der Seite hin fällt, wo das Auge befindlich iſt, über das Glas RR hinaus, ſo iſt $BC = \beta - c$. Ueberdem $CD = \gamma + d$, und δ wird unendlich groß, ſo wie $d = s$ ſeyn muß.

Demnach iſt c negativ, und dieſer Vorausſetzung gemäß verwandeln ſich die allgemeinen Gleichungen in folgende. Der Hauptſtrahl AQRS muß das letzte Ocular oberhalb der Axe in S treffen, alſo muß $x''' = \pi'' r$ negativ, und eben darum Π'' negativ ſeyn, weil r poſitiv bleiben ſoll. Ferner wird die

die Vergröſſerungszahl m negativ, alſo $\varphi = \frac{-\pi'' - \pi' + \pi}{-m + 1}$, oder 2.) $\varphi = \frac{\pi'' + \pi' - \pi}{m - 1}$: auch wird aus n. 1. $\pi - \frac{\pi' c}{\beta} + \frac{\pi'' cd}{\beta\gamma} = 0$, und aus n. 5. wird $\frac{\pi' r}{\varepsilon} = \left(\frac{p\beta}{bc} + 1\right)\varphi - \pi$. Man nehme noch weiter $b = q$ an, ſo wird β unendlich groß, eben darum auch ε, mithin $\frac{\beta}{\varepsilon} = 1$, und n. 1.) $\pi - \pi' + \frac{\pi'' d}{\gamma} = 0$ oder $\pi = \pi' - \frac{\pi'' d}{\gamma}$. Weiter wird aus n. 5.) gefunden $0 = \left(\frac{p}{b} + 1\right)\varphi - \pi$, oder $\pi = \left(\frac{p}{b} + 1\right)\varphi$, und dieſe Gleichung iſt nun mit n. 4.) einerley, weil der Vorausſetzung gemäß $b = q$ iſt: auch aus n. 7.) wird $\gamma = r$. Damit das Geſichtsfeld möglichſt groß werde, nehme man $\pi' = \pi''$, ſo iſt $\varphi = \frac{2\pi' - \pi}{m - 1}$, und $\pi = \pi' \left(1 - \frac{d}{\gamma}\right)$. Ueberdem wird nun $m = \frac{p\gamma}{bs}$, und $d = s$; alſo $\frac{s}{\gamma} = \frac{d}{\gamma} = \frac{p}{mb}$, und $\pi = \pi' \left(1 - \frac{p}{mb}\right)$.

Jn der Gleichung $\pi = \left(\frac{p}{q} + 1\right)\varphi$ ſetze man $\varphi = \frac{2\pi' - \pi}{m - 1}$, ſo erhält man $\pi = \frac{p + q}{q} \cdot \frac{2\pi' - \pi}{m - 1}$, alſo $\pi q (m - 1) = (p + q)(2\pi' - \pi)$, oder $\pi (qm + p) = 2\pi' (p + q)$. Das mit $\pi = \pi' \left(1 - \frac{p}{mq}\right)$ dividirt giebt $(mq - p)(mq + p) = 2mq (p + q)$, mithin ferner $m^2 q^2 - p^2 = 2mpq + 2mq^2$, und daraus wird $p^2 + 2mqp = (m^2 - 2m) q^2$, ferner $p^2 + 2mq \cdot p + m^2 q^2 = 2m(m - 1) q^2$, alſo $p = - mq \pm q \sqrt{2m(m - 1)}$. Weil p poſitiv ſeyn muß, ſo muß der poſitive Werth der Wurzelgröſſe gebraucht werden.

Man ſetze $\frac{p}{q} = \mathrm{P}$, $\frac{r}{q} = \vartheta$, ſo iſt $\mathrm{P} = - m + \sqrt{2m(m - 1)}$, $q = \frac{p}{\mathrm{P}}$, $r = \vartheta \cdot q = \frac{\vartheta \cdot p}{\mathrm{P}}$. Die Gleichung $m = \frac{p\gamma}{bs} = \frac{pr}{qs}$ giebt nun $m = \frac{\vartheta \cdot p}{s}$, alſo $s = \frac{\vartheta \cdot p}{m}$.

Noch iſt nöthig, die Entfernung BC zwiſchen dem erſten und zweyten Ocular zu ſuchen, welche nun nicht durch $\beta - c$ ausgedrückt werden kann, wenn β und c unendlich groß ſind. Man ſetze $\frac{\mathrm{BC}}{p} = \eta$,

ſo

ſo iſt auch $BC = BO + CO = \frac{\pi q + \pi' r}{\pi - \varphi}$. (220. §.)

Hier aber iſt $q = \frac{P}{p}$, $\pi = (P + 1)\varphi$, und $\pi - \varphi = P\varphi$, alſo $\frac{\pi}{\pi - \varphi} = \frac{P + 1}{P}$, und es wird $\frac{\pi q}{\pi - \varphi} = \frac{(P + 1)p}{P^2}$. Ferner war $\pi = \pi'\left(1 - \frac{p}{mq}\right)$, oder $\pi = \frac{m - P}{m} \cdot \pi'$, alſo wird $\pi' = \frac{m}{m - P}\pi$, oder $\pi' = \frac{m}{m - P} \cdot (P + 1)\varphi$. Weiter iſt $r = \frac{\vartheta \cdot p}{P}$, und $\pi - \varphi = P\varphi$, alſo $\frac{\pi' r}{\pi - \varphi} = \frac{m(P + 1)}{(m - P)P^2} \cdot \vartheta \cdot p$. Statt $P + 1$ ſetze man $1 - m + \sqrt{2m(m - 1)}$, ſo iſt auch $m - P = 2m - \sqrt{2m(m - 1)}$, und $\frac{m(P + 1)}{m - P}$ $= \frac{m\sqrt{2m(m - 1)} + m - m^2}{2m - \sqrt{2m(m - 1)}}$. Die Diviſion giebt alsdenn dieſen Werth $\frac{m(P + 1)}{m - P} = \frac{1}{2}\sqrt{2m(m - 1)}$, alſo iſt $\frac{\pi' r}{\pi - \varphi} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{2m(m - 1)}}{P^2}\vartheta p$, und man erhält $BC = \frac{(P + 1)p}{PP} + \frac{\vartheta p\sqrt{2m(m - 1)}}{2PP}$. Wird

alſo $\frac{BC}{p} = \eta$ geſetzt, ſo hat man $\eta = \frac{P + 1 + \frac{1}{2}\vartheta\sqrt{2m(m-1)}}{PP}$. Endlich iſt noch CD $= \gamma + d = r + s = \left(\frac{\vartheta}{P} + \frac{\vartheta}{m}\right)p$, oder CD $= \left(\frac{1}{P} + \frac{1}{m}\right)\vartheta \cdot p$.

Fůr die Stelle des Auges iſt die allgemeine Formul $DO'' = \frac{\pi'' s}{m\varphi}$, (228. §.) und ſie behålt dieſe Form, wenn auch den obigen Vorausſetzungen gemåß π'' und m negativ angenommen werden. Hier $\frac{\pi''}{\varphi} = \frac{\pi'}{\varphi} = \frac{m(P+1)}{m-P} = \frac{1}{2}\sqrt{2m(m-1)}$, alſo $DO'' = \frac{\sqrt{2m(m-1)}}{2m}s$, oder $DO'' = \frac{\vartheta p}{m}\sqrt{\frac{m-1}{2m}}$. Aus der Gleichung $\pi' = \frac{m(P+1)\varphi}{m-P}$ hat man auch $\varphi = \frac{(m-P)\pi'}{m(P+1)}$, und weil $\frac{m(P+1)}{m-P} = \frac{1}{2}\sqrt{2m(m-1)}$ gefunden iſt, ſo wird $\varphi = \frac{2\pi'}{\sqrt{2m(m-1)}}$, oder auch $\varphi = \frac{2\pi'}{m+P}$. Dieſes Geſichtsfeld iſt gróſſer, als beym Sternrohr mit einem Augenglaſe. Es iſt nemlich hier bey einer etwas anſehnlichen Vergróſſerung beynahe $\varphi =$

$\varphi = \frac{\pi'}{m}\sqrt{2}$, und beym Sternrohr, wenn das Augenglas das Oefnungsmaaß π' hätte, wäre $\varphi = \frac{\pi'}{m+1}$ beynahe $\frac{\pi'}{m}$: alſo jenes Geſichtsfeld im Verhältniß $\sqrt{2} : 1$ gröſſer als dieſes.

Die Oculare werden alle gleichſeitig wegen des Geſichtsfeldes, und die Oefnungsmaaſſe $\pi' = \pi''$ beſtimmt man ſo, daß $\varphi = \frac{2\pi'}{\sqrt{2m(m-1)}}$ möglichſt groß ausfalle. Wenn von der Abweichung wegen der Geſtalt nichts zu fürchten iſt, ſo kann man $\pi' = \pi'' = \frac{1}{4}$ annehmen: (342. §.) alsdenn hat man $\pi = \frac{m-P}{m}\pi'$ für das erſte Ocular. Weil nun $m - P = 2m - \sqrt{2m(m-1)}$ gefunden iſt, ſo hat man $\pi = \pi'\left(2 - \sqrt{\frac{2m(m-1)}{m^2}}\right)$. Bey einer etwas anſehnlichen Vergröſſerung iſt alſo ſehr nahe $\pi = \pi'(2 - \sqrt{2})$. Wegen der nöthigen Hellig- keit kann aber dieſe Oefnung des erſten Oculars noch etwas gröſſer genommen werden.

Zum bequemern Gebrauch dieſer Formuln hat Hr. Euler die folgende Tafel berechnet, und im Tomo XVIII. der neuen Petersb. Commentarien 482. S. mitgetheilt, woraus ſie Hr. Klügel in der Anal. Dioptrik 201. S. ebenfalls genommen hat.

m	$\sqrt{2m(m-1)}$	P	n
10	13,416	3,416	$0{,}3784 + 1{,}1497 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
20	27,568	7,568	$0{,}1495 + 0{,}4813 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
30	41,713	11,713	$0{,}0927 + 0{,}3040 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
40	55,857	15,857	$0{,}0670 + 0{,}2221 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
50	70,000	20,000	$0{,}0525 + 0{,}1750 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
75	105,357	30,357	$0{,}0340 + 0{,}1143 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
100	140,712	40,712	$0{,}0252 + 0{,}0849 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
150	211,424	61,424	$0{,}0165 + 0{,}0560 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
200	282,135	82,135	$0{,}0123 + 0{,}0418 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
300	423,556	123,556	$0{,}0081 + 0{,}0277 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$
400	564,978	164,978	$0{,}0061 + 0{,}0207 \cdot \frac{1}{2}\vartheta$

Die allgemeine Formul für die Farbenzerſtreuung in der Axe $d\psi = \frac{dn}{n-1}$

$$\left(\frac{1}{p} + \frac{b^2}{p^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2 c^2}{p^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{b^2 c^2 d^2}{p^2 \beta^2 \gamma^2} \cdot \frac{1}{s}\right) \frac{p\beta\gamma x}{bcd},$$

wenn man $\frac{c^2}{\beta^2} = 1$, $b = q$, $\gamma = r$, $d = s$ ſetzt, verwandelt ſich in folgende

$$d\psi = \frac{dn}{n-1}\left(\frac{1}{p} + \frac{q}{p^2} + \frac{qq}{p^2 r} + \frac{qqs}{p^2 r^2}\right)\frac{prx}{qs}.$$

Weil nun $\frac{pr}{qs} = m$, $\frac{q}{p} = \frac{1}{\mathrm{P}}$, $\frac{q}{r} = \frac{1}{\vartheta}$,

ſo wird $d\psi = \frac{dn}{n-1}\left(1 + \frac{1}{\mathrm{P}} + \frac{1}{\mathrm{P}\vartheta} + \frac{1}{m\vartheta}\right)\frac{mx}{p}$.

Die Undeutlichkeit wegen der Farben, ſoweit ſie von den Ocularen herrührt, iſt immer in Vergleichung mit

mit derjenigen, welche das Objectiv allein verurſachet, nicht ſehr beträchtlich, wenn nur P etwas groß und $\vartheta > 1$ iſt.

Den Halbmeſſer der Undeutlichkeit wegen der Geſtalt, wenn eben die Vorausſetzungen angenommen werden, findet man

$$= \frac{m\mu x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'}{P} + \frac{\lambda''}{P\vartheta^3} + \frac{\lambda'''}{m\vartheta^3}\right). \text{ (302. §.)}$$

Wenn alle Gläſer von einerley Art und gleichſeitig ſind, ſo wird $\lambda = \lambda' = \lambda'' = \lambda''' = 1{,}60006$ für $n = 1{,}53$, weil von jedem eine Vereinigungsweite unendlich iſt. (290. §. n. 1. und 4.) Der Antheil, den das zweyte und dritte Ocular an dieſer Undeutlichkeit haben, kann beträchtlich werden, wenn $\vartheta < 1$ iſt. Iſt aber nur ϑ nicht kleiner als 1, ſo haben die Oculare nicht viel Antheil an dieſer Undeutlichkeit, und der gröſte Theil rührt vom Objectiv her. Daher kann man für eine gegebene Vergröſſerung die Brennweite des Objectivs, wenn es einfach iſt, noch ſo beſtimmen, als wenn nur ein Ocular, wie beym Sternrohr damit verbunden werden ſollte.

In einem ſolchen Erdfernrohr wird die Blendung 121
am beſten im Durchſchnitt O der Hauptſtrahlen mit Fig.
der Axe zwiſchen dem erſten und zweyten Ocular angebracht, in der Entfernung $BO = \frac{\pi q}{\pi - \varphi}$ vom erſten Ocular, oder $BO = \frac{(P+1)\,q}{P}$. Ihr Oefnungshalbmeſſer wird ſo groß gemacht, als der wegen der Helligkeit nöthige Oefnungshalbmeſſer des er-

ſten Oculars. Weil nemlich die von jedem Punct des Objects kommenden Strahlen durch die Brechung im erſten Ocular parallel werden, ſo iſt der Durchmeſſer des Strahlencylinders ſo groß als der wegen der Helligkeit nöthige Durchmeſſer des erſten Oculars, alſo $= \frac{2bx}{p}$ (217. §.) $= \frac{2x}{P}$.

Für $m = 50$ iſt $P = 20$, und $\eta = 0{,}14$, wenn $\vartheta = 1$ geſetzt wird. Erhält alsdenn das Objectiv 6 Fuß Brennweite, ſo ſind die Brennweiten des erſten Oculars 3,6 Zoll, des zweyten eben ſo groß, und des dritten 1,44 Zoll. Die Gläſer werden alle gleichſeitig, und die Brennweite eines jeden mit 1,06 multiplicirt giebt den dazu nöthigen Halbmeſſer. Die Entfernung des Objectivs vom erſten Ocular iſt 75,6 der Abſtand des erſten Oculars vom zweyten 10,08 Zoll, der Abſtand zwiſchen dem zweyten und dritten 5,04 Zoll, der Abſtand des Auges vom letzten Ocular 1,01 Zoll, alſo die ganze Länge des Rohrs 91,73 Zoll. Das halbe Geſichtsfeld faſſet 24′ 33″.

373. §.

Will man ein ſolches Fernrohr mit dem doppelten Objectiv verſehen, ſo ſetzt man die Brennweite $p = \Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll, da dann des gedoppelten Objectivs Brennweite $\frac{1}{2}\frac{1}{4}m$ Zolle ausmacht. Die Abmeſſungen der Linſen hat man aus dem 351 §. Weiter findet man $q = \frac{m}{2P}$ Zoll, $r = \frac{\vartheta m}{2P}$ Zoll, $s = \frac{1}{2}\vartheta$ Zoll. Wird alſo $s = \frac{1}{2}$ Zoll genommen, ſo iſt $\vartheta = 1$. Die Entfernung des Objectivs vom erſten

Ocular

Ocular iſt $\left(\frac{11}{24} + \frac{1}{2P}\right) m$ Zoll, des erſten Ocu- lars Abſtand vom zweyten $\frac{1}{2}\eta m$ Zoll, und des zweyten vom dritten $\frac{1}{2}\vartheta\left(\frac{m}{P} + 1\right)$ Zoll: der Abſtand des Auges $= \frac{1}{2}\vartheta\sqrt{\frac{m-1}{2m}}$.

Wenn $m = 50$ iſt, ſo wird des doppelten Objectivs Brennweite 22,92 Zoll, des erſten Oculars Brennweite = 1,25 Zoll. Wenn alsdenn des zweyten Brennweite auch = 1,25 Zoll angenommen wird, ſo iſt des dritten Brennweite = 0,5 Zoll. Die Entfernung des Objectivs vom erſten Ocular = 24,17 Zoll, des erſten Oculars vom zweyten = 3,5 Zoll, des zweyten Oculars vom dritten = 1,75 Zoll, der Abſtand des Auges 0,35 Zoll. Die ganze Länge des Rohrs bis ans Objectiv 26,27 Zoll.

Will man das dreyfache Objectiv wählen, ſo ſetzt man $p = \Pi = \frac{1}{4} m$ Zoll, und des dreyfachen Objectivs Brennweite iſt $\frac{10}{41} m$ Zoll. Die Brennweiten der Oculare ſind halb ſo groß, als vorhin, alſo für das dritte $s = \frac{1}{4}\vartheta$. Wird dieſe $\frac{1}{2}$ Zoll groß genommen, ſo iſt $\vartheta = 2$, und es wird $r = \frac{m}{2P}$. Der Abſtand des erſten Oculars vom Objectiv = $\left(\frac{10}{41} + \frac{1}{4P}\right) m$ Zoll, des zweyten vom erſten $\frac{1}{4}\eta m$ Zoll, des dritten vom zweyten $\left(\frac{m}{2P} + \frac{1}{2}\right)$ Zoll,

 die

die Entfernung des Auges $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m-1}{2m}}$ Zoll.

Wenn man $m = 50$ annimmt, ſo iſt $p' =$ 12,195 Zoll, $q = 0,625$ Zoll, $r = 1,25$ Zoll, $s = 0,5$ Zoll, der Abſtand des Objectivs vom erſten Ocular 12,82 Zoll, des zweyten Oculars vom erſten 2,84 Zoll, des dritten vom zweyten 1,75 Zoll, die Entfernung des Auges 0,35 Zoll, die Länge des Fernrohrs bis ans Objectiv 17,76 Zoll.

374. §.

Die Abſicht, daß das Erdfernrohr die dadurch betrachteten Sachen aufrecht vorſtelle, lieſſe ſich ſchon erreichen, wenn man zwey convexe Ocularglåſer mit dem Objectiv verbinden wollte. Dieſe můſten vőllig ſo geſtellet ſeyn, wie die 113. und 114. Figur die Stellung der Augenglåſer QQ, RR vorſtellen. Wenn nemlich das vom Objectiv verurſachte Bild in F befindlich iſt, und ſich von demſelben die Strahlen über das erſte Ocular in QQ verbreiten, wenn durch die Brechung in dieſem Glaſe QQ ein neues Bild in G zuwege gebracht wird, das ſeine Strahlen über dem zweyten Ocular RR verbreitet: ſo kann das Glas RR um ſeine Brennweite vom Bilde G entfernt ſeyn, damit die Strahlen nach der Brechung in RR wieder in die parallele Lage kommen. In O′ muß alsdenn das Auge ſtehen, wo es den Hauptſtrahl AQRO′ in einer ſolchen Lage empfångt, als kåme er von einer Stelle oberhalb der Axe her. Die allgemeinen Gleichungen, welche im 359. und im 365. §. bey der Verbindung zweyer Oculare mit dem Objectiv die geſuchte Anordnung zu finden dienten, můſte man

bey

bey der beſchriebenen Stellung der Gläſer ebenfalls anwenden. Weil dieſe nun völlig ſo bliebe, wie ſie bey Entwickelung der allgemeinen Formuln iſt vorausgeſetzt worden, und weil überdem die Brennweiten der Gläſer alle poſitiv bleiben müſten; ſo würde gar keine von den Vereinigungsweiten eine ſolche Lage erhalten, die der bey Aufſuchung der allgemeinen Formuln zum Grunde gelegten entgegen geſetzt wäre. Auch die Halbmeſſer der Oculare BQ, CR, (114. Fig.) welche der vom Rande des Objects kommende Geſichtsſtrahl beſtimmt, würden die im 222. §. angenommene Lage behalten: eben darum könnte auch keine von den Zahlen π oder π' negativ werden.

Aber eben um deßwillen könnte bey einer ſolchen Anordnung des Fernrohrs der farbichte Rand nicht gehoben werden. Denn es müſte dem 282. §. gemäß $\frac{\pi\beta}{c} + \pi' = 0$ werden, welches unmöglich wird, weil keine von den Linien β oder c, auch keine von den Zahlen π, π', negativ ſeyn ſoll. Für das Geſichtsfeld wäre $\phi = \frac{\pi' - \pi}{m - 1}$, und daſſelbe würde nur klein ausfallen, wenn nicht die Zahl π gegen π' ziemlich klein iſt. Selbſt die Zahl π', auch wenn das Ocular gleichſeitig iſt, könnte nicht gröſſer, als $\frac{1}{4}$ ſeyn, alſo müſte π beträchtlich kleiner als $\frac{1}{4}$ ausfallen. Weil nun $\pi q = x'$ auch wegen der nöthigen Helligkeit ſo gar klein nicht ſeyn kann, ſo müſte q deſto gröſſer werden, je mehr man am Geſichtsfelde gewinnen wollte. Hiemit würden zugleich die Vereinigungsweiten BF $= b$, und BG $= \beta$ deſto gröſſer aus-

ausfallen, deren Summe FG nicht kleiner als $4q$ werden kann, welches der Fall iſt, wenn $b = 2q$ angenommen wird: mithin würde auch die Länge des ganzen Fernrohrs um ein beträchtliches gröſſer werden, als die Brennweite des Objectivs. Wegen aller dieſer Mängel hat eine ſolche Anordnung für das Erdfernrohr keinen Beyfall gefunden, und **Huygen** (Dioptr. Prop. 52.) hat ihre Fehler ſchon eingeſehen. M. ſ. auch H. Klügels **Analytiſche Dioptrik** 2. Th. 6. Abſch. 464. §. 197. S.

375. §.

143 Fig. Anſtatt dieſer Anordnung iſt aber für das Erdfernrohr mit dreyen Augengläſern noch diejenige merkwürdig, wobey die im Objectiv PP gebrochenen Strahlen von ihrer Vereinigung vom erſten Ocular QQ aufgefangen, und ſo gebrochen werden, daß das erſte wirkliche Bild in G zwiſchen dem erſten und zweyten Ocular und hiernächſt das zweyte wirkliche Bild zwiſchen dem zweyten und dritten Ocular in H zu Stande kommt. Das erſte vom Objectiv verurſachte Bild würde in F fallen. Der Hauptſtrahl eAQRS muß beym Durchgang durch das zweyte Ocular nach der Brechung in die Lage kommen, daß er das dritte Ocular in S oberhalb der Axe treffe, damit der Winkel DO″S oberhalb der Axe liege. Dieſemnach wird die Vereinigungsweite BF $= b$ negativ, und weil nach der 114 Figur der Halbmeſſer DS ſo wie der Winkel DO″S unterhalb der Axe liegen ſollte, ſo werden die Zahlen m und π'' ebenfalls negativ. Dieſes ſo angeordnete Fernrohr ſoll hinführo **das Erdfernrohr der zweyten Art** heiſſen.

376. §.

376. §.

Für das Erdfernrohr der zweyten Art mit dreyen erhabenen Augengläſern eine vortheilhafte Anordnung zu finden, wobey auch der farbichte Rand gehoben wird.

Aufl. Eben dieſelben allgemeinen Grundgleichungen, welche im 372 §. gebraucht ſind, finden auch bey dieſer Aufgabe ihre Anwendung. Wenn man die nöthige Veränderung vornimmt, welche die negativen Werthe von b, m, π'' erfodern, ſo ſind es folgende:

1.) $\pi + \frac{\pi' c}{\beta} - \frac{\pi'' cd}{\beta\gamma} = 0$, 2.) $\varphi = \frac{\pi'' + \pi' - \pi}{m - 1}$,

3.) $m = -\frac{p\beta\gamma}{bcs}$, 4.) $\pi q = (p - b)\,\varphi$,

5.) $\pi' v = -\left(\frac{p\beta}{b} + c\right)\varphi + \pi c$, 6.) $\beta = \frac{bq}{b+q}$,

7.) $\gamma = \frac{cr}{c - r}$, und es iſt $AB = p - b$. Man ſetze $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\frac{\gamma}{d} = R$, ſo iſt nun die abſolute Zahl $m = P . Q . R$. Wenn der Hauptſtrahl eAQ nach der Brechung im erſten Augenglaſe QQ das zweyte unterhalb der Axe ſchnitte, ſo wäre π' negativ, und das würde das Geſichtsfeld vermindern, welches ohnehin wegen der Zahl π ſchon eine Verminderung leidet. Ließe der Hauptſtrahl mitten durch das zweyte Augenglas, wie es die 143 Figur vor-

vorſtellet, ſo wäre $\pi' = 0$, und dieſer Fall iſt um deßwillen merkwürdig, weil der Strahl alsdenn ſo gut als ungebrochen durch das Glas durchgehet, und eben darum keiner merklichen Abweichung unterworfen iſt. Das Glas bedarf in eben dem Fall keiner gröſſern Oefnung, als wegen der Helligkeit nöthig iſt, und die Bedekung deſſelben dient zugleich ſtatt einer Blendung, alles unordentliche Licht abzuhalten. Demnach ſey $\pi' = 0$, und $\pi = \zeta\pi''$, ſo iſt

1.) $\zeta = \frac{1}{Q.R} = \frac{P}{m}$, 2.) $\varphi = \frac{(1-\zeta)\pi''}{m-1}$,

3.) $m = P.Q.R$, 4.) $\zeta\pi''q = b\,(P-1)\,\varphi$, 5.) $(P.Q+1)\,\varphi = \zeta\pi''$. Aus den Gleichungen n. 4. und n. 5. folgt $(P.Q+1)\,q = b\,(P-1)$, alſo $(P.Q+1)\,q = (P-1).\frac{p}{P}$, und $q = \frac{(P-1)\,p}{P\,(P.Q+1)}$. Ferner dividire man die Gleichung n. 5. mit n. 2, ſo wird $P.Q+1 = \frac{(m-1)\,\zeta}{1-\zeta}$. Weil nun vermöge n. 1. die Zahl $\zeta = \frac{P}{m}$ ſeyn muß, ſo wird $P.Q+1 = \frac{(m-1)\,P}{m-P}$, und man findet $m\,(PQ-P+1) = P^2.Q$.

Das erſte wirkliche Bild G erhält ſeine Stelle am beſten grade in der Mitte zwiſchen den beyden erſten Oculargläſern, da dann $\beta = c$, alſo $Q = 1$ wird. Wenn es dem Glaſe C näher als dem Glaſe B liegen ſollte, ſo müſte entweder das zweyte Ocular eine

eine ſehr kurze Brennweite haben, oder es müſte vom erſten Ocular ziemlich weit weggerückt werden, damit nicht CH zu groß ausfalle. Wollte man das Bild dem erſten Ocular näher bringen, als dem zweyten, ſo müſte man die Brennweite des erſten Oculars um deſto kürzer machen, alſo die Farbenzerſtreuung und Abweichung wegen der Geſtalt vermehren. Auch würde dabey die wegen der Helligkeit nöthige Oefnung des zweyten Oculars ziemlich groß ausfallen, da es doch die Abſicht iſt, demſelben eine möglichſt kleine Oefnung zu geben, damit es zugleich als Blendung diene.

Demnach ſey $Q = 1$, ſo giebt die zuletzt gefundene Gleichung $P^2 = m$, oder $P = \sqrt{m}$: mithin auch $R = \sqrt{m}$, und $\zeta = \frac{1}{\sqrt{m}}$. Ferner wird $\varphi = \frac{(\sqrt{m} - 1)\,\pi''}{(m-1)\sqrt{m}}$, und $m - 1 = (\sqrt{m} + 1)(\sqrt{m} - 1)$, alſo $\varphi = \frac{\pi''}{m + \sqrt{m}}$. Für das erſte Ocular iſt $b = \frac{p}{\sqrt{m}}$, $q = \frac{(P-1)\,p}{(P+1)\,P} = \frac{(\sqrt{m} - 1)\,p}{(m + \sqrt{m})}$; überdem $b + q = \frac{2p\sqrt{m}}{(m + \sqrt{m})}$, und $\frac{b}{b+q} = \frac{m + \sqrt{m}}{2m}$, alſo vermöge n. 6 $\beta = \frac{(\sqrt{m} - 1)\,p}{2m}$. Für das zweyte Ocular iſt $c = \beta =$

$(\sqrt{m} -$

$\frac{(\sqrt{m}-1)p}{2m}$, aber die Brennweite r iſt noch unbeſtimmt. Aus den Vereinigungsweiten c und γ hat man $r = \frac{c\gamma}{c+\gamma}$; (216. §.) es ſey alſo $\gamma = \vartheta . c$, ſo iſt $\gamma = \frac{(\sqrt{m}-1)\vartheta p}{2m}$, und $r = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} . \frac{\sqrt{m}-1}{2m} . p$. Für das dritte Ocular hat man $s = d = \frac{\gamma}{R}$, alſo $s = \frac{\sqrt{m}-1}{2m\sqrt{m}}\vartheta p$, und die Entfernung des Auges $DO'' = \frac{\pi'' s}{m\varphi}$. Es war aber $\frac{\pi''}{\varphi} = \frac{(m-1)\sqrt{m}}{\sqrt{m}-1}$, und $\frac{s}{m} = \frac{\sqrt{m}-1}{2m^2\sqrt{m}}\vartheta p$, alſo wird $DO'' = \frac{m-1}{2m^2}\vartheta p$, und die ganze Länge des Rohrs iſt $p - b + \beta + c + \gamma + s = \frac{m-1}{m}\left(1 + \frac{\vartheta}{2\sqrt{m}}\right)p$.

Für das erſte Augenglas iſt das Oefnungsmaaß $\pi = \zeta\pi'' = \frac{\pi''}{\sqrt{m}}$, und der Oefnungshalbmeſſer wegen des Geſichtsfeldes $\pi q = \frac{\pi''(\sqrt{m}-1)p}{(m+\sqrt{m})\sqrt{m}}$, oder $\pi q = \frac{\pi''(\sqrt{m}-1)p}{m(\sqrt{m}+1)}$. Wegen der Helligkeit iſt

der

der Oefnungshalbmeſſer $= \frac{bx}{p}$, und $x = my$, $\frac{b}{p}$ $= \frac{1}{P} = \frac{1}{\sqrt{m}}$, alſo eben der Halbmeſſer $= y\sqrt{m}$. Wegen der nöthigen Helligkeit wird des zweyten Oculars Oefnungshalbmeſſer ebenfalls $= y\sqrt{m}$. Für das dritte Ocular muß π'' nicht gröſſer als $\frac{1}{4}$ ſeyn.

377. §.

Des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = \frac{\pi''}{m + \sqrt{m}}$ fällt kleiner aus, als beym Sternrohr mit einem Ocular, wo $\varphi = \frac{\pi}{m+1}$ war, auch π dem hieſigen π'' gleich genommen werden könnte. Man kann aber das Geſichtsfeld dadurch verdoppeln, daß man noch das vierte Ocular in E als das zweyte nach dem zweyten wirklichen Bilde in H mit den vorigen dreyen Ocularen verbindet. Nun müſſen die von einerley Punct des Gegenſtandes kommenden Strahlen durch die Brechung im dritten Ocular SS noch nicht parallel werden, ſondern auseinander fahrend, ſo daß auſſer der Entfernung BF $= b$ auch die Vereinigungsweite DI $= \delta$ negativ wird, EK $= \varepsilon$ aber unendlich groß. Von den Oefnungsmaſſen bleiben π poſitiv, $\pi' = 0$, π'' negativ, und π''' iſt poſitiv. Uebrigens muß man den folgenden Grundgleichungen ein Genüge leiſten, womit die Veränderungen ſchon vorgenommen ſind, welche jene Vorausſetzungen erfodern.

144 Fig.

1.) $m = \frac{p\beta\gamma\delta}{bcde}$, 2.) $\pi q = (p - b)\varphi$,

3.) $\pi c = \left(\frac{p\beta}{b} + c\right)\varphi$,

4.) $\pi'' s = -\left(d - \frac{p\beta\gamma}{bc}\right)\varphi + \pi d$,

5.) $\varphi = \frac{\pi''' + \pi'' - \pi}{m - 1}$,

6.) $\pi - \pi'' \cdot \frac{cd}{\beta\gamma} - \pi''' \cdot \frac{cde}{\beta\gamma\delta}$.

Es ſey $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\frac{\gamma}{d} = R$, $\frac{\delta}{e} = S$, der abſolute Werth der Zahl $\pi'' = \pi'''$, und $\pi = \zeta\pi'''$, da dann ζ ein ächter Bruch iſt. Hiemit verwandeln ſich die Gleichungen in folgende:

1.) $m = PQRS$, 2.) $\zeta\pi''' q = \frac{(P - 1)p}{P}\varphi$,

3.) $\zeta\pi''' = (P \cdot Q + 1)\varphi$,

4.) $\frac{\pi''' s}{d} = (P \cdot Q \cdot R - 1)\varphi + \zeta\pi'''$,

5.) $\varphi = \frac{(2 - \zeta)\pi'''}{m - 1}$, 6.) $\zeta - \frac{1}{Q.R} - \frac{1}{Q.R.S} = 0$,

da dann auch $\frac{1}{Q.R.S} = \frac{P}{m}$ iſt.

Bey dieſer Anordnung, wenn das vierte Ocular, als das zweyte nach dem zweyten Bilde hinzu kommt, kann φ doppelt ſo groß werden, als wenn nur drey Oculare,

Oculare, ſo wie es dem 376. §. gemäß iſt, gebraucht werden, woſelbſt $\varphi = \frac{2\pi''}{m + \sqrt{m}}$ gefunden ward. Man würde hier π''' ſo groß nehmen, als dorten π'', alſo ſey $\frac{2 - \zeta}{m - 1} = \frac{2}{m + \sqrt{m}}$, ſo findet man $2\sqrt{m} - \zeta(m + \sqrt{m}) = -2$, und $\zeta(m + \sqrt{m}) = 2(1 + \sqrt{m})$; mithin $\zeta = \frac{2}{\sqrt{m}}$ ebenfalls doppelt ſo groß, als im 376. §., und $\varphi = \frac{2\pi'''}{m + \sqrt{m}}$.

Aus der Gleichung num. 3. wird $\frac{2}{\sqrt{m}} = (P.Q + 1) . \frac{2}{m + \sqrt{m}}$, alſo $P.Q + 1 = \frac{m + \sqrt{m}}{\sqrt{m}}$, oder $P.Q = \sqrt{m}$. Die Gleichung n. 6. aber giebt $\frac{2}{\sqrt{m}} = \frac{1}{Q.R} + \frac{P}{m}$, alſo $2Q.R = \sqrt{m} + \frac{P.Q.R}{\sqrt{m}}$, oder $2Q.R = \sqrt{m} + R$, und das giebt $(2Q - 1)R = \sqrt{m}$. Noch iſt $EI > DI$, oder $e > \delta$, alſo $S < 1$. Ferner iſt $P.Q = \sqrt{m}$, alſo auch $R.S = \sqrt{m}$, mithin $R > \sqrt{m}$, und $2Q - 1 < 1$, oder $Q < 1$. Weil übrigens $R = \frac{\sqrt{m}}{2Q - 1}$ poſitiv bleiben ſoll, ſo muß zugleich $2Q > 1$ ſeyn, alſo fällt Q zwiſchen 1 und $\frac{1}{2}$, ſo wie P zwiſchen $\sqrt{m}$ und $2\sqrt{m}$.

 I.) Man

I.) Man nehme für P den mittlern Werth $P = \frac{3}{2}\sqrt{m}$, ſo wird $Q = \frac{2}{3}$, $R = 3\sqrt{m}$, und $S = \frac{1}{3}$.

Hiemit ſind nun folgende Gröſſen beſtimmt. Es iſt $b = \frac{1}{P}p = \frac{2}{3\sqrt{m}}p$, und wenn in der Gleichung n. 2. der Werth von φ ſubſtituirt, auch überdem $\frac{P-1}{P} = \frac{3\sqrt{m}-2}{3\sqrt{m}}$, $\zeta = \frac{2}{\sqrt{m}}$ geſetzt wird, ſo erhält man $\frac{2q}{\sqrt{m}} = \frac{2(3\sqrt{m}-2)}{3\sqrt{m}(m+\sqrt{m}}p$, alſo $q = \frac{3\sqrt{m}-2}{3(\sqrt{m}+1)\sqrt{m}}p$. Weil überdem hier $\beta = \frac{bq}{b+q}$ iſt, ſo findet man $\beta = \frac{2(3\sqrt{m}-2)}{15m}p$.

Weiter iſt $c = \frac{\beta}{Q} = \frac{3\sqrt{m}-2}{5m}p$, und wenn $\gamma = \vartheta c$ geſetzt wird, auch $\gamma = \frac{\vartheta(3\sqrt{m}-2)}{5m}p$, $r = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{3\sqrt{m}-2}{5m} \cdot p$. Für das dritte Ocular iſt $d = \frac{\gamma}{R}$, alſo $d = \frac{\vartheta(3\sqrt{m}-2)}{15m\sqrt{m}}p$, und überdem vermöge n. 4. $\frac{s}{d} = (3m-1) \cdot \frac{2}{m+\sqrt{m}} + \frac{2}{\sqrt{m}}$, oder $\frac{s}{d} = \frac{2(3\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1}$, alſo findet man

$s = \frac{2\vartheta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15(\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}p$, und daraus ferner $\delta = \frac{sd}{d-s}$ oder

$\delta = -\frac{2\vartheta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}p$. Für das vierte Ocular iſt $e = \frac{\delta}{S}$, woſelbſt der poſitive Werth von δ gebraucht wird: alſo iſt auch des vierten Oculars Brennweite $t = e = \frac{2\vartheta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{5(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}p$. Endlich iſt noch die Entfernung des Auges $EO''' = \frac{\pi''' t}{m\varphi} = \frac{m+\sqrt{m}}{2m}t$. Die Brennweite t des letzten Ocularglaſes kann willkührlich angenommen werden, ſo iſt dadurch zugleich ϑ beſtimmt, ſobald auch p bekannt iſt. Weiter iſt für das erſte Ocular das Oefnungsmaaß $\pi = \zeta\pi''' = \frac{2\pi'''}{\sqrt{m}}$, der wegen der Helligkeit nöthige Halbmeſſer $\frac{bx}{p} = \frac{2x}{3\sqrt{m}}$, oder eben der Halbmeſſer $= \frac{2}{3}y\sqrt{m}$, weil $x = my$ geſetzt wird. Damit die Helligkeit über dem ganzen Geſichtsfelde gleich groß ſey, macht man den Oefnungshalbmeſſer des Oculars ſo groß, als die Summe der Halbmeſſer wegen des Geſichtsfeldes, und der Helligkeit zu-

 ſam-

ſammen, alſo hier $= \frac{2\pi'''q}{\sqrt{m}} + \frac{2}{3}y\sqrt{m}$. Für das zweyte Ocular iſt wegen der Helligkeit der Halbmeſſer $\frac{bcx}{p\beta} = \frac{x}{P.Q} = \frac{x}{\sqrt{m}} = y\sqrt{m}$. Die Oefnungsmaaſſe der übrigen beyden Oculare macht man ſo groß, als es ohne Nachtheil der Deutlichkeit geſchehen kann.

II.) Dieſe Auflöſung hängt von der Beſtimmung der Zahlen P, Q, R, S, ab, ſo wie ſie auch H. Euler bey dieſer Aufgabe annimmt. (Dioptr. T. II. §. 357.) Wenn man für Q die Mitte der dafür gefundenen Gränzen annimmt, und $Q = \frac{3}{4}$ ſetzt, ſo iſt $P = \frac{4}{3}\sqrt{m}$, $R = 2\sqrt{m}$, $S = \frac{1}{2}$, und das giebt eine andre Auflöſung, welche Herr Klügel beyfügt. (Analyt. Dioptrik 484. §. 214. S.) Man findet alsdenn

für das erſte Ocular $b = \frac{3p}{4\sqrt{m}}$,

$$q = \frac{4\sqrt{m} - 3}{4(m + \sqrt{m})}p, \quad \beta = \frac{3(4\sqrt{m} - 3)}{28m}p;$$

die halbe Oefnung wegen des Geſichtsfeldes $\pi q = \frac{2\pi'''q}{\sqrt{m}}$, und wegen der Helligkeit $\frac{x}{P} = \frac{3x}{4\sqrt{m}}$, beyder Summe alſo $= \frac{8\pi'''q + 3x}{\sqrt{m}}$ giebt den nöthigen Oefnungshalbmeſſer.

Für das zweyte Ocular iſt $c = \frac{4\sqrt{m} - 3}{7m}p$,

$\gamma =$

$\gamma = \vartheta c = \frac{\vartheta(4\sqrt{m}-3)}{7m}p, \; r = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{4\sqrt{m}-3}{7m}p,$

und der Oefnungshalbmeſſer bleibt wie vorhin $\frac{x}{\sqrt{m}}$.

Für das dritte Ocular hat man $d = \frac{\vartheta(4\sqrt{m}-3)}{14m\sqrt{m}}p, \; s = \frac{\vartheta(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7m(\sqrt{m}+1)\sqrt{m}}p,$

$\delta = -\frac{\vartheta(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7m(3\sqrt{m}+1)\sqrt{m}}p;$

für das vierte Ocular wird

$e = t = \frac{2\vartheta(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7m(3\sqrt{m}+1)\sqrt{m}}p,$ die Entfernung des Auges $= \frac{\pi''' t}{m\varphi}$.

In dem Fall, wenn m eine beträchtlich groſſe Zahl iſt, hat man beynahe $q = \frac{p}{\sqrt{m}}, \; r = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{4p}{7\sqrt{m}}, \; s = \frac{8\vartheta p}{7m}, \; t = \frac{16\vartheta p}{21m}$, die Entfernung des Auges $= \frac{8\vartheta}{7m}$, und die ganze Länge des Rohrs $= \left(1 + \frac{1}{4\sqrt{m}} + \frac{4\vartheta}{7\sqrt{m}}\right)\alpha$.

378. §.

Aus dem 271. §. findet man für fünf Gläſer, wenn alle aus einerley Glasart beſtehen, und die hier

 ange-

angenommenen Werthe $\frac{b}{p} = \frac{1}{P}$, $\frac{c}{\beta} = \frac{1}{Q}$, u. ſ. f. gebraucht werden, die Winkelabweichung wegen der Farbenzerſtreuung in der Axe

$$d\psi = \left(1 + \frac{1}{P^2} \cdot \frac{p}{q} + \frac{1}{P^2 . Q^2} \cdot \frac{p}{r} + \frac{1}{P^2 Q^2 R^2} \cdot \frac{p}{s} + \frac{p}{m^2 t}\right) \frac{mx}{p} \cdot \frac{dn}{n-1}.$$

Werden alsdenn die Werthe aus der zweyten Auflöſung im vor. §. gebraucht, ſo erhält man

$$d\psi = \left(1 + \frac{9}{16m} \cdot \frac{p}{q} + \frac{1}{m} \cdot \frac{p}{r} + \frac{1}{4m^2} \cdot \frac{p}{s} + \frac{1}{m^2} \cdot \frac{p}{t}\right) \frac{mx}{p} \cdot \frac{dn}{n-1}.$$

Aus dieſer Formul ergiebt ſich, daß das zweyte Ocular an dieſer Abweichung einen beträchtlichen Antheil habe. Braucht man die für beträchtlich groſſe m gefundenen Brennweiten, ſo wird

$$d\psi = \left(1 + \frac{9}{16\sqrt{m}} + \frac{1+\vartheta}{\vartheta} \cdot \frac{7}{4\sqrt{m}} + \frac{7}{32\vartheta m} + \frac{21}{16\vartheta m}\right) \frac{mx}{p} \cdot \frac{dn}{n-1};$$

und wenn $m = 49$, $\vartheta = 1$ iſt, ſo giebt das den vom zweyten Ocular herrührenden Antheil halb ſo groß, als denjenigen, welcher vom Objectiv herrühret. Für kleinere Vergröſſerungen iſt dieſer Antheil des zweyten Oculars an der Farbenzerſtreuung noch gröſſer: um deßwillen muß das Objectiv, wenn es einfach

einfach iſt, beträchtlich länger genommen werden, als es bey gleicher Vergröſſerung zu einem Sternrohr, oder zu einem Erdrohr der erſten Art erfordert würde.

Der Halbmeſſer der Undeutlichkeit wegen der Geſtalt iſt nach dem 302. §. für alle fünf Gläſer

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3}\left\{\begin{array}{l}\lambda + \frac{b^2}{pq}\left(\lambda' \cdot \frac{b^2}{q^2} + \nu \cdot \frac{b}{\beta}\right) \\ + \frac{c^2}{pr}\left(\lambda'' \cdot \frac{c^2}{r^2} + \nu \cdot \frac{c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4} \\ + \frac{d^2}{ps}\left(\lambda''' \cdot \frac{d^2}{s^2} + \nu \cdot \frac{d}{\delta}\right)\frac{b^4 c^4}{\beta^4 \gamma^4} \\ + \frac{t}{p} \cdot \frac{b^4 c^4 d^4}{\beta^4 \gamma^4 \delta^4}\lambda''''. \end{array}\right.$$

Nimmt man nach der zweyten Auflöſung im vorigen §. die für groſſe m geltenden Werthe, ſo hat man

$$\frac{b}{p} = -\frac{3}{4\sqrt{m}},\quad \frac{b}{q} = -\tfrac{3}{4},\quad \frac{b}{\beta} = -\tfrac{7}{4},$$

$$\frac{c}{p} = \frac{4}{7\sqrt{m}},\ \frac{c}{r} = \frac{1+\vartheta}{\vartheta},\ \frac{c}{\gamma} = \frac{1}{\vartheta},\ \frac{d}{p} = \frac{2\vartheta}{7m},$$

$$\frac{d}{s} = \tfrac{1}{4},\quad \frac{d}{\delta} = -\tfrac{3}{4},\quad \frac{t}{p} = \frac{16\vartheta}{21m}.$$ Demnach iſt die Abweichung, welche das erſte und die beyden letzten Oculare verurſachen, nur gering, da überdem noch ein Stück davon negativ wird: dagegen verurſacht das zweyte Ocular eine beträchtliche Abweichung, weil $\frac{c}{r}$ gröſſer als 1 iſt, und der

Factor $\frac{b^4}{\beta^4}$ bey der angenommenen Vorausſetzung faſt $= 10$ wird.

Man muß alſo beym einfachen Objectiv die Anordnung ſo machen, daß $\lambda'' = 1$ wird, damit die Abweichung für das zweyte Ocular den kleinſten Werth bekomme. Wenn alsdenn f und g die Halbmeſſer der vordern und hintern Fläche bezeichnen, ſo iſt aus dem 291. §., $\frac{1}{f} = \frac{\varrho}{c} + \frac{\sigma}{\gamma}$, und $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\gamma} + \frac{\sigma}{c}$, alſo $f = \frac{\vartheta}{\vartheta\varrho + \sigma} \cdot c$, $g = \frac{\vartheta}{\varrho + \vartheta\sigma} c$; oder $f = \frac{1 + \vartheta}{\vartheta\varrho + \sigma} r$, und $g = \frac{1 + \vartheta}{\vartheta\sigma + \varrho} r$. Für $n = 1{,}55$, iſt alsdenn $\varrho = 0{,}1908$, $\sigma = 1{,}6274$.

Um die vom erſten Ocular herrührende Abweichung ebenfalls möglichſt zu vermindern, kann man auch $\lambda' = 1$ ſetzen, und nun f, g, die zu dieſem Ocular gehörigen Halbmeſſer bezeichnen laſſen. Alsdenn iſt $\frac{1}{f} = \frac{\varrho}{b} + \frac{\sigma}{\beta}$, und $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\beta} + \frac{\sigma}{b}$. Weil nun $b = -\frac{3}{4}q$, $\beta = -\frac{7}{4}b, = \frac{3}{7}q$ iſt, ſo wird $f = \frac{3q}{7\sigma - 4\varrho} = \frac{q}{3{,}54}$, und $g = \frac{3q}{7\varrho - 4\sigma} = -\frac{q}{1{,}72}$, daß alſo das Glas ein Meniſcus wird.

Weil

Weil aber der vordere Halbmeſſer zu klein werden mögte, ſo verwandle man das Glas in ein planconvexes, deſſen vorderer Halbmeſſer aus der Gleichung $f = (n - 1)\, q$ alſo $= 0{,}55 \cdot q$ gefunden wird. Nach dem 290. §. wäre nun $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\beta} + \frac{\sigma}{b} \mp \frac{\tau\sqrt{\lambda' - 1}}{q}$, und hier ſoll $g = \infty$ ſeyn. Das giebt

$$\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = \left(\frac{\varrho}{\beta} + \frac{\sigma}{b}\right) q = \tfrac{7}{5}\varrho - \tfrac{4}{5}\sigma =$$

$- 1{,}7247$, alſo $\lambda' = 4{,}6308$, weswegen es doch wohl beſſer ſeyn mögte, den Meniſcus zu wählen, wiewohl er weniger convex ſeyn könnte, als nach den vorhin gefundenen Maaſſen, wenn er nur die richtige Brennweite behält.

379. §.

Um deſto beſſer aus einem Exempel abzunehmen, wie man ſich bey der ganzen Berechnung verhalten müſſe, ſey $m = 36$, ſo wird nach der zweyten Auflöſung die Brennweite des letzten Oculars $t = \frac{13\vartheta p}{6 \cdot 6 \cdot 19}$. Man nehme $t = 2$ Zoll an, ſo erhält man $13\,\vartheta p = 72 \cdot 19$. Mit Weglaſſung der beyden letzten nicht ſehr beträchtlichen Stücke iſt $d\psi = \left(1 + \frac{1}{8} + \frac{1 + \vartheta}{3\vartheta}\right) \frac{mx}{p} \cdot \frac{dn}{n - 1}$; wenn aber nach Huygen für ein Sternrohr, das 36mahl vergrößert, ein Objectiv von 36 Zoll erfodert wird, ſo iſt für dies Stern-

Sternrohr $d\psi = \frac{mx}{36} \cdot \frac{dn}{n-1}$ mit Weglaſſung des vom Ocular herrührenden Antheils. Damit beyde $d\psi$ gleich groß werden, ſetze man $1 + \frac{1}{8} + \frac{1+\vartheta}{3\vartheta} = \frac{p}{36}$, ſo wird $24\vartheta + 3\vartheta + 8 + 8\vartheta = \frac{2}{3}\vartheta p$, alſo $105\vartheta + 24 = 2\vartheta p$. Vorhin war $13\vartheta p = 72 \cdot 19$, alſo $2\vartheta p = \frac{144 \cdot 19}{3}$, und man erhält $105\vartheta + 24 = \frac{144 \cdot 19}{13}$, woraus $\vartheta = \frac{2424}{1365}$, oder beynahe $\vartheta = 2$ gefunden wird. Wird $\vartheta = 2$ geſetzt, ſo giebt das $p = 58\frac{1}{2}$ Zoll, und $t = \frac{1521}{684}$ etwas über 2 Zoll.

Will man mit einer etwas geringern Deutlichkeit zufrieden ſeyn, ſo kann man $p = 48$ Zoll, und $t = 2$ Zoll nehmen, das giebt $\vartheta = \frac{57}{26}$ oder $2\frac{1}{5}$. Alsdenn hat man nach der zweyten Auflöſung die Brennweiten der Oculare

$q = 6$ Zoll, $r = 2{,}75$ Zoll, $s = 2{,}71$ Zoll $t = 2$ Zoll, und die Vereinigungsweiten $b = -6$ Zoll, $c = 4$ Zoll, $d = 073$ Zoll, $e = 2$ Zoll, $\beta = 3$ Zoll, $\gamma = 8{,}77$ Zoll, $\delta = -1$ Zoll, $e = \infty$.

Die Entfernungen der Gläſer ſind in Zollen AB = 42, BC = 7, CD = 9,5, DE = 1 Zoll, die Entfernung des Auges 1,17 Zoll, oder 14 Linien. Die Länge des Rohrs wird 60,67 Zoll.

Das Objectiv wird gleichſeitig, und jeder Halbmeſſer = 56,88 Zoll. Das erſte Ocular iſt entweder

der planconvex, ſo daß die convexe Seite dem Object zugekehrt iſt, und ihr Halbmeſſer 3,18 Zoll beträgt, oder es wird ein Meniſcus von beliebiger Figur, nur ſo daß das Glas die nöthige Oefnung vertragen könne.

Das zweyte Ocular wird convex, und erhält zum Halbmeſſer der Vorderfläche 4,04 Zoll, zum Halbmeſſer der Hinterfläche 2,27 Zoll, ſo wird für dies Glas die Abweichung wegen der Geſtalt am kleinſten.

Die beyden andern Oculare werden wegen des Geſichtsfeldes gleichſeitig, und zum dritten Ocular gehört ein Halbmeſſer von 2,87 Zoll, zum vierten von 2,12 Zoll.

Die Oefnung des Objectivs wird im Durchmeſſer $\frac{36}{25}$ oder 1,44 Zoll, die Oefnung des erſten Oculars 1,18 Zoll, des zweyten 0,24 Zoll, des dritten 1,35 Zoll, des vierten 1 Zoll, wenn $\pi''' = \frac{1}{4}$ iſt. Des Geſichtsfeldes Durchmeſſer iſt 82 Minuten.

Eine Blendung an der Stelle des erſten wirklichen Bildes muß über 1,13 Zoll, und an der Stelle des zweyten wirklichen Bildes über 2,49 Zoll groß ſeyn, wenn auſſer den Hauptſtrahlen vom Rande des Geſichtsfeldes noch mehrere der Helligkeit wegen durchgehen ſollen. Am beſten iſt es, wenn die beyden letzten Oculare für ſich allein beweglich bleiben, und die beyden erſten ihre Stelle unveränderlich behalten.

380. §.

Man kann das Geſichtsfeld durch Beyfügung 145
eines dritten Oculars nach dem zweyten wirklichen Fig.
Bilde

Bilde noch mehr vergröſſern, wenn die Anordnung ſo iſt, wie ſie die 145 Figur vorſtellet. Bis zum dritten Ocular bleibt die Anordnung in der Hauptſache die vorige, weßwegen b negativ bleibt, auch werden die beyden Vereinigungsweiten EI $= \delta$, FK $= \varepsilon$ negativ. Von den Oefnungsmaſſen ſind π poſitiv, $\pi' = 0$, π'' negativ, π''' poſitiv, und π'''' wieder negativ: übrigens ſind alle Gläſer Sammlungsgläſer, und man hat die folgenden allgemeinen Gleichungen.

$$1.)\ m = \frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcdef}, \qquad 2.)\ \pi q = (p + b)\,\varphi,$$

$$3.)\ \pi' q = \left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c,$$

$$4.)\ \pi'' s = \left(\frac{p\beta\gamma}{bc} + d\right)\varphi - \pi d,$$

$$5.)\ \pi''' t = \left(\frac{p\beta\gamma\delta}{bcd} - e\right)\varphi + (\pi'' + \pi)\,e,$$

$$6.)\ \varphi = \frac{\pi'''' - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi}{m + 1}.$$

Wegen des farbichten Randes iſt

$$7.)\ \pi + \pi''.\frac{cd}{\beta\gamma} + \pi'''.\frac{cde}{\beta\gamma\delta} + \pi''''.\frac{cdef}{\beta\gamma\delta\varepsilon} = 0,$$

auch kommen noch hinzu die bekannten Gleichungen zwiſchen jedem Paar zuſammengehöriger Vereinigungsweiten und der Brennweite.

Nach der hier nöthigen Veränderung der Zeichen wird

1.) m

1.) $m = -\frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcdef}$, 2.) $\pi q = (p - b)\varphi$,

3.) $o = \pi c - \left(\frac{p\beta}{b} + c\right)\varphi$,

4.) $\pi'' s = \left(\frac{p\beta\gamma}{bc} - d\right)\varphi + \pi d$,

5.) $\pi''' t = \left(\frac{p\beta\gamma\delta}{bcd} - e\right)\varphi + (\pi - \pi'')e$,

6.) $\varphi = \frac{\pi'''' + \pi''' + \pi'' - \pi}{m - 1}$,

7.) $\pi - \pi''.\frac{cd}{\beta\gamma} - \pi'''.\frac{cde}{\beta\gamma\delta} - \pi''''.\frac{cdef}{\beta\gamma\delta\varepsilon} = o$.

Wenn überdem $\pi'''' = \pi'' = \pi'''$, und $\pi = \zeta\pi'''$ geſetzt wird, ſo hat man

6.) $\varphi = \frac{3\pi''' - \zeta\pi'''}{m - 1} = \frac{(3 - \zeta)\pi'''}{m - 1}$, und

7.) $\zeta - \frac{cd}{\beta\gamma} - \frac{cde}{\beta\gamma\delta} - \frac{cdef}{\beta\gamma\delta\varepsilon} = o$. Weiter ſey $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\frac{\gamma}{d} = R$, $\frac{\delta}{e} = S$, $\frac{\varepsilon}{f} = T$, ſo erhält man

1.) $m = PQRST$, 2.) $\zeta\pi''' q = \frac{(P - 1)p}{P}\varphi$,

3.) $(PQ + 1)\varphi = \zeta\pi'''$,

4.) $\frac{\pi''' s}{d} = (PQR - 1)\varphi + \zeta\pi'''$,

5.)

5.) $\frac{\pi'''t}{e} = (PQRS - 1)\varphi - (1 - \zeta)\pi'''$

6.) $\varphi = \frac{(3 - \zeta)\pi''}{m - 1}$,

7.) $\zeta = \frac{1}{Q.R}\left(1 + \frac{1}{S} + \frac{1}{S.T}\right)$.

Bey der einfachſten Einrichtung dieſes Erdrohrs der zweyten Art war $\varphi = \frac{\pi''}{m + \sqrt{m}}$, und hier kann ein dreymahl gröſſeres Geſichtsfeld zuwege gebracht werden. Man ſetze nemlich hier $\frac{(3 - \zeta)\pi''}{m - 1} = \frac{3\pi''}{m + \sqrt{m}}$, ſo wird $(3 - \zeta)(m + \sqrt{m}) = 3(m - 1)$, alſo $\zeta = \frac{3}{\sqrt{m}}$, und dieſer Werth in der dritten Gleichung gebraucht giebt $(P.Q + 1) \cdot \frac{3}{m + \sqrt{m}} = \frac{3}{\sqrt{m}}$, alſo $P.Q + 1 = \sqrt{m} + 1$, und $P.Q = \sqrt{m}$. Weil $\delta < e$ und $e < f$ werden muß, ſo ſind $\frac{\delta}{e} = S$, $\frac{e}{f} = T$ eigentliche Brüche. Damit ferner die Brechung ohngefehr gleichförmig vertheilt werde, muß das zum Glaſe D gehörige Bild, welches vor demſelben liegt, nicht zu weit davon entfernt ſeyn, weil ſonſt die Brennweiten der übrigen Gläſer ſehr groß werden müſten, weil die Bilder ihnen näher als die Brennpuncte liegen müſſen. Um deßwillen muß $\frac{\delta}{e} = S$ ein mäſ-

ſiger Bruch etwa $\frac{1}{2}$ ſeyn, wodurch $\frac{e}{f}$ etwas gröſſer als $\frac{1}{2}$ wird. Weil ζ in arithmetiſcher Progreßion wächſt, wenn man hinter das zweyte wirkliche Bild nach und nach mehr Ocular-Gläſer ſetzt, ſo kann man auch die Glieder des Factors $1 + \frac{1}{S} + \frac{1}{S.T}$ arithmetiſch zunehmen laſſen. Wenn $S = \frac{1}{2}$ iſt, alſo $\frac{1}{S} = 2$, ſo ſey $\frac{1}{S.T} = 3$: das giebt $T = \frac{2}{3}$. Weiter iſt $P.Q = \sqrt{m}$, alſo $m = R.S.T\sqrt{m}$, oder $R = 3\sqrt{m}$. Dieſemnach erhält man aus der Gleichung n. 7. $\frac{3}{\sqrt{m}} = \frac{1}{3Q\sqrt{m}}(1+2+3) = \frac{2}{Q\sqrt{m}}$, und es wird $Q = \frac{2}{3}$, folglich $P = \frac{3}{2}\sqrt{m}$.

Aus den übrigen Gleichungen findet man folgende Brennweiten der Oculare, $q = \frac{3\sqrt{m}-2}{3(m+\sqrt{m})}p$,

$s = \frac{3(3\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1}d$, $t = \frac{7\sqrt{m}+4}{2(\sqrt{(m+1)}}e$.

Die Brennweite r iſt noch unbeſtimmt, auch muß man noch die Vereinigungsweiten d, e, finden. Des letzten Oculars Brennweite u wird f, und man findet $f = \frac{\varepsilon}{T} = \frac{3}{2}\varepsilon$. Die Entfernungen b, c, d, e, f, hat man aus den Gleichungen $b = \frac{p}{P} = \frac{2p}{3\sqrt{m}}$,

$\frac{2p}{3\sqrt{m}}$, $c = \frac{\beta}{Q} = \frac{3}{2}\beta$, $d = \frac{\gamma}{R} = \frac{\gamma}{3\sqrt{m}}$, $e = \frac{\delta}{S} = 2\delta$, $f = \frac{\varepsilon}{T} = \frac{3}{2}\varepsilon = u$; die Gleichungen zwiſchen jedem Paar mit einem Glaſe zuſammen gehöriger Vereinigungsweiten, und der dazu gehörigen Brennweite geben die Vereinigungsweiten β, γ, δ, ε; alſo findet man $\beta = \frac{2(3\sqrt{m} - 2)p}{15m}$,

$$\gamma = \vartheta c = \frac{\vartheta(3\sqrt{m} - 2)p}{5m},$$

$$\delta = -\frac{\vartheta(3\sqrt{m} + 1)(3\sqrt{m} - 2)p}{10(4\sqrt{m} + 1)m\sqrt{m}},$$

$$\varepsilon = -\frac{\vartheta(7\sqrt{m} + 4)(3\sqrt{m} + 1)(3\sqrt{m} - 2)}{5(5\sqrt{m} + 2)(4\sqrt{m} + 1)m\sqrt{m}}.$$

Die Entfernung des Auges iſt $\frac{\pi'' u}{m\Phi} = \frac{m + \sqrt{m}}{3m}u$, die halbe Oefnung des erſten Oculars $= \frac{3\pi'' q}{\sqrt{m}} + \frac{2x}{3\sqrt{m}}$, des zweyten $= \frac{x}{\sqrt{m}}$, und der übrigen höchſtens ſo groß, als der vierte Theil der Brennweite.

Die drey letzten Oculare, welche die Stelle des einfachen vertreten, müſſen für ſich beſonders beweglich ſeyn.

381. §.

Wenn die Vergröſſerungszahl $m = 36$, wie im 379. §. angenommen wird, ſo kann man wie dorten $p = 48$ Zoll ſetzen: denn auch das noch hinzugekommene Ocular vermehrt die Abweichungen nicht ſehr beträchtlich. Alsdenn findet man

$q = 6{,}095$ Zoll, $r = 2{,}844$ Z. $s = 3{,}860$ Z.
$t = 3{,}551$ Z. $u = 2{,}33$ Z.

Ferner hat man in Zollen

$b = -5{,}33$, $c = 4{,}27$, $d = 0{,}47$, $e = 1{,}06$,
$f = 2{,}33$, $\beta = 2{,}84$, $\gamma = 8{,}53$, $\delta = -0{,}53$,
$\varepsilon = -1{,}55$, $\zeta = \infty$, alſo weiter

$AB = p - b = 42{,}67$, $BC = \beta + c = 7{,}11$,
$CD = \gamma + d = 9{,}00$, $DE = e - \delta = 0{,}53$,
$EF = f - \varepsilon = 0{,}78$, die Entfernung des Auges 0,91, alles in Zollen. Die ganze Länge des Rohrs iſt 61 Zoll. Das Objectiv und die drey letzten Oculare werden gleichſeitig, das erſte Ocular entweder converplan, oder ein Meniſcus, im erſtern Fall iſt der Vorderfläche Halbmeſſer = 3,23 Zoll; das zweyte Ocular iſt ungleich conver, der Vorderfläche Halbmeſſer 4,04 Zoll, der hintern Fläche 2,35 Zoll. Die Oefnung des Objectivs im Durchmeſſer $\frac{36}{25}$ Zoll = 1,44 Zoll, des erſten Oculars 1,68 Zoll, des zweyten 0,24 Zoll, bey den übrigen beträgt ſie die Hälfte ihrer Brennweite. Das ganze Geſichtsfeld faſſet 2° 3′. Eine Blendung an der Stelle des erſten wirklichen Bildes muß etwas gröſſer als 0,9 Zoll, und an dem Ort des zweyten wirklichen Bildes etwas über 1,83 Zoll groß ſeyn.

382. §.

Die Anordnung eines Erdfernrohrs der zweyten Art mit 4 oder 5 Ocularglåſern auch alsdenn zu finden, wenn das Objectiv aus zweyen oder dreyen Linſen von verſchiedenen Glasarten zuſammen geſetzt iſt.

Aufl. Die Farbenzerſtreuung in der Axe ſowohl, als auch die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt, ſoweit die beyden erſten Oculare daran Antheil haben, ſind zu betråchtlich, als daß man nicht bey der Anordnung des Fernrohrs mit dem zuſammengeſetzten Objectiv darauf Rückſicht nehmen müſte. Die zwey oder drey letzten Oculare nach dem zweyten wirklichen Bilde haben zu wenig Antheil an dieſen Abweichungen, als daß es eben ſo ſehr nothwendig wåre, denſelben mit in Rechnung zu ziehen. Ohne Zweifel iſt es am beſten, das zweyte wirkliche Bild ganz rein zu liefern, damit es bey jeder Stellung der drey letzten Oculare nach der verſchiedenen Beſchaffenheit der Augen des Beobachters, wie ein wirklicher Gegenſtand betrachtet werden könne. Bey verånderter Stellung dieſer Oculare könnte ſonſt die Farbenzerſtreuung ſehr ſchådlich werden.

Statt des zuſammengeſetzten Objectivs nehme man das gleichgültige einfache, deſſen Brennweite Π iſt. Wenn alsdenn q, r, s, u. ſ. w. nach der Ordnung die Brennweiten der Oculare bezeichnen, die man in Rechnung ziehen will; ſo iſt

$$\frac{dn}{n-1}\left(\frac{b^2}{\Pi^2}\cdot\frac{1}{q}+\frac{b^2c^2}{\Pi^2\beta^2}\cdot\frac{1}{r}+\text{etc.}\right)\frac{\Pi\beta\gamma\ldots}{bcd\ldots}x$$

der Antheil, welchen die Oculare an dem Abwei-

chungs-

chungswinkel $d\psi$ haben. Man ſetze den eingeſchloſſenen vieltheilichten Factor $= Z$, und bezeichne die Brennweiten der Linſen des zuſammengeſetzten Objectivs mit p', q', r'; ſo iſt zur Vernichtung der durch die Oculare verurſachten Farbenzerſtreuung $\frac{1}{p'} + \frac{N}{PP} \cdot \frac{1}{q'} + Z = 0$, wenn das Objectiv gedoppelt iſt. Beym Gebrauch des dreyfachen Objectivs aber hat man

$$\frac{1}{p'} + \frac{N}{P^2} \cdot \frac{1}{q'} + \frac{1}{P^2 Q^2} \cdot \frac{1}{r'} + Z = 0,$$

wenn $P = \frac{p'}{b}$, $= Q = \frac{\beta}{c}$, $N = \frac{\eta}{\zeta} =$

$\frac{dn'}{n'-1} : \frac{dn}{n-1}$ geſetzt wird, wie es den Vorausſetzungen gemäß iſt, welche oben im 338. und den folg. §§. bey Berechnung des doppelten und dreyfachen Objectivs ſind zum Grunde geſetzt worden. Vermittelſt der dortigen Formuln ſind alsdenn die Brennweiten p', q', r' durch P, Q, und die Entfernung der Linſen ω gegeben. Beym dreyfachen Objectiv kommt noch die Gleichung zur Hebung des farbichten Randes hinzu,

$$N(r' - \omega) = -\frac{P \cdot Q + 1}{Q} \cdot q', \text{ (345. §. n. III.)}$$

und vermittelſt dieſer Gleichungen beſtimmt man P, Q, ω, woraus hiernächſt die Brennweiten der Gläſer und ihre Halbmeſſer ſo gefunden werden, wie oben a. a. O. die nähere Anleitung dazu iſt gegeben worden.

Damit die Abweichungen wegen der Geſtalt der beyden erſten Oculare, und der Objectivlinſen ſich aufheben mögen, muß man noch den Halbmeſſer der Undeutlichkeit = o ſetzen, ſoweit die zum Objectiv gehörigen Linſen mit den beyden erſten Ocularen daran Antheil haben. Am beſten zählt man alsdenn die Gläſer nach der Ordnung, ſo daß die zwey oder drey erſten Gläſer für diejenigen genommen werden, welche das Objectiv ausmachen, da dann das erſte und zweyte Ocular in der Ordnung das dritte und vierte, oder das vierte und fünfte Glas werden, nachdem das Objectiv doppelt oder dreyfach iſt. Hiemit werden die Zahlen λ, λ', λ'', u. ſ. f. und hiernächſt die Halbmeſſer der ſphäriſchen Flächen für die Linſen beſtimmt.

383. §.

Wenn die Vergröſſerungszahl $m = 64$ gegeben iſt, und man das Fernrohr mit dem doppelten Objectiv verſehen ſoll; ſo iſt $\Pi = \frac{1}{2}m$ Zoll = 32 Zoll. Werden alsdenn nach dem zweyten wirklichen Bilde zwey Oculare genommen; ſo würden für eine einfache Objectivlinſe mit der Brennweite 32 Zoll die Brennweiten der vier Oculare dem 377. §. n. II. gemäß folgende ſeyn

$q = 3{,}222$ Zoll, $r = 1{,}381$ Z. $s = 0{,}978$ Z.
$t = 0{,}704$ Z.

und die Vereinigungsweiten

$b = -3$ Z. $c = 2{,}07$ Z. $d = 0{,}26$ Z. $e = 0{,}704$ Z.
$\beta = 1{,}55$, $\gamma = 4{,}14$, $\delta = -0{,}35$, $\varepsilon = \infty$.

Die Gleichung $\frac{b^2}{\Pi^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2 c^2}{\Pi^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} = Z$ giebt

alſo

alſo 0,002726 + 0,011315 = Z, oder Z = 0,014041. Weiter ſetzt man $\frac{1}{p'} + \frac{N}{P^2} \cdot \frac{1}{q'} + 0{,}014041 = 0$, und $N = \frac{n}{\zeta} = \frac{4}{3}$, (339. §.) die Entfernung zwiſchen der Mitte beyder Objectivlinſen $= \frac{1}{12}p'$, ſo wird $P = \frac{12}{11}$ (339. §.) und man erhält $\frac{1}{p'} + \frac{121}{108} \cdot \frac{1}{q'} + 0{,}014041 = 0$, oder $\frac{108}{p'} + \frac{121}{q'} + 1{,}51643 = 0$.

Im 350. §. war die Brennweite des zuſammengeſetzten Objectivs, die dort β hieß, $= \frac{\Pi}{P}$, alſo iſt ſie hier $= \frac{11}{12}\Pi = \frac{88}{3}$ Zoll: auch iſt $b = \frac{p'}{P}$, (339. §.), alſo hier für das zuſammengeſetzte Objectiv $b = \frac{11}{12}p'$. Ueberdem hat man $\frac{1}{q'} = \frac{1}{\beta} - \frac{1}{b} = \frac{3}{88} - \frac{12}{11p'}$, und das in die letzte Gleichung geſetzt giebt

$$\frac{108}{p'} + \frac{33}{8} - \frac{132}{p'} + 1{,}51643 = 0,$$

und man findet $p' = 4{,}254$ Zoll, alſo auch $q' = -4{,}497$ Zoll.

Um die Halbmeſſer der ſphäriſchen Flächen zu finden, zähle man nun die Gläſer nach der Ordnung

 wie

wie ſie folgen, die zwey Gläſer des doppelten Objectivs für die beyden erſten, ferner das erſte Ocular für das dritte Glas, das zweyte Ocular für das vierte Glas. Alsdenn hat man $p = 4,254$, $q = -4,497$, $r = 3,222$, $s = 1,381$, $b = -3,900$, $c = -3,000$, $d = 2,071$, $\beta = 29,333$, $\gamma = 1,553$, $\delta = 4,142$. Die Summe der vier erſten Glieder in der allgemeinen Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit (302. §.) ſetze man $= 0$, ſo hat man

$$\lambda + \frac{\mu'}{\mu}\left\{\begin{array}{l} + \dfrac{b^2}{pq}\left(\lambda \cdot \dfrac{b^2}{q^2} + \nu \cdot \dfrac{b}{\beta}\right) \\ + \dfrac{c^2}{pr}\left(\lambda'' \cdot \dfrac{c^2}{r^2} + \nu \cdot \dfrac{c}{\gamma}\right) \cdot \dfrac{b^4}{\beta^4} \\ + \dfrac{d^2}{ps}\left(\lambda''' \cdot \dfrac{d^2}{s^2} + \nu \cdot \dfrac{d}{\delta}\right) \cdot \dfrac{b^4 c^4}{\beta^4 \gamma^4} \end{array}\right\} = 0.$$

Wenn nun ſtatt der Brennweiten und Vereinigungsweiten die ſchon bekannten Werthe geſetzt werden, ſo giebt das

$$\left.\begin{array}{l} \lambda - 0,51588 \cdot \lambda' + 0,023612 \\ \quad + 0,000178 \cdot \lambda'' - 0,000087 \\ \quad + 0,007142 \cdot \lambda''' + 0,000348 \end{array}\right\} = 0.$$

Damit die Abweichung für das zweyte Ocular am kleinſten ausfalle, und ein Fehler in der Ausarbeitung deſſelben am wenigſten ſchädlich werde, ſetze man $\lambda''' = 1$. Das erſte Ocular nehme man converplan, ſo daß die Hinterfläche eben wird; alsdenn hat man aus dem 288. §.

$$\frac{\varrho}{\gamma} + \frac{\sigma}{c} \pm \frac{\tau \surd (\lambda'' - 1)}{r} = 0, \text{ alſo}$$

$$0{,}1460 - 0{,}5534 \pm \frac{\tau\sqrt{(\lambda'' - 1)}}{r} = 0,$$

und man findet $\lambda'' = 3{,}0131$.
Die Vorderlinſe des Objectivs ſey gleichſeitig, ſo iſt $\lambda = 1{,}60006$, und die Gleichung zur Hebung der Undeutlichkeit wegen der Geſtalt giebt $1{,}63161 = 0{,}51588 . \lambda'$, mithin $\lambda' = 3{,}16277$. Nun findet man die Halbmeſſer f, g, der zweyten Objectivlinſe vermittelſt der Formuln (289. §.)

$$f = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

$$g = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

da dann $\mathfrak{B} = \frac{q}{b}$ iſt. Weil nun $n = 1{,}55$ iſt, ſo hat man $\mathfrak{B}(\sigma - \varrho) = 1{,}6620$, $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1{,}2906$, $\sigma = 1{,}5827$, $\varrho = 0{,}1414$; alſo $f = \frac{q}{1{,}2113} = -3{,}712$ Zoll, und $g = \frac{q}{0{,}5128} = -8{,}769$ Zoll. Für das vollkommene Objectiv (342. §.) war das Verhältniß $f : g = 177 : 475$, hier iſt es $177 : 418$, alſo beträchtlich kleiner.

Noch ſind die Halbmeſſer für die Flächen der beyden erſten Oculare zu beſtimmen. Für das erſte Ocular, deſſen Hinterfläche eben iſt, findet man den Halbmeſſer der Vorderfläche $= 0{,}53 . r = 1{,}708$ Zoll. Für das zweyte Ocular iſt $\lambda''' = 1$, alſo aus dem 290. §. $\frac{1}{f} = \frac{\varrho}{d} + \frac{\sigma}{\delta}$, $\frac{1}{g} = \frac{\varrho}{\delta} + \frac{\sigma}{d}$,

oder weil $2d = \delta$,

$$\frac{d}{f} = \varrho + \tfrac{1}{2}\sigma = 1{,}0567,\ \frac{d}{g} = \tfrac{1}{2}\varrho + \sigma = 1{,}7735,$$

mithin $f = 1{,}96$ Zoll, $g = 1{,}168$ Zoll. Die übrigen Oculare werden gleichſeitig, jeder Halbmeſſer des erſten iſt $= 1{,}036$ Zoll, und jeder Halbmeſſer des letzten 0,746 Zoll.

Der kleinſte von den zum zuſammengeſetzten Objectiv gehörigen Halbmeſſern war der zur Vorderfläche der Hohllinſe gehörige von 3,712 Zoll, alſo müſte der vierte Theil davon den Oefnungshalbmeſſer für das Objectiv geben, der ſolchergeſtalt 0,928 Zoll betragen würde. Es wäre alſo $x = my = 0{,}928$ Zoll, und $y = \frac{0{,}928}{64} = 0{,}0144$ Zoll. Demnach würde bey dieſer veränderten Anordnung des zuſammengeſetzten Objectivs die Helligkeit leiden. Damit wenigſtens $y = \frac{1}{50}$ bleibe, wird erfodert, daß $x = \frac{64}{50}$ $= 1{,}28$ ſey, und dies kann man erhalten, wenn alle Abmeſſungen in dem Verhältniß $0{,}928 : 1{,}280 = 3712 : 5120$ beynahe $= 5 : 7$ vergröſſert werden. Dieſemnach würde man für das Fernrohr folgende Abmeſſungen erhalten.

Das doppelte Objectiv hat zur Brennweite 41,07 Zoll, die Vorderlinſe convex und gleichſeitig, ihre Brennweite 5,96 Zoll, der Halbmeſſer jeder Fläche 6,31 Zoll; die hintere Linſe concav, ihre Brennweite 6,3, der Halbmeſſer der Vorderfläche 5,21 Zoll, der hintern Fläche 12,234 Zoll. Die Entfernung der Mittel der Linſen 0,496 oder faſt $\frac{1}{2}$ Zoll. Die Oefnung des Objectivs im Durchmeſſer 2,6 Zoll.

Von

Von der hintern Linſe des Objectivs bis zum erſten Ocular iſt der Abſtand 36,87 Zoll, die Brennweite dieſes Oculars 4,51 Z. der Halbmeſſer der Vorderfläche 2,391 Zoll, die hintere Fläche iſt eben, die Oefnung im Durchmeſſer 0,81 Zoll.

Vom erſten Ocular bis zum zweyten iſt die Entfernung 5,07 Zoll, die Brennweite des zweyten Oculars 1,93 Zoll, der Halbmeſſer der Vorderfläche 274 Z. der hintern Fläche 1,63 Z. die Oefnung im Durchmeſſer 0,325 Z. Beyde Oculare haben ihre beſtimmte Stelle, das Auge mag weitſichtig oder kurzſichtig ſeyn.

Vom zweyten Ocular bis zum dritten iſt der Abſtand 6,06 Zoll, die Brennweite des dritten Oculars 1,37 Zoll, der Halbmeſſer jeder Fläche 1,45 Z. die Oefnung im Durchmeſſer 0,49 Zoll. Vom dritten Ocular bis zum vierten iſt der Abſtand 1,47 Zoll, die Brennweite dieſes vierten Oculars 0,98 Zoll der Halbmeſſer jeder Fläche 1,04 Zoll, der Durchmeſſer der Oefnung 0,49 Zoll.

Die Entfernung des Auges iſt 0,55 Zoll, die Länge des Rohrs 50 Zoll, die Gröſſe des Geſichtsfeldes im Durchmeſſer 48 Minuten.

384. §.

Wenn die Erdfernröhre der zweyten Art nach der vom H. Euler zuerſt angegebenen Vorſchrift die bisher beſchriebene Einrichtung haben, daß die beyden wirklichen Bilder zwiſchen dem erſten und zweyten, dem zweyten und dritten Ocular ihre Stellen erhalten, und alsdenn das zweyte Ocular die Stelle einer Blendung vertritt, auch zugleich das Geſichtsfeld möglichſt

lichſt groß, und der farbichte Rand gehoben wird; ſo ſind ſelbige für die vorzüglichſten in ihrer Art zu halten, und beſſer, als wenn man das zweyte wirkliche Bild zwiſchen die letzten Oculare fallen läßt. Hr. Scherffer erzählt in ſeinen Inſtitut. Dioptr. pag. 52, er habe eines der erſten von Herrn Dollond verfertigten Erdfernröhre bekommen, worin mit dem doppelten Objectiv fünf Oculare ſo zuſammen geordnet worden, daß das erſte wirkliche Bild zwiſchen den erſten beyden Ocularen, und das zweyte zwiſchen den beyden letzten ſeine Stelle habe. H. Klügel in der Analytiſchen Dioptrik 223. S. führt eben dieſe Nachricht an, die H. Scherffer giebt, und erzählt zugleich, daß ein Fernrohr, welches H. Baumann in Göttingen für ihn verfertiget habe, von einer ähnlichen Einrichtung ſey und ſehr gute Dienſte leiſte. Dennoch leiſten auch nach H. Klügels Urtheil dieſe Art Fernröhre das nicht was die nach Hr. Eulers Vorſchrift angeordneten leiſten können. Das Geſichtsfeld wird wegen des zweyten Oculars vermindert, dies Ocular wird von den Hauptſtrahlen, die von Puncten über der Axe kommen, unterhalb der Axe geſchnitten, und deswegen iſt π' negativ, da es entweder poſitiv ſeyn, oder der oben angeführten Gründe halber $= 0$ ſeyn ſollte.

H. Scherffer hat die Brennweite des zu ſeinem Dollondſchen Fernrohr gehörigen Objectivs aus den Brennweiten und Abſtänden der Oculare berechnet, indem er vorausgeſetzt, daß die Strahlen durch das letzte Glas parallel werden, und nun ihren Weg rückwärts verfolget. Sicherer wäre es nach H. Klügels Erinnerung geweſen, dieſe Brennweite durch

Verſuche zu finden: ich ſetze indeſſen die geſammten vom Herrn Scherffer angezeigten Abmeſſungen hieher, weil es allemahl angenehm ſeyn muß, die Einrichtung der Dollondiſchen Fernröhre zu kennen, welche ſo viele Aufmerkſamkeit erreget haben. Die Brennweiten der Oculare ſind der hieſigen Bezeichnung gemäß folgende in Linien ausgedrückt:

$q = 72$, $r = 38$, $s = 38$, $t = 36$, $u = 10$ Lin.

Die Brennweite des Objectivs 419,08 Lin. Ferner ſind die Vereinigungsweiten $b = -35{,}08$, $\beta = +23{,}59$, $c = +21{,}41$, $\gamma = -49{,}05$, $d = +79{,}55$, $\delta = +72{,}55$, $e = -36$, $\varepsilon = +18$, $f = +10$.

Der XIX. Abſchnitt.

Nähere Anleitung zur Berechnung der Spiegelteleſcope.

385. §.

Nachdem der kleine Spiegel im Spiegelteleſcop entweder eben, oder hohl, oder erhaben iſt, nachdem hat man für daſſelbe die Nahmen des Newtonſchen, Gregorianiſchen und Caſſegrainiſchen beybehalten. Beym Newtonſchen Spiegelteleſcop kommt es vornemlich nur auf Verſuche an, wie kurz die Brennweite des Oculars genommen werden dürfe, ohne daß die Undeutlichkeit wegen der Geſtalt des Spiegels oder der farbichte Rand merklich

lich werde. Aus der im 317. §. gefundenen Formul läſſet ſich die Undeutlichkeit wegen der ſphäriſchen Geſtalt berechnen: auch findet man daraus dem 321. §. n. 2. gemäß, wenigſtens beynahe das Verhältniß der Brennweite des Objectivſpiegels und ſeiner Oefnung, wenn bey gleicher Helligkeit in zweyen Teleſcopen auch die Undeutlichkeit in dem einen nicht gröſſer als in dem andern ſeyn ſoll. In der von Hertel überſetzten **Anleitung, reflectirende Teleſcope zu machen, Halle 1747,** iſt im XI Cap. eine ſolche Einrichtung dieſes Teleſcops beſchrieben, wobey die Unbequemlichkeit vermieden werden könnte, daß man ſeitwärts in die Röhre hinein ſehen muß. Das Ocular lieſſe ſich hinten in der Röhre anbringen, wenn der ebene Spiegel ſenkrecht auf die Axe geſtellet würde, da dann eben ſo weit vor demſelben, als das vom Objectivſpiegel verurſachte Bild hinter ihn fällt, ein Bild entſtünde, welches man durch ein Ocular, oder auch durch mehrere betrachten könnte. Es bliebe aber dieſes Bild ziemlich weit vom Objectivſpiegel entfernt, weil das erſte Bild viel näher bey dem ebenen Spiegel als bey dem Objectivſpiegel liegen muß, wenn der ebene nicht zu groß werden ſoll.

386. §.

131 Wenn der zweyte Spiegel im Teleſcop, wie
132 beym Gregorianiſchen, ein Hohlſpiegel iſt, ſo kann
Fig. das zweyte von dieſem kleinen Spiegel verurſachte
Bild *Gg* entweder vor dem erſten Ocular RR, oder hinter demſelben ſeine Stelle haben. Auf das Glas ſelbſt muß es um deßwillen nicht fallen, weil die Unreinigkeiten des Glaſes mit dem Bilde ſelbſt ſehr deut-

deutlich ſichtbar werden, und das Bild verderben würden. Setzt man, wie es die 131ſte und 132ſte Figur vorſtellen, zum Grunde, daß in jeden Zwiſchenraum ein wirkliches Bild falle, nemlich Ff zwiſchen beyden Spiegeln, Gg zwiſchen den kleinen Spiegel und dem erſten Ocular RR, ferner Hh zwiſchen dem erſten und zweyten Ocular, u. ſ. f. ſo können die allgemeinen Formuln für Fernröhre auch für Spiegelteleſcope gebraucht werden, nur daß ſich um deßwillen einiges in den Formuln für die Farbenzerſtreuung ändert, weil die Spiegel der Farbenzerſtreuung nicht unterworfen ſind. Man laſſe nun die Buchſtaben a, α, p, das für den Objectivſpiegel bezeichnen, was ſie ſonſt für das Objectivglas ausdrükten; ferner b, β, q, das für den kleinen Spiegel, was ſie ſonſt für das erſte Ocular anzeigten: ſo gehören hier eben ſo c, γ, r, mit dem erſten Ocular RR; d, δ, s, mit dem zweyten SS; e, ε, t, mit dem dritten Ocular TT zuſammen, u. ſ. f. Weiter ſey x des Objectivſpiegels x' des kleinen Spiegels Oefnungshalbmeſſer, ſo ſind es x'', x''', x'''' u. ſ. f. für die Oculare, wie ſie nach der Ordnung folgen, und es iſt $x' = \pi q$, $x'' = \pi' r$, $x''' = \pi'' s$, $x'''' = \pi''' t$, u. ſ. w. Dies vorausgeſetzt hat man dem 312. §. gemäß folgende allgemeine Grundgleichungen, wie bey den dioptriſchen Fernröhren.

1.) $m = \dfrac{p\beta\gamma\delta\varepsilon\ldots}{bcdef\ldots}$, 2.) $\pi q = (p + b)\varphi$,

3.) $\pi' r = \left(\dfrac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$,

4.) $\pi'' s = \left(\dfrac{p\beta\gamma}{bc} + d\right)\varphi + (\pi' - \pi)\, d$,

5.) $\pi'''t = \left(\frac{p\beta\gamma\delta}{bcd} - e\right)\varphi + (\pi'' - \pi' + \pi)e,$

6.) $\pi''''u = \left(\frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcde} + f\right)\varphi + (\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi)f,$

u. ſ. f. Ferner kommt für den kleinen Spiegel und jedes Ocular eine Gleichung hinzu, zwiſchen der Brennweite und den damit zuſammen gehörigen Vereinigungsweiten $\beta = \frac{bq}{b-q}$, $\gamma = \frac{cr}{c-r}$, $\delta = \frac{es}{e-s}$ u. ſ. f. wegen der Vernichtung des farbichten Randes aber, den ſonſt die Oculare verurſachen würden, iſt (315. §.)

für zwey Spiegel und ein Ocular

$$\frac{\pi dn}{n-1} = 0$$

für zwey Spiegel und zwey Oculare

$$\frac{dn}{n-1}\left(\frac{\pi'\gamma}{d} + \pi''\right) = 0$$

für zwey Spiegel und drey Oculare

$$\frac{dn}{n-1}\left(\frac{\pi'\gamma\delta}{de} + \frac{\pi''d}{e} + \pi'''\right) = 0,$$

u. ſ. f. die Gläſer werden von einerley Glasart angenommen.

387. §.

131 In dem Fall, wenn das vom kleinen Spiegel
132F im Gregorianiſchen Teleſcop zuwege gebrachte Bild

Gg noch vor dem Ocular RR liegt, wäre nur ein Ocular RR nöthig, das Bild zu betrachten. Allein dieſer Fall hat alle Aehnlichkeit mit dem, wenn das dioptriſche Fernrohr drey Gläſer enthält, und in jeden Zwiſchenraum ein wirkliches Bild fällt. Das Geſichtsfeld wird klein, und der farbichte Rand läßt ſich nicht heben. Bey dieſer Anordnung müſte CG $= r = c$ ſeyn, und aus der Gleichung n. 3. hätte man $\pi' = (m - 1)\varphi + \pi$, alſo $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m - 1}$, wo π' und π einander zum Theil aufheben. Ueberdem iſt die Gleichung $\frac{\pi dn}{n - 1} = 0$ oder $\pi = 0$ unmöglich.

Auch wenn das zweyte Ocular SS mit dem dritten Bilde Hh hinzu kommt, alsdenn aber DH $= s = d$ geſetzt wird, giebt die Gleichung n. 4.) $\pi'' = (m + 1)\varphi + \pi' - \pi$, alſo $\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m + 1}$, wo ebenfalls π'' und π' einander entgegengeſetzt ſind, und ein kleines Geſichtsfeld geben. Ueberdem iſt wiederum die Gleichung $\frac{\pi'\gamma}{d} + \pi'' = 0$ unmöglich, und der farbichte Rand läßt ſich nicht heben. Wenn dagegen, wie es die 146ſte Figur vorſtellet, die von dem kleinen Spiegel zurück geworfenen gegen die Puncte des Bildes Gg zuſammen laufenden Strahlen vom erſten Ocular RR aufgefangen; und nach dem Bilde Hh zu gebrochen werden; ſo iſt BC $=$ BG $-$ GC $= \beta - c$, und c negativ. Ferner ſey eA ein Hauptſtrahl, der vom Raum des Objects die Mitte

des groſſen Spiegels treffen würde, da er dann nach der Zurückwerfung den kleinen Spiegel in Q träfe, nach der abermahligen Zurückwerfung aber in R durch das erſte Ocular durchgienge. Wenn nun eben derſelbe Hauptſtrahl nach der Brechung in R das Glas SS unter der Axe ſchnitte, ſo würde der Geſichtswinkel DO''S unter der Axe fallen, und das Fernrohr die betrachteten Objecte umgekehrt vorſtellen. Der Hauptſtrahl treffe alſo das zweyte Ocular in S oberhalb der Axe, damit das Teleſcop die dadurch betrachteten Sachen aufrecht vorſtelle: ſo hat DS $= x''' = \pi'' s$ eine Lage, die derjenigen entgegen geſetzt iſt, welche in der 132 Figur angenommen ward, worauf ſich die allgemeinen Formuln beziehen. Dieſemnach wird alsdenn π'' negativ, eben ſo wie $m = \frac{p\beta\gamma}{bcd}$, und des Geſichtsfeldes Halbmeſſer iſt $\frac{\pi'' + \pi' - \pi}{m - 1}$, auch wird die Gleichung zur Hebung des farbichten Randes $\frac{\pi'\gamma}{d} - \pi'' = 0$ möglich.

388. §.

Die Vergröſſerungszahl m iſt gegeben: man ſoll das Gregorianiſche Spiegelteleſcop mit zwey Ocularen vortheilhaft anordnen, ſo daß es die Sachen aufrecht und ohne farbichten Rand vorſtellet.

146 Fig. Aufl. Man nehme c und π'' negativ, ſo erhält man aus den im 386. §. angezeigten allgemeinen

Glei=

Gleichungen 1.) $m = - \frac{p\beta\gamma}{bcd}$;

2.) $\pi q = (p+b)\varphi$, 3.) $\pi' r = \left(\frac{p\beta}{b} + c\right)\varphi - \pi c$,

4.) $\varphi = \frac{\pi'' + \pi' - \pi}{m - 1}$, wenn in dieſer lezten Gleichung hiernächſt die abſolute Zahl m geſezt wird. Dazu kommt wegen des farbichten Randes

5.) $\pi' - \frac{\pi'' d}{\gamma} = 0$. Auſſerdem iſt $AB = p + b$, und $BC = \beta - c$ (387. §): wird alſo das erſte Ocular in der Oefnung des groſſen Spiegels angebracht, ſo iſt $AB = BC$, oder 6.) $p + b = \beta - c$. Man ſetze $\frac{p}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\frac{\gamma}{d} = R$, $\pi' = \eta\pi''$, $\pi = \zeta\pi''$; ſo erhält man 1.) $m = P.Q.R$,

2.) $\frac{\zeta\pi'' q}{b} = (P + 1)\varphi$,

3.) $\frac{\eta\pi'' r}{c} = (P.Q + 1)\varphi - \zeta\pi''$,

4.) $\varphi = \frac{(1 + \eta - \zeta)\pi''}{m - 1}$, 5.) $\eta R = 1$,

6.) $p + b = \beta - c$.

Um das Geſichtsfeld möglichſt groß zu machen, ſey $\eta = 1$, alſo 4.) $\varphi = \frac{(2 - \zeta)\pi''}{m - 1}$,

5.) $R = 1 = \frac{\gamma}{d}$, $d = \gamma = s$, und $Q = \frac{m}{P}$:
auch iſt n. 6.) $\left(1 + \frac{1}{P}\right)p = \left(1 - \frac{1}{Q}\right)\beta$,
oder $\frac{P+1}{P}p = \frac{m-P}{m}\beta$, und das giebt $\beta =$
$\frac{m(P+1)p}{(m-P)P}$. Ferner iſt $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$, alſo
$\frac{1}{q} = \frac{P}{p} + \frac{(m-P)P}{m(P+1)p}$, und $q = \frac{m(P+1)p}{mP(P+2)-PP}$.
Auch hat man $c = \frac{\beta}{Q} = \frac{P\beta}{m}$, oder $c =$
$\frac{(P+1)p}{m-P}$.

Setzt man auch $b = \frac{p}{P}$ in der Gleichung
n. 2. ſo iſt $\zeta\pi''q = \frac{(P+1)\varphi}{P}p$, alſo
$\zeta\pi'' = \frac{m(P+2)-P}{m}\varphi$. Aus der Gleichung
$\varphi = \frac{(2-\zeta)\pi''}{m-1}$ wird $\zeta\pi'' = 2\pi'' - (m-1)\varphi$,
und beydes gleich geſetzt giebt $2\pi'' - (m-1)\varphi$
$= \frac{m(P+2)-P}{m}\varphi$, woraus $2\pi'' = \frac{m(P+2)-P}{m}\varphi$
$+ (m-1)\varphi$ gefunden wird, alſo $\varphi =$

$2m\pi''$

$$\frac{2m\pi''}{m(m+1)+(m-1)P}, \text{ und } \zeta = \frac{m(P+2)-P}{m\pi''}\varphi,$$

oder $\zeta = \frac{2m(P+2)-2P}{m(m+1)+(m-1)P}$.

In der Gleichung n. 3. brauche man die Werthe $\eta = 1$, $\zeta\pi'' = 2\pi'' - (m-1)\varphi$, ſo wird $\frac{\pi'' r}{c} = 2m\varphi - 2\pi''$, alſo $\frac{r}{c} = \frac{2(m-1)(m-P)}{m(m+1)+(m-1)P}$.

Vorhin aber war $c = \frac{(P+1)p}{m-P}$, alſo findet man $r = \frac{2(m-1)(P+1)p}{m(m+1)(m-1)P}$. Ueberdem iſt $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} + \frac{1}{c}$, oder $\frac{r}{\gamma} = 1 + \frac{r}{c}$, alſo $\frac{r}{\gamma} = \frac{m(3m-1)-(m-1)P}{m(m+1)+(m-1)P}$, und daher ferner

$$\gamma = r : \frac{r}{\gamma} = \frac{2(m-1)(P+1)p}{m(3m-1)-(m-1)P} = d$$

$= s$. Die Entfernung des Auges iſt $DO'' = \frac{\pi'' s}{m\varphi} = \frac{m(m+1)+(m-1)P}{2mm} s$.

Könnte wirklich ein ſolcher Hauptſtrahl, wie ihn eA in der Figur vorſtellet, auf die Mitte des groſſen Spiegels fallen, und nach den in der Zeichnung vorgeſtellten Zurückwerfungen und Brechungen

ins Auge gelangen, ſo wäre BQ der wegen des Geſichtsfeldes nöthige Halbmeſſer des kleinen Spiegels. Der wegen der Helligkeit nöthige Halbmeſſer des kleinen Spiegels iſt $\frac{bx}{p} = \frac{x}{P}$, und P iſt gewiß eine ganze Zahl auch wenigſtens gröſſer als 2. Damit noch ein beträchtlicher Theil von den Strahlen ins Auge gelange, die zu einem ſolchen vom Rande des Objects kommenden Strahlencylinder gehören, davon eA die Axe vorſtellet, muß BQ beträchtlich kleiner ſeyn, als die halbe Breite des Spiegels. Der kleine Spiegel ſey ſo groß, als das Loch in der Mitte des groſſen, und Bq ſein Halbmeſſer, ſo iſt $Bq = \pi' r = \pi'' r$, $BQ = \pi q = \zeta \pi'' q$, und es muß BQ beträchtlich kleiner als Bq, mithin $\zeta q < r$ ſeyn. Es iſt aber $\zeta = \frac{2m(P+2) - 2P}{m(m+1) + (m-1)P}$, und $q = \frac{m(P+1)p}{mP(P+2) - PP}$, alſo $\zeta q = \frac{2m(P+1)p}{m(m+1)P + (m-1)PP}$, mithin ſehr nahe $\zeta q = \frac{r}{P}$: alſo geſchicht jener Bedingung völlig Genüge, wenn $P = 6$, oder $P = 7$ angenommen wird.

Läſt man den Antheil weg, welchen die Oculare an der Undeutlichkeit wegen der Geſtalt haben, ſo iſt der Halbmeſſer der Undeutlichkeit aus dem 317. §. $u = \frac{mx^3}{4p^3}\left(\frac{1}{8} + \frac{b^2(\beta - b)^2}{8pq\beta^2}\right)$. Der Antheil

des

des kleinen Spiegels iſt lange nicht ſo beträchtlich, als der Antheil des groſſen. Man brauche nun folgende ſchon beſtimmte Werthe $\frac{b}{p} = \frac{1}{P}$, $\frac{b}{q} = \frac{m(P+2)-P}{m(P+1)}$, $\frac{b}{\beta} = \frac{m-P}{m(P+1)}$, $1 - \frac{b}{\beta} = \frac{(m+1)P}{m(P+1)}$, ſo erhält man $\frac{b^2(\beta-b)^2}{pq\beta^2} = \frac{(m(P+2)-P)(m+1)^2 P}{m^3(P+1)^3}$. Ueberdem ſetze man auch $x = my$, ſo findet man $u = \frac{m^3 y^3}{8p^3}$ $\left(\frac{1}{4}m + \frac{\frac{1}{4}(m(P+2)-P)(m+1)^2 P}{m^2(P+1)^3}\right)$: alſo auch umgekehrt $p = \frac{my}{2\sqrt[3]{u}}$ $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{4}m + \frac{\frac{1}{4}(m(P+2)-P)(m+1)^2 P}{m^2(P+1)^3}\right)}$.

Der Antheil, welchen die Oculare an der Undeutlichkeit haben, welche von der ſphäriſchen Geſtalt herrührt, iſt eben darum nicht beträchtlich, weil die folgenden Glieder in der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit, ſo weit ſie die Oculare angehen, (317. §.) mit $\frac{b^4}{\beta^4}$ multiplicirt ſind, und $\frac{b}{\beta}$ allemahl ein ziemlich kleiner Bruch iſt. Soll derſelbe indeſſen ſo klein als möglich ausfallen, ſo müſſen die

mit den ſphäriſchen Flächen der Oculare zuſammen gehörigen Halbmeſſer ſo beſtimmt werden, daß $\lambda = 1$ und $\lambda' = 1$ werde. Wenn alsdenn f und g die Halbmeſſer des erſten Oculars bezeichnen, und $\frac{r}{c} = \mathfrak{C}$ geſetzt wird; ſo hat man aus dem 291. §.

$$f = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)}, \quad g = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)}.$$

Sollte einer von den Halbmeſſern zu klein ausfallen, als daß das Glas die nöthige Oefnung vertragen könnte; ſo iſt es beſſer, das Glas hinten eben zu machen, da dann $f = (n - 1) r$ ſeyn muß.

Weil für das vierte Ocular die Vereinigungsweite $\delta = \infty$ iſt, ſo wird der Vorderfläche Halbmeſſer $= \frac{s}{\varrho}$, der hintern Fläche $= \frac{s}{\sigma}$. (291. §.) In der Ausübung ſcheint es angenommen zu ſeyn, zum erſten Ocular ein planconvexes Glas, zum zweyten einen Meniſcus zu wählen. Das erſte hat um deßwillen ſeinen guten Grund, weil dadurch die Abweichung wegen der Geſtalt geringer wird: allein durch die Form des Meniſcus wird die Abweichung beträchtlich ſtärker und das Geſichtsfeld geringer. Denn ſoll die Hinterfläche concav, alſo g negativ ſeyn; ſo muß, weil für das zweyte Ocular $\delta = \infty$ iſt, $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} > \sigma$ ſeyn. (291. §.) In dem Fall $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = \sigma$ wird $\lambda' = 4{,}2329$, alſo in dem Fall des Meniſcus $\lambda > 4$, und deſto gröſſer, jemehr die Hinterfläche vertieft iſt. Ueberdem bekommt die Vorderfläche einen kleinern Halbmeſſer, als wenn das Glas auf beyden Seiten convex wäre, und verträgt

trägt nicht die nöthige Oefnung wegen des Geſichtsfeldes. Man ſehe hievon H. Klügels Analytiſche Dioptrik im 525. und 526. §.

389. §.

Im Smith-Käſtneriſchen Lehrbegriff der Optik 469. S. ſind folgende Abmeſſungen eines von H. Schort mit Fleiß verfertigten Gregorianiſchen Teleſcops angegeben. Es war in Zollen $p = 9{,}6$, $q = 1{,}5$, $\beta + c = 14{,}2$, $\gamma + d = 2{,}4$, $r = 3{,}8$, $d = s = 1{,}1$, $x = 1{,}15$. Demnach war $\gamma = 1{,}3$, $c = \frac{\gamma r}{\gamma - r} = -1{,}976$, $\beta = 16{,}176$, $b = \frac{\beta q}{\beta - q} = 1{,}6533$, alſo $P = 5{,}806$, $Q = 8{,}186$, $R = 1{,}182$, und $m = 56{,}176$. Durch Verſuche fand man, daß dies Teleſcop 60mahl vergröſſere.

Ferner war $\pi q = \zeta\pi'' q = (p + b)\varphi$, alſo $\zeta\pi'' = 7{,}5022\,\varphi$; überdem $\frac{\eta\pi'' r}{c} = -(P.Q + 1)\varphi + \zeta\pi'' = -41{,}032\,\varphi$, alſo $\eta\pi'' = 21{,}3366\,\varphi$. Noch ferner $(1 + \eta - \zeta)\pi'' = (m - 1)\varphi = 55{,}176\,\varphi$, alſo $\pi'' = 41{,}342\,\varphi$. Die Oefnungen der Gläſer ſind nicht angezeiget, aber die halbe Breite des Lochs im groſſen Spiegel war 0,25 Zoll. Woſern alſo das erſte Ocular eben die Oefnung hatte, ſo war $0{,}25 = \eta\pi'' r = 21{,}3366\, r\varphi$, oder $1 = 85{,}3464\, r\varphi$, und $\varphi = \frac{1}{324} = 10{,}6$ Minuten, das ganze Geſichtsfeld 21 Minuten. Durch Beobachtung ward es 19 Minu-

 ten

ten groß befunden, vielleicht hatten die Oculare nicht die rechten Oefnungen. Der Geſichtswinkel könnte gröſſer ſeyn, denn es iſt $\pi'' = 0,12$, und es könnte π'' ohne Schaden der Deutlichkeit gröſſer ſeyn. Auch iſt $\eta = \frac{1}{2}$, da $\eta = 1$ ſeyn könnte, um ſo mehr, da π'' ſo klein iſt. Wegen des farbichten Randes würde erfodert, daß $\frac{\pi'}{\pi''} = \frac{d}{\gamma} = \frac{\eta}{1} = \frac{21}{41}$ ſey, und es iſt dieſe Zahl $= \frac{11}{13}$, alſo iſt der farbichte Rand nicht gehoben.

Wenn man nach der Formul $u = \frac{mx^3}{32p^3}\left(1 + \frac{b^2(\beta - b)^2}{pq\beta^2}\right)$ den Halbmeſſer der Undeutlichkeit berechnet, ſo findet man ihn $= 0,00346$ welches ein Bogen von 12 Minuten iſt. Beym H. Klügel (in der Analyt. Dioptrik 239 Seite) ſind vermuthlich wegen eines Rechnungsfehlers 2 Grade angegeben. Setzt man die Einrichtung von dieſem Teleſcop bey Anordnung eines andern als Muſter zum Grund; ſo hat man $\frac{x}{m} = \frac{1,15}{56}$ beynahe $= \frac{1}{50}$, und $56^4 : m^4 = 9,6^3 : p^3$, (321. §. n. 3.) alſo für jedes andre Teleſcop bey gleicher Deutlichkeit und Helligkeit mit dem Schortſchen $x = \frac{1,15}{56} m$ Zoll, und $p = 9,6 \sqrt[3]{\frac{m^4}{56^4}}$.

390. §.

Im zweyten Theil der Dioptrik 531 S. führt H. Euler folgende Abmeſſungen eines Spiegeltele-ſcops an, daß ſehr gut geweſen ſeyn ſoll. Es war $p = 24$ Zoll, $q = 3$, $r = 4$, $s = 2$ Zoll. Ferner $c = -\frac{4}{3}$, $\beta = p + b + \frac{4}{3}$, oder $\beta = \frac{3b}{b-3}$ $= 25\frac{1}{3} + b$, woraus die Gleichung $bb + 9\frac{1}{3} \cdot b = 76$ folgt, mithin $b = 3{,}354041$, $\beta = 28{,}68374$, $P = 7{,}1663$, $Q = 21{,}51281$. Ueberdem war $\gamma = \frac{cr}{c-r} = 1$ Zoll, die Entfernung der Gläſer $\gamma + d = 2$ Zoll, und daher $d = s = 2$ Zoll, $\frac{\gamma}{d}$ $= \frac{1}{2} = R$, folglich $m = P \cdot Q \cdot R = 77{,}05$.

Weiter iſt $\zeta\pi''q = (p+b)\phi = 27{,}35 \cdot \phi$, alſo $\zeta\pi'' = 9{,}12\phi$. Die Gleichung $\frac{\eta\pi''r}{c} = -$ $(PQ+1)\phi + \zeta\pi''$ giebt $\eta\pi'' = 48{,}32\phi$, und überdem iſt $(m-1)\phi = (1+\eta-\zeta)\pi''$, alſo $\pi'' = 36{,}85 \cdot \phi$. Die halbe Oefnung des groſſen Spiegels $x = 2\frac{1}{2}$ Zoll, und der Halbmeſſer des Lochs in ſeiner Mitte $= \frac{1}{2}$ Zoll. Wenn die Oefnung des erſten Oculars dem Loch im groſſen Spiegel gleich iſt, ſo hat man $0{,}5 = \eta\pi''r = 193\phi$, alſo $\phi = \frac{1}{386}$ oder $\phi = 8{,}9$ Minuten, das ganze Geſichtsfeld $= 17' \, 48''$ iſt bey der eben nicht ſehr ſtarken Vergröſſerung ziemlich klein. Dagegen iſt die Helligkeit beträchtlich: denn es iſt $y = \frac{2{,}5}{77} = \frac{5}{154} = \frac{1}{31}$, und die Helligkeit beynahe $\frac{4}{9}$ der natürlichen. Wegen

Hebung

Hebung des farbichten Randes müſte $\frac{d}{\gamma} = \eta = \frac{48,32}{36,85}$ ſeyn, es iſt aber $\frac{d}{\gamma} = 2$, alſo iſt auch bey dieſem Teleſcop der farbichte Rand nicht völlig gehoben.

Der Halbmeſſer der Undeutlichkeit fällt etwas kleiner aus. Der Antheil des groſſen Spiegels allein iſt $\frac{mx^3}{32p^3} = \frac{77}{32} \cdot \frac{2,5^3}{24^3} = \frac{77}{32} \cdot 0,1042^3 = \frac{77}{32} \cdot 0,00113 = 0,00272$, und das iſt ein Bogen von 9′21″. Will man ein andres Teleſcop anordnen, daß die betrachteten Sachen in gleicher Deutlichkeit und Helligkeit mit dieſem eben beſchriebenen darſtellet; ſo ſetzt man $\frac{x}{m} = \frac{2,5}{77}$, und $77^4 : m^4 = 24^3 : p^3$, alſo $x = \frac{2,5}{77}$ Zoll und $p = 24 \sqrt[3]{\frac{m^4}{77^4}}$.

391. §.

148 Fig. Wenn die Brennweite des kleinen Spiegels, mithin auch ſein Halbmeſſer negativ genommen wird; ſo verwandelt ſich das Teleſcop in das Caſſegrainiſche. Aus der allgemeinen Formul für die Vereinigungsweite $\beta = \frac{bq}{b-q}$ hat man nun $\beta = -\frac{bq}{b+q}$, alſo ſtellt der kleine Spiegel kein wirkliches Bild dar, wofern nicht b negativ iſt. Nimmt man aber b negativ

gativ an, ſo wird $\beta = \frac{bq}{q - b}$, und wenn alsdenn $b < q$ iſt, ſo liegt vor dem kleinen Spiegel ein wirkliches Bild. Iſt nun überdem die Anordnung ſo, daß eben dies vom kleinen Spiegel zuwege gebrachte Bild auch vor dem groſſen Spiegel, alſo zwiſchen beyden Spiegeln liegt; ſo kann um daſſelbe zu betrachten ein einfaches Ocular genügen. Alsdenn iſt das Caſſegrainiſche Spiegelteleſcop dem einfachen Sternrohr ähnlich. Zur Berechnung dienen folgende allgemeine Gleichungen:

1.) $m = \frac{p\beta}{br}$, 2.) $\pi q = (p + b)\varphi$,

3.) $\pi' r = \left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$, oder $\pi' = (m - 1)\varphi + \pi$, und des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m - 1}$.

Auſſer b iſt auch q negativ, mithin π, weil $\pi q = x'$ poſitiv bleibt. Ueberdem wird auch π' negativ und man erhält 1.) $m = -\frac{p\beta}{br}$, 2.) $\pi q = (p - b)\varphi$, 3.) $-\pi' = -(m + 1)\varphi - \pi$, mithin $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m + 1}$. Der farbichte Rand läßt ſich nicht heben, weil $d\pi = \frac{\pi' dn}{n - 1}$ (315. §.) nicht $= 0$ werden kann. Um die ſchädliche Wirkung davon möglichſt zu vermindern, muß π' möglichſt klein

ſeyn,

ſeyn, wodurch jedoch das Geſichtsfeld eingeſchränckt wird.

392. §.

149 Fig. Das zweyte Bild, dasjenige nemlich, welches vom kleinen Spiegel herrührt, könnte auch hinter dem groſſen Spiegel, und zugleich hinter dem erſten Ocularglaſe ſeine Stelle haben, da dann noch ein Ocular hinzu kommen muß. Zu den allgemeinen Gleichungen, welche eben im vorigen §. angeführt ſind, kommt noch die vierte hinzu,

4.) $\pi'' s = \left(\frac{p\beta\gamma}{bc} + d\right)\varphi + (\pi' - \pi)d$, und

ſtatt der erſten iſt 1.) $m = \frac{p\beta\gamma}{bcs}$; auch iſt $d = s$,

und man hat aus der 4ten Gleichung $\pi'' = (m + 1)\varphi + \pi' - \pi$, oder $\varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{m + 1}$. Weil das erſte Ocular die Strahlen auffängt, die in dem vom kleinen Spiegel zuwege gebrachten Bilde zuſammen laufen würden, ſo daß dies Bild nicht zur Wirklichkeit kommt; ſo iſt auch c negativ, und das Teleſcop wird dem dioptriſchen Sternrohr mit zweyen Ocularen ähnlich. Weil q negativ iſt, ſo wird wiederum π negativ, denn $\pi q = x'$ bleibt poſitiv. Demnach bleibt m poſitiv, und um das Geſichtsfeld zu vergröſſern, muß man die Anordnung ſo treffen, daß π' negativ werde, weil π negativ iſt. Uebrigens wird die ganze Rechnung derjenigen ähnlich, welche für das Gregorianiſche Teleſcop mit zweyen Ocularen im 388. §. iſt angeſtellet worden. Auch der farbichte

Rand

Rand kann wegfallen, wenn π' negativ iſt, da dann die Gleichung $\pi'' - \frac{\pi'\gamma}{d} = 0$ zu den vorigen hinzu kommt.

Anſtatt zweyer convexen Oculargläſer kann auch ein Hohlglas dienen, wenn das zum kleinen Spiegel gehörige Bild davon weiter als der groſſe Spiegel entfernt iſt. Wenn nemlich das Hohlglas RR die nach dem Bilde Gg hinzielenden Strahlen auffängt, und GC oder c der Brennweite des Hohlglaſes gleich iſt; ſo bricht es die von einerley Punct des Objects kommenden Strahlen in die parallele Lage. Der Hauptſtrahl eAQR wird bey R in die Lage RO' ſo gebrochen, daß die mit ihm parallel ins Auge kommenden Strahlen von oben her das Auge treffen, und eben darum den Gegenſtand aufrecht vorſtellen. 150 Fig.

Bey dieſer Anordnung iſt das Spiegelteleſcop dem Galiläiſchen oder holländiſchen Fernrohr ähnlich, und zur Berechnung der Wirkung deſſelben hat man folgende allgemeine Gleichungen nöthig:

1.) $m = \frac{p\beta}{br}$, und $c = r$, 2.) $\pi q = (p + b)\varphi$,

3.) $\pi' r = \left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$, oder $\pi' = (m - 1)\varphi + \pi$, alſo des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = \frac{\pi' - \pi}{m - 1}$. Es ſind dieſelben allgemeinen Gleichungen, nach welchen man rechnen würde, wenn das Ocular convex wäre, wie der 391. §. vorausſetzte. Hier aber iſt nicht allein b, ſondern auch c = GC negativ,

negativ, auch iſt auſſer q auch r negaitv. Dabey bleibt $x' = \pi q$ poſitiv, und $x'' = \pi' r$ iſt negativ, alſo π negativ, und π' poſitiv. Demnach erhält man folgende Gleichungen;

1.) $m = \frac{p\beta}{br}$, 2.) $\pi q = (p - b)\varphi$,

3.) $- \pi' r = - \left(\frac{p\beta}{b} + c\right)\varphi + \pi c$, oder

$\pi' = (m - 1)\varphi - \pi$, und des Geſichtsfeldes Halbmeſſer $\varphi = \frac{\pi' + \pi}{m - 1}$. Der farbichte Rand kann nicht gehoben werden, weil nur ein Ocular gebraucht wird.

393. §.

Eine vom Herrn Euler angegebene Anordnung des Caſſegrainiſchen Spiegeltelescops iſt noch merkwürdig, bey welcher durch Verbindung mehrerer Oculare das Geſichtsfeld anſehnlich vergröſſert, auch der farbichte Rand gehoben wird. Der groſſe Spiegel PP würde das erſte Bild in F zuwege bringen,
147 Fig. wenn nicht der kleine in B befindliche convexe Spiegel das von dem groſſen zurückſtrahlende Licht vor der Vereinigung auffinge. Dieſer kleine Spiegel würde das zweyte Bild in G hervorbringen, allein das erſte Ocular in C fängt die dahin zielenden Strahlen abermahl vor der Vereinigung auf, und bringt das erſte wirkliche Bild in H hervor. Von daher breitet ſich das Licht über das zweyte Ocular in D aus, und das zweyte wirkliche Bild kommt in I zu Stande. Von demſelben breitet ſich das Licht über das dritte Ocular in E aus, und nach der Brechung in demſelben hat

es

es die Lage, als kämen die Strahlen nun aus dem geometriſchen Bilde in K her. Das vierte Ocular bricht endlich alle von einerley Punct des Objects herkommende Lichtſtrahlen in die unter ſich parallele Lage.

Man bemerkt leicht die Aehnlichkeit dieſer Anordnung mit dem Erdfernrohr der zweyten Art. Damit dieſe Aehnlichkeit völlig erhalten werde, muß der Hauptſtrahl $eAQR$ nach den beyden Zurückwerfungen von den Spiegeln im erſten Ocular bey R ſo gebrobrochen werden, daß er nun durch die Mitte D des zweyten Oeulars geht. Durch die Brechungen im dritten und vierten Ocular bey T und V wird er alsdenn nach den Ort des Auges O'''' hingelenkt.

Um die allgemeinen Formuln richtig anzuwenden, muß man bemerken, daß b, c, und von den hintern Vereinigungsweiten ε von den Brennweiten q negativ werde. Von den Oefnungshalbmeſſern wegen des Geſichtsfeldes iſt $x' = \pi q$ poſitiv, $x'' = \pi' r$ negativ, $x''' = \pi'' s = 0$, alſo $\pi'' = 0$, $x'''' = \pi''' t$ iſt poſitiv, und $x''''' = \pi'''' u$ negativ. Von den Oefnungsmaſſen ſind alſo π, π', π'''', negativ, $\pi'' = 0$, π''' poſitiv.

394. §.

Die Vergröſſerungszahl iſt gegeben, man ſoll für das Caſſegrainiſche Spiegelteleſcop mit vier converen Augengläſern eine vortheilhafte dem Erdfernrohr der zweyten Art ähnliche Anordnung finden.

Aufl. In den allgemeinen ſchon im 386. §. angegebenen Gleichungen nehme man b, c, ε, q, π, π', π'''', negativ, $u = f$, und $\pi'' = 0$ an: ſo erhält man

$$1.)\ m = -\frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcde}, \qquad 2.)\ \pi q = (p - b)\varphi,$$

$$3.)\ -\pi' r = -\left(\frac{p\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c,$$

$$4.)\ o = \left(\frac{p\beta\gamma}{bc} + d\right)\varphi - (\pi' - \pi)d,$$

$$5.)\ \pi''' t = \left(\frac{p\beta\gamma\delta}{bcd} - e\right)\varphi + (\pi' - \pi)e,$$

$$6.)\ -\pi'''' u = -\left(\frac{p\beta\gamma\delta\varepsilon}{bcde} - f\right)\varphi + (\pi''' - \pi' + \pi)f,$$

oder ſtatt deſſen

$$\pi'''' = (m - 1)\varphi - \pi''' + \pi' - \pi, \text{ mithin}$$

$$\varphi = \frac{\pi'''' + \pi''' - \pi' + \pi}{m - 1}.$$

Um den farbichten Rand zu heben, ſetzt man

$$\pi' + \pi''.\frac{d}{\gamma} + \pi'''.\frac{de}{\gamma\delta} + \gamma''''\frac{def}{\gamma\delta\varepsilon} = o,$$

alſo hier

$$7.)\ -\pi' + \pi'''.\frac{de}{\gamma\delta} + \pi''''.\frac{def}{\gamma\delta\varepsilon} = o.$$

Steht überdem wieder das erſte Ocular in der Oefnung des groſſen Spiegels, ſo iſt

$$8.)\ p - b = \beta - c.$$

Man ſetze die abſoluten Zahlen

$$\frac{p}{b} = P,\ \frac{\beta}{c} = Q,\ \frac{\gamma}{d} = R,\ \frac{\delta}{e} = S,\ \frac{\varepsilon}{f} = T,$$

ferner

ferner $\pi''' = \pi''''$, $\pi' = \eta \cdot \pi''''$, $\pi = \zeta\pi''''$.
Dieſe Vorausſetzungen geben

1.) $m = P.Q.R.S.T$, 2.) $\frac{3\pi''''q}{b} = (P-1)\varphi$,

3.) $\frac{\eta\pi''''r}{c} = (P.Q-1)\varphi - \zeta\pi''''$,

4.) $(P.Q.R+1)\varphi - (\eta - \zeta)\pi'''' = 0$,

5.) $\frac{\pi''''t}{e} = (P.Q.R.S-1)\varphi + (\eta - \zeta)\pi''''$,

6.) $\varphi = \frac{(2 - \eta + \zeta)\pi''''}{m - 1}$.

7.) $\eta - \frac{1}{R.S} - \frac{1}{R.S.T} = 0$,

8.) $\frac{P-1}{P}p = \frac{Q-1}{Q}\beta$.

Weil das zum dritten Ocularglaſe gehörige Bild vor demſelben liegt, ſo iſt $\frac{\varepsilon}{f} = T$ ein ächter Bruch. Dieſemnach ſey $T = \frac{1}{2}$, ſo wird $P.Q.R.S = 2m$, und $R.S = \frac{2m}{P.Q}$. Die Zahlen P und Q kann man willkührlich annehmen, erſtere ſo, daß der kleine Spiegel eine bequeme Stellung erhalte. Auch bleibt die Brennweite s des zweyten Glaſes unbeſtimmt, weil $\pi''s = 0$ iſt.

Die Gleichung n. 8. giebt $\frac{p}{\beta} = \frac{(Q-1)P}{(P-1)Q}$,

und es iſt $\frac{b}{q} = 1 - \frac{b}{\beta} = 1 - \frac{p}{P\beta}$. Wird der Werth von $\frac{p}{\beta}$ hier ſubſtituirt, ſo findet man $\frac{b}{q} = \frac{P.Q - 2Q + 1}{(P-1)Q}$, alſo $\frac{q}{b} = \frac{(P-1)Q}{(P-2)Q+1}$.

Aus n. 7.) erhält man $\eta = \frac{3}{R.S}$, weil $T = \frac{1}{2}$ iſt, alſo auch $\eta = \frac{3P.Q}{2m}$; und aus n. 2 wird $\zeta = \frac{(P-2)Q+1}{Q} . \frac{\varphi}{\pi''''}$. Wird die Gleichung n. 4. von n. 6. abgezogen, ſo findet man $(m-1)\varphi = 2\pi''' - (P.Q.R+1)\varphi$, alſo $\frac{\varphi}{\pi'''} \quad \frac{2}{m+P.Q.R}$, und es wird $\zeta = \frac{2(P-2)Q+2}{Q(m+PQR)}$.

Aus der Gleichung n. 4. wird $P.Q.R+1 = (\eta - \zeta) . \frac{\pi'''}{\varphi}$, alſo auch $P.Q.R+1 =$

$$\frac{3P.Q(m+P.Q.R)}{4m} - \frac{(P-2)Q+1}{Q},$$

und daraus folgt

$$P.Q.R(4mQ - 3P.Q^2) = m(3P.Q^2 - 4P.Q + 4Q - 4),$$

alſo

alſo $R = \frac{m(3P.Q^2 - 4PQ + 4Q - 4)}{P.Q^2(4m - 3P.Q)}$, und

$$S = \frac{2m}{PQR} = \frac{2Q(4m - 3P.Q)}{3PQ^2 - 4P.Q + 4Q - 4}.$$

Die Gleichung n. 3. giebt

$$\frac{\eta\pi'''r}{c} = (P.Q - 1)\varphi - \frac{2(P-2)Q + 2}{Q(m + P.Q.R)}.\pi''',$$

und es iſt $\pi''' = \frac{m + P.Q.R}{2}\varphi$, alſo $\frac{\eta\pi'''r}{c}$

$= (P.Q - 1)\varphi - \frac{(P-2)Q + 1}{Q}\varphi$, oder

$\frac{\eta\pi'''r}{c} = \frac{(P.Q + 1)(Q - 1)}{Q}\varphi$, mithin ferner

$\frac{r}{c} = \frac{(P.Q + 1)(Q - 1)}{Q\eta}.\frac{\varphi}{\pi'''}$. Es iſt

aber $\frac{\varphi}{\eta\pi'''} = \frac{4m}{3P.Q(m + P.Q.R)}$, alſo wird

$$\frac{r}{c} = \frac{4m(P.Q + 1)(Q - 1)}{3P.Q^2(m + PQR)}.$$

Noch hat man aus der Gleichung n. 5.)

$\frac{\pi'''t}{c} = (2m - 1)\varphi + (\eta - \zeta)\pi'''$, und aus

n. 6.) $2\pi''' = (m - 1)\varphi + (\eta - \zeta)\pi'''$. Die letzte Gleichung von der erſten abgezogen giebt

$\frac{\pi'''t}{c} - 2\pi''' = m\varphi$, mithin $\frac{t}{c} = \frac{m\varphi}{\pi'''} + 2 =$

$\frac{2m}{m + P.Q.R} + 2$, oder auch $\frac{t}{e} = \frac{4m + 2P.Q.R}{m + P.Q.R}$. Für die Stelle des Auges iſt $FO''' = \frac{u\pi'''}{m\varphi}$. Aus den Quotienten $\frac{q}{b}, \frac{r}{c}, \frac{t}{e}$ findet man ferner $\frac{\beta}{b} = \frac{\gamma}{c}, \frac{\varepsilon}{e}$, u. ſ. f. aus den bekannten Gleichungen zwiſchen den Vereinigungs-weiten und der Brennweite. Hier iſt $\frac{\beta}{b} = \frac{q}{q-b} = \frac{q:b}{q:b-1}$, $\frac{\gamma}{c} = \frac{r}{c+r} = \frac{r:c}{1+r:c}$, weil b, c, negativ ſind. Oben blieb s unbeſtimmt, alſo ſey $\frac{\delta}{d} = \vartheta$. Ueberdem iſt $\delta = \frac{sd}{d-s}$, alſo $\frac{\delta}{d} = \vartheta = \frac{s}{d-s}$, und das giebt $\vartheta d - \vartheta s = s$, alſo $\vartheta d = (1 + \vartheta) s$, und $\frac{s}{d} = \frac{\vartheta}{1+\vartheta}$. Aus $\frac{t}{e}$ findet man $\frac{\varepsilon}{e} = \frac{t}{e+t} = \frac{t:e}{1+t:e}$.

Wenn nunmehro für P, Q, und s oder ϑ vortheilhafte Werthe willkührlich gewählt werden, und für die gegebene Vergröſſerungszahl m eine ſchickliche Brennweite p des groſſen Spiegels gefunden iſt; ſo kann man alle Abmeſſungen für das Teleſcop finden.

Die

Die Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit, wenn man den Antheil wegläßt, welchen die zwey letzten Augengläſer daran haben, die nach dem zweyten Bilde folgen, iſt aus dem 317. §. folgende:

$$u = \frac{mx^3}{4p^3}\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{8} + \frac{b^2(\beta - b)^2}{8pq\beta^2} \\ + \frac{\mu cc}{pr}\left(\frac{\lambda cc}{rr} + \frac{\nu c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4} \\ + \frac{\mu d^2}{ps}\left(\frac{\lambda' dd}{ss} + \frac{\nu d}{\delta}\right)\frac{b^4c^4}{\beta^4\gamma^4}. \end{array}\right.$$

Weil für das Caſſegrainiſche Teleſcop q negativ iſt, ſo wird das zweyte Glied des zuſammen geſetzten Factors negativ. Dies läßt anfangs vermuthen, es dürften vielleicht die Zahlen λ und λ' ſo angenommen werden können, daß die poſitiven Theile ſich gegen das negative Glied aufheben. Solchergeſtalt würde das zweyte Bild von der Abweichung wegen der Kugelgeſtalt völlig frey ſeyn. Allein weil keine von den Zahlen λ, λ', negativ, auch nicht kleiner als 1 ſeyn kann; ſo iſt es in den gewöhnlichen Fällen nicht möglich, jener Bedingung ein Genüge zu leiſten. Indeſſen läßt ſich doch die Anordnung ſo treffen, daß die vom kleinen Spiegel herrührende Abweichung mit dem Antheil ſich aufhebt, den die beyden erſten Oculare daran haben: alsdenn ſetzt man

$$-\frac{b^2(\beta+b)^2}{8pq\beta^2}$$

$$+\frac{\mu cc}{pr}\left(\lambda\cdot\frac{cc}{rr}-\nu\cdot\frac{c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4}$$

$$+\frac{\mu dd}{ps}\left(\lambda'\cdot\frac{dd}{ss}+\nu\cdot\frac{d}{\delta}\right)\frac{b^4c^4}{\beta^4\gamma^4}=0.$$

Von den Zahlen λ, λ', ſetzt man eine, etwa λ, $= 1$, ſo läßt ſich die andre vermittelſt jener Gleichung finden. Iſt $\lambda = 1$ geſetzt, ſo findet man die Halbmeſſer f und g des erſten Glaſes, wenn $\frac{r}{c} = \mathfrak{C}$ iſt, vermittelſt der Gleichungen

$$f=\frac{r}{\sigma-\mathfrak{C}(\sigma-\varrho)},\quad g=\frac{r}{\varrho+\mathfrak{C}(\sigma-\varrho}.\ (290.\ \S.)$$

Werden nachher die Halbmeſſer des zweyten Oculars durch f und g verſtanden, und $\frac{s}{d} = \mathfrak{D}$ geſetzt, ſo findet man

$$f=\frac{s}{\sigma-\mathfrak{D}(\sigma-\varrho)+\tau\surd(\lambda'-1)},$$

$$g=\frac{s}{\varrho+\mathfrak{D}(\sigma-\varrho)-\tau\surd(\lambda'-1)}.$$

Man könnte auch $\lambda = \lambda'$ ſetzen, und ſo die Halbmeſſer beſtimmen: dabey ſiehet man dahin, daß keiner davon zu ſehr klein ausfallen möge.

Die Breite des kleinen Spiegels kann $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{4}$ der Breite des groſſen Spiegels betragen, und das

zweyte

zweyte Glas erhält wegen der Helligkeit den Oefnungs-halbmeſſer $\frac{bcd}{\alpha\beta\gamma}x = \frac{x}{P.Q.R}$. Die Oefnung der übrigen Oculare kommt auf die Gröſſe von π''' an. Will man eine Blendung an der Stelle des letzten Bildes anbringen, ſo iſt ihr Oefnungshalbmeſſer $= \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\varphi$.

395. §.

H. Euler hat für vier verſchiedene Werthe, der Vergröſſerungszahl m, nemlich 50, 100, 150, 200, die Berechnung in Zahlen angeſtellet, (Dioptr. Tom. II. pag. 564 ſqq.) und beym H. Klügel in der Analytiſchen Dioptrik 246. u. f. S.) findet ſich ebenfalls eine nähere Anleitung, wie man die wirkliche Berechnung in Zahlen am leichteſten anſtellen könne, und die Anwendung iſt auf die beyden Fälle gemacht, wenn $m = 50$ oder $m = 100$ ſeyn ſoll. Bey der Vorausſetzung $m = 50$ nehmen beyde $P = s$, und damit η nicht zu groß werde, $Q = 3$ an: ſo wird $R = \frac{166}{279}$ und $S = \frac{930}{83}$, $T = \frac{1}{2}$, ferner $\frac{q}{b} = \frac{6}{5}, \frac{r}{c} - \frac{992}{1233}, \frac{t}{e} = \frac{1013}{274}$. Daraus findet man

$$\frac{\beta}{b} = -b,\ \frac{\gamma}{c} = -\frac{992}{2225},\ \frac{\varepsilon}{e} = -\frac{1013}{739},$$

und es iſt $\frac{s}{d} = \frac{\vartheta}{1+\vartheta}$. Die übrige Rechnung

geht in folgender Ordnung fort

$b = -\frac{p}{P} = -0,2 \,.\, p, \ \beta = -6 \,.\, b = 1,2 \,.\, p,$

$c = -\frac{\beta}{Q} = -0,4 \,.\, p, \ \gamma = -\tfrac{992}{2225} c = 0,1783 \,.\, p,$

$d = \frac{\gamma}{R} = 0,2997 \,.\, p, \ \delta = \vartheta d = 0,2997 \,.\, \vartheta p,$

$e = \frac{\delta}{S} = 0,0267 \,.\, \vartheta p, \quad \varepsilon = -\tfrac{1013}{759} e = -$
$0,0367 \,.\, \vartheta p,$

und $f = \frac{\varepsilon}{T} = 0,0733 \,.\, \vartheta p.$

Ferner findet man für das Geſichtsfeld $\phi =$
$\frac{2\,\pi'''}{m + P \,.\, Q \,.\, R} = \frac{93 \,.\, \pi'''}{2740}$, und die Brennweiten
$q = \tfrac{6}{5} b = -0,24 \,.\, p, \ r = -\tfrac{992}{1233} c = 0,3218 \,.\, p,$
$s = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} d = 0,2997 \,.\, \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \,.\, p,$
$t = \tfrac{1013}{274} e = 0,0989 \,.\, \vartheta p, \ u = f = 0,0733 \,.\, \vartheta p.$
Die Entfernungen der Spiegel und Gläſer ſind
147 Fig. $AB = 0,8 \,.\, p = BC, \quad CD = 0,4780 \,.\, p,$
$DE = 0,2564 \,.\, \vartheta p, \quad EF = 0,0367 \,.\, \vartheta p.$
Die Entfernung des Auges

$$FO'''' = \frac{\pi''' u}{m \phi} = 0,6 \,.\, u.$$

Weiter iſt $\eta = \frac{3 \,.\, P \,.\, Q}{2m} = 0,45, \ \zeta =$

$\frac{10}{3} \cdot \frac{93}{2740} = \frac{31}{274}$, die halbe Oefnung des Objectivſpiegels, wenn man Schorts Teleſcop (389. §.) zum Muſter nimmt, $x = \frac{1}{10} m = 1$ Zoll, oder noch lieber etwas gröſſer. Für den kleinen Spiegel iſt $\pi q = \frac{1}{5} x$, wenn der Halbmeſſer des Lochs im groſſen Spiegel dieſe Gröſſe hat. Eben ſo groß iſt alſo auch der Oefnungshalbmeſſer des erſten Glaſes $\pi' r = \eta \pi''' r = 0{,}1448 \cdot \pi''' \cdot p$. Wird nun $x = 1$ Zoll genommen, ſo giebt das $0{,}1448 \cdot \pi''' \cdot p = 0{,}2$ Zoll, mithin $\pi''' = \frac{1000}{724 p}$. Nach dem Muſter des eben erwehnten Schortſchen Teleſcops muß man $p = 9{,}6 \sqrt[3]{\frac{50^4}{56^4}} = 8{,}6$ Zoll (nach H. Klügel 8,4 Zoll) nehmen. Das giebt

$$\pi''' = \frac{1000}{724 \cdot 8{,}4} \text{ Zoll} = \frac{1}{6{,}0816}, \text{ und}$$

$$\varphi = \frac{93 \cdot 3438}{2740 \cdot 6{,}0816} = 19' \; 10''.$$

Um die Halbmeſſer der Flächen für die beyden erſten Oculare zu finden, ſucht man die Zahlen λ und λ' aus der Gleichung

$$- \frac{b^2 (\beta + b)^2}{8 p q \beta^2} + \frac{\mu c^4 b^4}{p r^3 \beta^4} \lambda - \frac{\mu \nu c^3 b^4}{\gamma \cdot p r \beta^4}$$

$$+ \frac{\mu d^4 b^4 c^4}{p s^3 \beta^4 \gamma^4} \lambda' + \frac{\mu \nu d^3 b^4 c^4}{p s \delta \beta^4 \gamma^4} = 0.$$

Es iſt aber $\frac{b}{p} = 0{,}2$, $\frac{b}{q} = \frac{5}{6}$, alſo $\frac{bb}{pq}$

=

$= \frac{1}{6}$, $\frac{\beta + b}{\beta} = 1 + \frac{b}{\beta} = \frac{7}{6}$, mithin der

erſte negative Theil $= \frac{49}{8 \cdot 6^3} = 0{,}02835$.

Ferner findet man

$l\mu = 9{,}9722913 - 10$	$l\frac{c}{r} = 0{,}0944514$
$l\frac{c}{p} = 9{,}6020600 - 10$	$l\frac{\beta}{b} = 0{,}7781512$
$3l\frac{c}{r} = 0{,}2833542$	$l\frac{b}{\beta} = 9{,}2218487 - 10$
$4l\frac{b}{\beta} = 6{,}8873948 - 10$	$l\frac{c}{\gamma} = 0{,}3508183$
$6{,}7451003 - 10$	
zugeh. Zahl 0,000556	

$$\log. \nu = 9{,}3667821$$

$$l\frac{c}{\gamma} = 0{,}3508183$$

$$l\frac{\mu c^4 b^4}{p r^3 \beta^4} = 6{,}7451003$$

$$6{,}4627007$$

$$2l\frac{c}{r} = 0{,}1889028$$

$$6{,}2737979$$

die zugehörige Zahl $= 0{,}000188$.

Weil

Weil die letzten beyden Glieder der Gleichung von ϑ abhängen, ſo muß ϑ beſtimmt werden. Setzt man $\vartheta = 1$, ſo wird die Summe der poſitiven Theile zu groß, als daß ſie von den negativen könnte aufgehoben werden, weil λ und λ' nicht kleiner als 1 ſeyn können. Es ſey alſo $\vartheta = 2$, ſo wird $\frac{d}{\delta} = \frac{1}{2}$, $\frac{d}{s} = \frac{3}{2}$, und man rechnet auf folgende Art weiter

$$l\mu = 9{,}9722913 \qquad l\frac{d}{p} = 9{,}4767378$$

$$l\frac{d}{p} = 9{,}4767378 \qquad l\frac{d}{s} = 0{,}1760913$$

$$3l\frac{d}{s} = 0{,}5282739 \qquad l\frac{d}{\delta} = 9{,}6989700$$

$$4l\frac{bc}{\beta\gamma} = 8{,}2906680 \qquad l\frac{b}{\beta} = 9{,}2218487$$

$$8{,}2679710 \qquad l\frac{c}{\gamma} = 0{,}3508183$$

zugeh. Zahl $= 0{,}018534$

$$l\frac{bc}{\beta\gamma} = 9{,}5726670$$

$$l\nu = 9{,}3667821$$

$$l\frac{d}{\delta} = 9{,}6989700$$

$$8{,}2679710$$

$$7{,}3337231$$

$$2l\frac{d}{s} = 0{,}3521826$$

$$6{,}9815405$$

die zugehörige Zahl $= 0{,}000958$.

Man

Man erhält alſo folgende Gleichung

$$\left.\begin{array}{l} -0{,}02835 \\ -0{,}000188 \\ +0{,}000958 \end{array}\right\} + 0{,}000556 \cdot \lambda + 0{,}018534 \cdot \lambda' = 0.$$

oder $2758 = 56 \cdot \lambda + 1853 \cdot \lambda'$.

Wenn nun $\lambda = 1$ geſeßt wird, ſo findet man $\lambda' = 1{,}458$, alſo $\surd(\lambda' - 1) = 0{,}6766$, $\tau\surd(\lambda' - 1) = 0{,}6124$. Ferner für das erſte Ocular

$$f = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{2{,}7832} = 0{,}1156 \cdot p$$

$$g = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = -\frac{r}{0{,}9650} = -0{,}3335 \cdot p.$$

Der vordere Halbmeſſer fällt etwas klein aus, und es hätte auch $\lambda = \lambda''$ geſeßt werden können. Wird endlich für das zweyte Ocular $\mathfrak{D} = \frac{s}{d} = \frac{2}{3}$ geſeßt, ſo findet man

$$f = \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) + \tau\surd(\lambda' - 1)} = \frac{s}{1{,}2821} = 0{,}1558 p$$

$$g = \frac{s}{\varrho + \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) - \tau\surd(\lambda' - 1)} - \frac{s}{0{,}5361} = 0{,}3727 \cdot p.$$

Die übrigen beyden Oculare werden des Geſichtsfeldes wegen gleichſeitig gemacht. Das zweyte Glas erhält wegen der Helligkeit eine Oefnung im Halbmeſſer $= \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma} = \frac{x}{P.Q.R} = \frac{93}{830} x = \frac{1}{9} x$ beynahe.

nahe. Für eine Blendung an der Stelle des letzten Bildes wäre der Oefnungshalbmeſſer $= \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcd}\,\varphi$.

Der XX. Abſchnitt.

Vollſtändigere Theorie der Microſcope.

396. §.

Einfache Microſcope heiſſen nicht nur diejenigen, welche aus einer einzigen Linſe beſtehen, ſondern auch ſolche die aus mehrern ganz nahe zuſammengeſtellten Linſen ſo angeordnet ſind, daß man ſie als ein einziges Glas betrachten kann. Zuſammengeſetzte Microſcope haben die Aehnlichkeit mit Fernröhren, daß ſie aus einem Objectiv und einem oder mehreren zu weit davon entfernten Ocularglăſern beſtehen, als daß man dieſe alle zuſammen als ein einziges Glas betrachten könnte. Man kann alſo die zuſammengeſetzten Microſcope eben ſo wie die Fernröhre in drey Claſſen theilen, nachdem entweder in denſelben gar kein wirkliches Bild, oder nur eins entſteht, oder auch nachdem zwey wirkliche Bilder darin zu Stande kommen.

397. §.

Beym Gebrauch der einfachen Glaslinſe wird das Auge hart daran gehalten, und das Object wird um die Brennweite davon entfernt. Wenigſtens iſt

dies

dies die Entfernung für Augen, die gut in die Ferne ſehen, und auf dieſen Fall wird die Berechnung der Microſcope, ſo wie die Berechnung der Fernröhre, eingerichtet. Der Kurzſichtige rückt das Object dem Glaſe um ein weniges näher. Die Vergrößſerungszahl wäre dem 236 §. gemäß $m =$

118 Fig. $\frac{nr(a+c)}{nr(a+c)-(n-1)(a+r)c}$, und $a =$ AP müßte der Brennweite der Linſe gleich angenommen werden.

Die Entfernung des Objects vom Auge iſt GP $= a + c$, und wenn dieſe kleiner iſt, als diejenige Entfernung h von etwa 8 Zollen, in der wir ſonſt kleine Objecte deutlich ſehen; ſo wird dem 227. §. gemäß für das Microſcop die Vergrößſerungszahl M $= \frac{h}{a+c} m$. Für eine gläſerne Kugel wäre M $= \frac{5}{3} \cdot \frac{h}{a+c}$, und in andern Fällen iſt gewöhnlich c in Vergleichung mit a ſo klein, daß die Zahl m ſehr wenig gröſſer als 1 wird, und M $= \frac{h}{a+c}$ geſetzt werden kann.

398. §.

Damit der Strahl LMGH aus dem Punct L
118 Fig. das Auge treffen könne, muß die halbe hintere Oeffnung der Linſe nicht kleiner als AM ſeyn. Es ſey AM $= x$, PGL $= \varphi$, ſo iſt CGH $= m\varphi$. Aber auch CGH $= n$ CGK $= n$ FGM (236. §.), alſo

$m\varphi$

$m\varphi = n\,\mathrm{FGM}$. Weiter iſt FGM oder AGM $= \frac{x}{c}$, alſo $m\varphi = \frac{nx}{c}$, und $\varphi = \frac{nx}{mc}$. Ueberdem ſey PL $= z$, AP $= a$, ſo iſt $z = (a + c)\varphi$, und $\varphi = \frac{z}{a + c}$. Beyde Werthe von φ gleich geſetzet geben $\frac{z}{a + c} = \frac{nx}{mc}$, alſo $z = \frac{a + c}{c} \cdot \frac{nx}{m}$.

Hinführo ſetze man $m = 1$, ſo lange von ſolchen Linſen die Rede iſt, deren Dicke in Vergleichung mit den Halbmeſſern ihrer Flächen ſehr klein iſt; alsdenn hat man $\mathrm{M} = \frac{h}{a + c}$, alſo $a + c = \frac{h}{\mathrm{M}}$, und man erhält $z = \frac{nhx}{\mathrm{M}c}$. So groß iſt der Halbmeſſer von dem ſichtbaren Stück des Objects, ſo weit es das Microſcop faſſet.

399. §.

Was in der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit im 302. §. die Zahl m war, das iſt hier $\frac{a + c}{h} \cdot \mathrm{M}$. Es ſey derſelbe $= u$, ſo iſt für die einfache Glaslinſe

$$u = \frac{(a + c)\,\mathrm{M}x^3}{4h} \cdot \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{a\alpha}\right),$$

und hier iſt $\alpha = \infty$, $\mathrm{M}\,(a + c) = h$; alſo wird

$u = \frac{\mu \lambda x^3}{4 p^3}$. Aus der Erfahrung muß man wiſſen, wie groß u ohne Nachtheil des deutlichen Sehens ſeyn kann, ſo findet man den Oefnungshalbmeſſer $x = p \sqrt[3]{\frac{4u}{\mu\lambda}}$.

H. Euler ſetzt $u = \frac{1}{4k^3}$, und das giebt $x = \frac{p}{k} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu\lambda}}$, oder auch $x = \frac{h}{Mk} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu\lambda}}$. Nach H. Euler muß für Microſcope $k = 20$ ſeyn, für Teleſcope aber müſte $k = 40$ bis 50 angenommen werden. Das will ſagen, für Microſcope muß der Halbmeſſer der Undeutlichkeit nicht gröſſer ſeyn, als $\frac{3438 \cdot 60}{32000}$ oder $6\frac{7}{16}$ Secunden. Man ſehe davon oben den 302. §. nach.

Setzt man das mittlere Brechungsverhältniß zum Grunde, alſo $n = 1,55$, ſo iſt $\mu = 0,9381$, und wenn das Glas gleichſeitig iſt, $\lambda = 1,63$. (303. 340. §.) Wird überdem $h = 8$ Zoll, und $k = 20$ angenommen, ſo giebt das $x = \frac{0,3472}{m}$ Zoll. Wenn aber $\lambda = 1$ geſetzt wird, ſo iſt $x = \frac{0,4084}{m}$ Zoll. Alsdenn iſt der Vorderfläche Halbmeſſer $f = \frac{p}{0,1908} = \frac{41,93}{m}$ Zoll, der Hinterfläche

Halb-

Halbmeſſer $g = \frac{p}{1{,}6274} = \frac{4{,}916}{m}$ Zoll. (291. §.)

400. §.

Um die Helligkeit des Objects, wie ſie durch die Linſe erſcheint, mit der natürlichen zu vergleichen, hat man $x = my = \frac{a+c}{h} \mathrm{M} . y$. Es iſt aber $\frac{h}{a+c} = \mathrm{M}$, alſo $x = y$, und dem 242. §. gemäß $c = 400 . y^2 . \mathrm{C}$, oder hier $c = 400 . x^2 . \mathrm{C}$. Demnach iſt für das gleichſeitige Glas $c = \frac{7^2}{\mathrm{M}^2} . \mathrm{C}$, für das ungleichſeitige aber $c = \frac{8^2}{\mathrm{M}^2} . \mathrm{C}$.

Aus der folgenden vom H. Euler (Dioptr. T. III. §. 43.) mitgetheilten Tafel läßt ſich alles hieher gehörige ſehr gut überſehen.

Vergröſſ.	Brennweite.	Halbmeſſer vorderer	Halbmeſſer hinterer	halbe Oefnung	Helligkeit
10	0,800	4,193	0,492	0,048	0,6400
20	0,400	2,096	0,246	0,020	0,1600
30	0,266	1,398	0,164	0,013	0,0706
40	0,200	1,048	0,123	0,010	0,0400
50	0,160	0,839	0,098	0,008	0,0256
60	0,133	0,699	0,082	0,006	0,0176
70	0,114	0,599	0,070	0,006	0,0129
80	0,100	0,524	0,062	0,005	0,0100
90	0,088	0,466	0,055	0,004	0,0077
100	0,080	0,419	0,049	0,004	0,0064
120	0,066	0,349	0,041	0,003	0,0043
140	0,057	0,299	0,035	0,003	0,0032
160	0,050	0,262	0,031	0,002	0,0025

In der letzten Columne ſtehen hier die Zahlen, welche die Gröſſe der Helligkeit ſelbſt in Vergleichung mit der natürlichen ausdrücken, wenn dieſe = 1 geſetzt wird. Es ſind die Quadratzahlen von denjenigen, die beym H. Euler in der letzten Columne aufgeführt ſind, auch ſind hier ihre Quadratwurzeln einerley mit den Zahlen in der zweyten Columne für die Brennweite, und das hat folgenden Grund. Es muß $M = \frac{h}{a + c}$, oder $= \frac{h}{p + c}$ ſeyn, wenn p die Brennweite der Linſe bezeichnet, von der vordern Fläche des Glaſes angerechnet. Aber es iſt gewöhnlich c ſo klein, daß es keinen beträchtlichen Unterſcheid macht, ob man die Brennweite von der vordern oder hintern Fläche der Linſe an rechnet: alſo ſetzt man $M = \frac{h}{p}$, mithin auch $p = \frac{h}{M}$. Dabey nimmt man $h = 8$ Zoll an: alſo wird $p = \frac{8}{M}$, wenn die Linſe ungleichſeitig, und $\lambda = 1$ iſt. Aber dem Quadrat dieſer Zahl iſt auch die Helligkeit proportional, oder nach H. Eulers Sprachgebrauch, es iſt auch $\frac{8}{M}$ das Maaß der Helligkeit.

401. §.

Der allgemeine Ausdruck für die Vergröſſerungszahl $M = \frac{h}{a + c} \cdot m$, wird auf den Fall, wenn das einfache Microſcop eine ganze Kugel iſt, ſo angewandt. Zuerſt iſt $m = \frac{3n - 2}{n}$ (236. §.) und

$a =$

$a = p = \frac{(2-n)r}{2(n-1)}$, $c = 2r$; alſo $a + c = \frac{(2-n)r}{2(n-1)} + 2r = \frac{(3n-2)r}{2(n-1)}$, und man findet $M = \frac{2(n-1)h}{nr}$. Ueberdem iſt $a + r = \frac{(2-n)r}{2(n-1)} + r = \frac{nr}{2(n-1)}$, alſo auch $M = \frac{h}{a+r} = \frac{h}{p+r}$. Weil auch $r = \frac{2(n-1)a}{2-n}$, ſo iſt $\frac{2(n-1)}{nr} = \frac{2-n}{na}$, und man hat $M = \frac{2-n}{n} \cdot \frac{h}{a} = \frac{2-n}{n} \cdot \frac{h}{p}$.

Die Helligkeit des Objects, wie ſie durchs Microſcop erſcheint, ſey $= c$, und die natürliche Helligkeit des Objects, wie ſie in der Entfernung h vom Auge erſcheinen würde, $= C$, ſo iſt $c : C = \frac{h^2 x^2}{m^2 a^2} : \omega^2$, (240. §.) alſo hier $c : C = \frac{n^2 x^2}{(2-n)^2} : \omega^2$.

Der Halbmeſſer z von dem ſichtbaren Stück des Objects, ſoweit es das Microſcop faſſet, wird aus der allgemeinen Formul $z = \frac{a+c}{c} \cdot \frac{nx}{m}$ (398. §) gefunden, wenn man hier für die Kugel $\frac{a+c}{c} =$

 3n−2

$\frac{3n-2}{4(n-1)}$, und $m = \frac{3n-2}{n}$, alſo $\frac{n}{m} = \frac{n^2}{3n-2}$

ſetzt. Das giebt alsdenn $z = \frac{n^2 x}{4(n-1)}$.

402. §.

Im 399. §. konnte zwar der vordere Oefnungshalbmeſſer x aus der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit gefunden werden: allein eben dieſe Formul iſt nur für Linſen von ſo ſehr geringer Dicke berechnet, daß ſie in Vergleichung mit den Halbmeſſern der Flächen als verſchwindend betrachtet werden konnte. Eben darum findet ſie bey der Kugel keine Anwendung. H. Euler (Dioptr. T. III. §. 54.) findet $x = \frac{2(2-n)}{nk} \cdot \frac{h}{M} \cdot \sqrt[3]{\frac{(n-1)^2}{3n-n^2-1}}$ vermittelſt einer Rechnung, welche für die Abſicht dieſes kurzen Lehrbuches zu weitläuftig iſt, zumahl da auch die ſchicklichſte Oefnung leicht durch Verſuche gefunden werden kann. Wenn indeſſen $k = 20$, $n = 1,55$, $h = 8$ Zoll angenommen wird, ſo giebt die Euleriſche Formul $x = \frac{0,1448}{M}$ Zoll.

Wenn der Oefnungshalbmeſſer für die vordere Fläche $= x$ iſt, ſo muß derſelbe für die hintere Fläche $= \frac{nx}{2-n}$ ſeyn, wenn alles auf die vordere Oefnung fallende Licht ins Auge kommen ſoll. Denn nach der erſten Brechung bleiben die aus dem Brennpunct in der Axe auf die Kugel fallenden Strahlen divergent,

und der ſenkrechte Schnitt des ins Auge kommenden Strahlencylinders muß $= \frac{nx}{2-n}$ ſeyn, wenn das Quadrat dieſer Gröſſe mit dem Quadrat vom Halbmeſſer der Augenöfnung dividirt die Helligkeit mit der natürlichen verglichen anzeigen ſoll.

Auch für dergleichen Kugelmicroſcope hat Hr. Euler die nachſtehende kleine Tafel berechnet.

Vergröſſ.	Brennweite.	Halbmeſſer.	halb. Oefnung vordere	hintere	Helligkeit.	halb. Geſichtsf.
10	0,232	0,568	0,014	0,050	0,998	0,016
20	0,116	0,284	0,007	0,025	0,499	0,008
30	0,077	0,189	0,005	0,017	0,333	0,005
40	0,058	0,142	0,003	0,013	0,249	0,004
50	0,046	0,114	0,003	0,010	0,199	0,003
60	0,038	0,094	0,002	0,008	0,166	0,001

Die Zahlen ſind eben nicht aufs ſchärfſte nach den Formeln berechnet: auch iſt von den Zahlen in der ſechſten Columne zu bemerken, daß die Quadratzahlen davon eigentlich der Helligkeit proportional ſind.

403. §.

Wenn in A und B ein Paar kleine aus einerley Glasart verfertigte Linſen ſo nahe als möglich an einander geſtellt ſind, und alsdenn Strahlen, die aus einem Punct der gemeinſchaftlichen Axe kommen, ſo gebrochen werden, als kämen ſie aus F her; ſo werden ſie nach der Brechung im zweyten Glaſe parallel werden, wenn BF des Glaſes B Brennweite iſt. Beyde Linſen machen alsdenn ein doppeltes Microſcop der erſten Art aus, weil das Object durch 151 Fig.

 die

die Linſen betrachtet vergröſſert und deutlich geſehen werden kann. Für eine ſolche Zuſammenordnung beyder Gläſer iſt AB = BF — AF = $b - \alpha$, mithin α negativ. Die Entfernung des Objects iſt AE = a, und man ſetze AB = ηa, mithin $b = \eta a + \alpha$. Ueberdem wird die zweyte mit b zuſammengehörige Vereinigungsweite $\beta = \frac{bq}{b-q}$ unendlich groß, weil $b = q$ ſeyn muß. Auch muß $p > a$ ſeyn, damit $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ negativ werde.

404. §.

Die Vergröſſerungszahl iſt gegeben: man ſoll für das doppelte Microſcop eine vortheilhafte Anordnung finden.

Aufl. Die Farbenzerſtreuung kann man nicht aufheben, aber die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt läßt ſich wenigſtens ſehr vermindern. Für zwey zuſammengeordnete Gläſer iſt der Halbmeſſer der Undeutlichkeit

$$u = \tfrac{1}{4} m x^3 \left(\frac{\mu\lambda}{p^3} + \frac{\mu\nu}{p a \alpha} + \left(\frac{\mu'\lambda'}{q^3} + \frac{\mu'\nu'}{q b \beta} \right) \frac{b^4}{\alpha^4} \right),$$

und hier iſt $b = \alpha$, $\beta = \infty$, auch iſt α negativ und $\mu = \mu'$, alſo

$$u = \tfrac{1}{4} m x^3 \left(\frac{\mu\lambda}{p^3} - \frac{\mu\nu}{p a \alpha} + \frac{\mu\lambda'}{q^3} \right).$$

Ferner hat man $m = \frac{Ma}{h}$, alſo

$$u = \frac{\mu M a x^3}{4h}\left(\frac{\lambda}{p^3} - \frac{\nu}{p a \alpha} + \frac{\lambda'}{q^3}\right).$$

Damit dieſer Ausdruck ſo klein als möglich ausfalle, muß $\lambda = \lambda' = 1$ ſeyn, alſo

$$u = \frac{\mu M x^3}{4a^2 h}\left(\frac{a^3}{p^3} - \frac{\nu a^2}{p\alpha} + \frac{a^3}{q^3}\right).$$

Wenn weiter $\frac{a}{\alpha} = A$, $\frac{a}{p} = \mathfrak{A}$ geſetzt wird;

ſo iſt $u = \frac{\mu M x^3}{4a^2 h}(\mathfrak{A}^3 - \nu A . \mathfrak{A} + A^3)$, und man kann $\mathfrak{A}$ und A ſo beſtimmen, daß der Factor $\mathfrak{A}^3 - \nu A . \mathfrak{A} + A^3$ am kleinſten ausfalle. Dieſe Bedingung erfodert, daß $A = \mathfrak{A} = \frac{1}{2}$ geſetzt werde, und alsdenn hat man $u = \frac{\mu M x^3}{16 a^2 h}(1 - \nu)$. Ferner iſt nun $\alpha = 2a$, und $p = 2a$, $b = (2 + \eta) a$, und $q = b = (2 + \eta) a$.

Für dieſe zwey Gläſer wäre $m = \frac{\alpha}{q}$ (225. §.), alſo iſt $M = \frac{h}{a} : \frac{\alpha}{q}$. Ueberdem iſt $\pi q = (b - \alpha)\Phi$, alſo $\pi q = \eta a \Phi$, und $z = a\Phi = \frac{\pi q}{\eta}$, alſo $z = \frac{\pi (2 + \eta) a}{\eta}$, da dann $\pi = \frac{1}{5}$ angenommen werden kann. Wegen der Helligkeit hat die zweyte Linſe den Oefnungshalbmeſſer $\frac{bx}{\alpha}$ (217. §.)

$= \frac{2 + \eta}{2} x$ und die Entfernung des Auges BO $=$ $\frac{\pi q}{m \varphi}$ (228. §.) $= \frac{\eta a}{m}$. Statt m ſetzt man $\frac{aM}{h}$, ſo wird BO $= \frac{\eta h}{M}$.

Weil b oder q ſehr nahe $= \alpha$ iſt, ſo iſt hier $m = \frac{\alpha}{q}$ ſehr nahe $= 1$, und $a = \frac{h}{M}$. Setzt man dieſen Werth ſtatt a, ſo wird der Halbmeſſer der Undeutlichkeit $u = \frac{\mu (1 - \nu) M^3 x^3}{16 h^3}$. Wird eben derſelbe Halbmeſſer $= \frac{1}{4k^3}$ geſetzt, ſo giebt das $\frac{1}{k^3} = \frac{2\mu (1 - \nu) M^3 x^3}{8h^3}$, und man findet $x =$ $\frac{2h}{Mk} \sqrt[3]{\frac{1}{2\mu (1 - \nu)}}$, alſo $x = \frac{1,7712 h}{mk}$. Die Vergleichung mit dem 399. §. ergiebt, daß dieſer Oefnungshalbmeſſer beynahe ſo groß als für die einfache microſcopiſche Linſe ausfalle, ohngefehr in dem Verhältniß 12 : 7. Wird $k = 20$, $h = 8$ Zoll geſetzt, ſo iſt $x = \frac{0,708}{M}$ Zoll.

Wegen der Helligkeit iſt die halbe Oefnung der zweyten Linſe $= \frac{11}{10} x$, wenn man $\eta = \frac{1}{5}$ ſetzt. Wäre die Linſe gleichſeitig, ſo könnte ihre halbe Oefnung wegen des Geſichtsfeldes $= \frac{1}{5} q$ ſeyn, alſo $= \frac{1}{5}$

$(2+\eta)a = \frac{2}{5}\cdot\frac{h}{M}$. Bey der Vorausſetzung $h = 8$ Zoll wäre alſo $\frac{1}{5}q = \frac{16}{5m}$ Zoll: allein H. Euler nimmt die halbe Oefnung der zweyten Linſe nur $= \frac{11}{10}x$, damit ſie nicht wegen der gröſſern Breite zu ſtarck von Dicke ausfallen möge.

Noch muß man die Halbmeſſer für die ſphäriſchen Flächen dieſer Linſen ſuchen. Weil $\lambda = \lambda' = 1$, und $\frac{p}{a} = 2$ geſetzt iſt, ſo hat man aus dem 290. §. $f = \frac{p}{2\varrho - \sigma}$, und $g = \frac{p}{2\sigma - \varrho}$. Wird alsdenn $n = 1{,}55$ angenommen, ſo hat man $f = -\frac{p}{1{,}246}$, $g = \frac{p}{3{,}064}$ für die erſte Linſe. Weil ferner für die zweyte Linſe $\beta = \infty$ iſt, ſo iſt für dieſe $f = \frac{q}{\varrho} = \frac{q}{0{,}1907}$, $g = \frac{q}{\sigma} = \frac{q}{1{,}6274}$.

405. §.

Es ſey $\eta = \frac{1}{5}$, $h = 8$ Zoll, $k = 20$, ſo ergiebt ſich für das doppelte Microſcop der erſten Art die folgende Anordnung.

Die Entfernung des Objects $a = \frac{7{,}273}{M}$ Zoll;

Brenn-

Brennweite der erſten Linſe $p = \frac{14,546}{M}$ Zoll,

Halbmeſſer der Vorderfläche $= - \frac{11,674}{M}$ Zoll,

Halbmeſſer der Hinterfläche $= + \frac{4,747}{M}$ Zoll,

halbe Oefnung der erſten Linſe $x = \frac{0,651}{M}$ Zoll,

ihr Abſtand von der zweyten $\frac{1}{5} a = \frac{1,455}{M}$ Zoll,

Brennweite der zweyten Linſe $q = \frac{16,001}{M}$ Zoll,

Halbmeſſer der Vorderfläche $= \frac{83,906}{M}$ Zoll,

Halbmeſſer der Hinterfläche $= \frac{9,832}{M}$ Zoll.

Die halbe Oefnunng dieſer zweyten Linſe könnte des Geſichtsfeldes wegen auf $\frac{1}{5}$ des kleinern Halbmeſſers angenommen werden, allein H. Euler macht ſie nur um ein weniges gröſſer als die halbe Oefnung der vordern Linſe. Sie iſt wegen der Helligkeit $\frac{b}{\alpha} x$ $= \frac{2 + \eta}{2} x = \frac{11}{10} x = \frac{0,7161}{M}$, und der Halbmeſſer von dem ſichtbaren Stück des Objects $z = \frac{3,58}{M}$ Zoll, wenn die Oefnung der hintern Linſe nur ein weniges gröſſer iſt, als die Oefnung der vordern.

Wenn

Wenn man den Lichtverluſt wegen der mehrern Zurückwerfung von beyden Linſen nicht rechnet, ſo iſt die Helligkeit beym Gebrauch dieſer doppelten Linſe doppelt ſo groß, als beym Gebrauch der einfachen.

406. §.

Man kann auf ähnliche Art auch drey aus einerley Glasart verfertigte Linſen ganz nahe hinter einander ſtellen, und ein dreyfaches Microſcop zuwege bringen. Aus dem Punct E der gemeinſchaftlichen Axe dreyer hinter einander geſtellten Gläſer A, B, C, fällt auf das vordere Glas ein Lichtkegel, und die dazu gehörigen Strahlen liegen nach der Brechung ſo, als kämen ſie aus dem Zerſtreuungspunct F her. Das zweyte Glas B bricht ſie in die Lage, als wenn ſie von dem Zerſtreuungspunct G herkämen: das dritte Glas C aber bricht ſie in die mit der Axe parallele Lage. Der Hauptſtrahl eA, welcher das zweyte Glas in Q trift, ſtößt nach der Brechung in dieſem zweyten Glaſe mit dem dritten in R unterhalb der Axe zuſammen, und in O′ muß das Auge ſtehen. Bey dieſer Zuſammenſetzung dreyer Linſen, iſt AB $= b - \alpha$, BC $= c - \beta$, alſo ſind α und β negativ, γ iſt $= \infty$, alſo $c = r$. Ferner iſt auch π' negativ, weil CR $= \pi' r$ negativ iſt, und r poſitiv bleibt. Ueberdem muß $p > a$, $q > b$ ſeyn, damit $\alpha = \frac{ap}{a-p}$, und $\beta = \frac{bq}{b-q}$ negativ werde. 152 Fig.

407. §.

Die Vergröſſerungszahl iſt gegeben, man ſoll für das dreyfache Microſcop eine vortheilhafte Anordnung finden. 152 Fig.

Aufl.

Aufl. Aus dem 302. §. hat man für drey Gläſer den Halbmeſſer der Undeutlichkeit, und man muß die Abmeſſungen für die Linſen ſo annehmen, daß derſelbe ſo klein ausfalle, als möglich. Dieſemnach ſey zuförderſt $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$, und weil die Entfernungen zwiſchen den Linſen ſehr klein ſind, ſo iſt ſehr nahe $b = \alpha$, $c = \beta$. Nach dieſen Vorausſetzungen beſtimme man die Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit, und nehme zugleich α, β, negativ, und $\gamma = \infty$ an; ſo wird

$$u = \tfrac{1}{4}\mu m x^3 \left(\frac{1}{p^3} - \frac{\nu}{pa\alpha} + \frac{1}{q^3} - \frac{\nu}{qb\beta} + \frac{1}{r^3}\right).$$

Schreibt man noch $\frac{Ma}{h}$ ſtatt m, ſo erhält man auch

$$u = \frac{\mu M x^3}{4a^2h}\left(\frac{a^3}{p^3} - \frac{\nu a^2}{p\alpha} + \frac{a^3}{b^3}\left(\frac{b^3}{q^3} - \frac{\nu b^2}{q\beta} + \frac{b^3}{r^3}\right)\right).$$

Setzt man ferner $q = 2b$, und $r = \beta = 2b$, ſo wird $\frac{b^3}{q^3} - \frac{\nu b^2}{q\beta} + \frac{b^3}{r^3} = \frac{1-\nu}{4}$, und

$$u = \frac{\mu M x^3}{4a^2h}\left(\frac{a^3}{p^3} - \frac{\nu a^2}{p\alpha} + \frac{a^3}{b^3}\cdot\frac{1-\nu}{4}\right).$$

Wird wiederum $\frac{a}{p} = \mathfrak{A}$, $\frac{a}{\alpha} = A$ geſetzt, ſo iſt der eingeſchloſſene vieltheilichte Factor $\mathfrak{A}^3 - \nu\mathfrak{A}A + \frac{1}{4}(1-\nu)A^3$, und derſelbe erhält den kleinſten Werth, wenn man $A = \frac{2}{3}$ und $\mathfrak{A} = \frac{1}{3}$ ſetzt: alsdenn wird $\alpha = \frac{3}{2}a$, und $p = 3a$, auch erhält man

$$u = \frac{\mu M x^3}{4a^2h}\left(\tfrac{3}{27} - \tfrac{8}{27}\nu\right).$$

Beyde

Beyde Entfernungen zwiſchen den Linſen können gleich groß angenommen werden, jede $= \eta a$, ſo iſt $b = (\frac{3}{2} + \eta) a$, $\beta = q = 2b = (3 + 2\eta) a$, $c = \beta + \eta a = 3(1 + \eta) a = r$. Die Vergröſſerungszahl iſt $M = \frac{h}{a} m = \frac{h\alpha\beta}{abc}$, und $\frac{\alpha}{b} = \frac{3}{3 + 2\eta}$, $\frac{\beta}{c} = \frac{3 + 2\eta}{3(1 + \eta)}$, alſo $M = \frac{1}{1 + \eta} \cdot \frac{h}{a}$, und $a = \frac{1}{1 + \eta} \cdot \frac{h}{M}$.

Aus den beyden allgemeinen Gleichungen 1.) $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, und 2.) $\pi' r = \left(\frac{\alpha\beta}{b} - c\right)\varphi + \pi c$, oder $\pi' = \left(\frac{\alpha\beta}{br} - 1\right)\varphi + \pi$, weil hier $c = r$ iſt, wird den übrigen hieſigen Vorausſetzungen gemäß 1.) $\pi q = (b - \alpha)\varphi$, und 2.) $\pi' = \left(1 - \frac{\alpha\beta}{br}\right)\varphi - \pi$. Statt der erſten iſt alsdenn $\pi q = \eta a \varphi$, und das giebt $\pi = \frac{\eta a}{q}\varphi = \frac{\eta}{3 + 2\eta}\varphi$. Aus der zweyten wird $\pi' = \frac{Ma}{h}\varphi + \pi - \varphi$, und es iſt $\frac{Ma}{h} = \frac{1}{1 + \eta}$, folglich wird $\pi' = \left(\frac{1}{1 + \eta} + \frac{\eta}{3 + 2\eta} - 1\right)\varphi$ $= \left(\frac{1}{1 + \eta} - \frac{3 + \eta}{3 + 2\eta}\right)\varphi$, oder

$\pi' =$

$\pi' = -\frac{\eta(2+\eta)}{(1+\eta)(3+2\eta)}\varphi$. Weil $\varphi = \frac{(3+2\eta)\pi}{\eta}$ war, ſo iſt $\pi' = -\frac{2+\eta}{1+\eta}\pi$, und $\pi = -\frac{1+\eta}{2+\eta}\pi'$, alſo $\pi < \pi'$.

Man ſetze $u = \frac{\mu M x^3}{27 \cdot 4a^2h}(3-8\nu) = \frac{1}{4k^3}$, und $a = \frac{h}{M}$, ſo iſt $\frac{1}{k^3} = \frac{\mu M^3 x^3}{27h^3}(3-8\nu)$, mithin $x = \frac{3h}{Mk}\sqrt[3]{\frac{1}{\mu(3-8\nu)}}$. Wenn alſo $k = 20$, $h = 8$ Zoll angenommen wird, ſo giebt das $x = \frac{1,174}{M}$ Zoll. Die Halbmeſſer f und g der Linſen geben folgende Gleichungen.

Für die erſte Linſe

$$f = \frac{p}{\sigma - 3(\sigma - \varrho)} = -\frac{p}{2,6827},$$

$$g = \frac{p}{\varrho + 3(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{4,5008}.$$

Für die zweyte Linſe

$$f = \frac{q}{\sigma - 2(\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,2460},$$

$$g = \frac{q}{\varrho + 2(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0641}.$$

Für

Für die dritte Linſe

$$f = \frac{r}{\varrho} = \frac{r}{0,1907}, \quad g = \frac{r}{\sigma} = \frac{r}{1,6274}.$$

Weil die dritte Linſe, wie vorher beym doppelten Microſcop die zweyte, faſt planconvex ausfällt, und ihr kleinſter Halbmeſſer nicht viel über die Hälfte der Brennweite beträgt, ſo darf man für π' nur höchſtens $\frac{1}{8}$ nehmen. Das giebt alsdenn $\pi = \frac{1+\eta}{8(2+\eta)}$, alſo $\varphi = \frac{(1+\eta)(3+2\eta)}{8\eta(2+\eta)}$, und $z = a\varphi = \frac{1}{1+\eta} \cdot \frac{h}{M}\varphi$, oder $z = \frac{3+2\eta}{8\eta(2+\eta)} \frac{h}{M}$.

Die halbe Oefnung der zweyten Linſe wegen des Geſichtsfeldes iſt $\pi q = \frac{1+\eta}{8(2+\eta)} q = \frac{3+2\eta}{8(2+\eta)} \cdot \frac{h}{M}$, und wegen der Helligkeit $\frac{b}{\alpha} x = \frac{3+2\eta}{3} x = \frac{3+2\eta}{3M}$. Wenn es die Krümmung erlaubt, ſo nimmt man von beyden die Summe. Für die dritte Linſe iſt wegen des Geſichtsfeldes die halbe Oefnung $\frac{1}{8} r = \frac{3}{8} \cdot \frac{h}{M}$, wegen der Helligkeit $\frac{bc}{\alpha\beta} x = \frac{h}{M\alpha} x = \frac{1+\eta}{M}$ Zoll. Doch kann wegen der Krümme nicht von beyden die Summe genommen

werden. Die Helligkeit findet man wie gewöhnlich aus y, wenn $y = \frac{x}{m} = \frac{hx}{Ma}$ genommen wird.

408. §.

Die Entfernung der Linſen ſey wie vorhin $\frac{1}{5}a$, ſo ergiebt ſich folgende Anordnung des aus dreyen Linſen zuſammengeſetzten Microſcops der erſten Art, wenn die übrigen ſchon gefundenen Beſtimmungen bleiben.

Entfernung des Objects $a = \frac{6{,}666}{M}$ Zoll,

Brennweite der erſten Linſe $p = \frac{20}{M}$ Zoll,

Halbmeſſer der Vorderfläche $= -\frac{7{,}455}{M}$ Zoll,

Halbmeſſer der Hinterfläche $= +\frac{4{,}444}{M}$ Zoll,

halbe Oefnung beynahe $= \frac{1}{m}$ Zoll.

Entfernung v. d. zweyten Linſe $= \eta a = \frac{1{,}333}{M}$ Zoll,

Brennweite der zweyten Linſe $q = \frac{22{,}666}{M}$ Zoll,

Halbmeſſer der Vorderfläche $= -\frac{18{,}191}{M}$ Zoll,

Halbmeſſer der Hinterfläche $= \frac{7{,}397}{M}$ Zoll,

die

die halbe Oefnung $= \frac{1,85}{M}$ Zoll,

es iſt $\frac{1}{4}$ des kleinern Halbmeſſers.

Brennweite der dritten Linſe $r = \frac{24}{M}$ Zoll,

Halbmeſſer der Vorderfläche $= \frac{125,85}{M}$ Zoll,

Halbmeſſer der Hinterfläche $= \frac{14,747}{M}$ Zoll,

halbe Oefnung . . . $= \frac{3,687}{M}$ Zoll,

Maaß der Helligkeit $y^2 = \left(\frac{1,2}{M}\right)^2$ Zoll,

Der Halbmeſſer vom ſichtbaren Stück

des Gegenſtandes . . $z = \frac{7,73}{M}$ Zoll.

Auch dies dreyfache Microſcop hat wiederum ſeine Vorzüge vor dem doppelten, ſowohl wegen des gróſſern Geſichtsfeldes, als auch wegen der Helligkeit. Hr. Euler hat noch ein vierfaches Microſcop berechnet, das vor dem dreyfachen noch Vorzüge wegen der gróſſern Deutlichkeit haben würde: allein bey ſtarken Vergróſſerungen würde die Entfernung des Objects zu ſehr klein ausfallen, auch die Entfernung der Linſen von einander ſo klein, daß es ſchwerlich móglich ſeyn mógte, die Linſen ſo dünne zu ſchleiſen, als es nach der Rechnung ſeyn müſte.

409. §.

Die Rechnungen, welche die Herrn Euler und Klügel über die Anordnung eines ſolchen Microſcops angeſtellet haben, das aus zweyen oder dreyen ganz nahe aneinander geſtellten Linſen aus verſchiedenen Glasarten, um die Farbenzerſtreuung zu heben, zuſammen geſetzt wäre, ergeben, daß zuviele Schwierigkeiten dabey eintreten. Die Brennweiten der einzelnen Linſen werden gegen die Brennweite des aus ihnen zuſammengeſetzten Microſcops zu klein, auch die Entfernung der Linſen fällt gar zu klein aus, als daß der Künſtler das alles leiſten könnte, was den Reſultaten der Rechnung gemäß wäre. Man findet alles hieher gehörige umſtändlich abgehandelt in Hn. Eulers Dioptrica Tom. III. Sect. I. Cap. II. III. auch hat Hr. Klügel in der Analytiſch. Dioptrik §. 572 bis 579 §. einige Reſultate der Euleriſchen Rechnungen mitgetheilet. Die Abweichung wegen der Geſtalt läßt ſich ganz heben, wenn eine von den beyden oder den dreyen Linſen, die das Microſcop ausmachen ſollen, eine Hohllinſe iſt, ſelbſt alsdenn, wenn alle aus einerley Glasart gemacht werden. Denn eine von den Brennweiten iſt alsdenn negativ, und um deßwillen können die Glieder in der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit einander aufheben.

410. §.

Die Vergröſſerungszahl iſt gegeben, man ſoll für das Microſcop der zweyten Claſſe, oder das zuſammengeſetzte der erſten Claſſe eine vortheilhafte Anordnung finden.

Aufl.

Aufl. Dies Microſcop, wenn man ihm die einfachſte Einrichtung giebt, hat alle Aehnlichkeit mit dem Galiläiſchen Fernrohr. Mit dem Objectivglaſe A, welches das Bild des in E befindlichen Objects nach F wirft, iſt ein hohles Augenglas verbunden, welches in B die nach F zielenden Strahlen auffängt, und in die mit der Axe parallele Lage bricht. In den allgemeinen Gleichungen $m = \frac{\alpha}{b}$, oder $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{b}$ und $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, werden b und q negativ, alſo auch m negativ, und überdem wird $b = q$. Die zweyte Gleichung wird alsdenn $\pi q = (b - \alpha)\varphi$, und πq muß poſitiv bleiben, obgleich q negativ iſt, deßwegen muß auch π negativ ſeyn, und man hat $\pi q = (\alpha - b)\varphi$, alſo $\pi = (m - 1)\varphi$, oder $\pi = \left(\frac{Ma}{h} - 1\right)\varphi = \frac{Ma - h}{h}\varphi$, und $\varphi = \frac{h}{Ma - h}\pi$. 153 Fig.

Um das Geſichtsfeld ſo groß als möglich zu machen, müſte π ſo groß ſeyn, als es der Geſtalt des Glaſes wegen angehet: weil jedoch, wie beym Galiläiſchen Fernrohr, das Auge ganz nahe an das Ocular gehalten werden muß, ſo genügt es, wenn die Oefnung deſſelben die Augenöfnung nur um etwas ſehr weniges übertrift. Sollte der Oefnungshalbmeſſer des Oculars der halben Augenöfnung von $\frac{1}{20}$ Zoll gleich ſeyn; ſo könnte die Brennweite des Oculars $\frac{1}{4}$ Zoll ſeyn. Damit aber bey Verrückung des Auges mehr überſehen werden könne, muß q gröſſer, etwa $\frac{1}{2}$ Zoll ſeyn, und die halbe Oefnung $\frac{1}{10}$ Zoll.

Es ſey alſo $q = \frac{1}{2}$ Zoll $= b$, ſo iſt aus der erſten Gleichung $M = \frac{2h\alpha}{a}$, oder $\frac{\alpha}{a} = \frac{M}{2h} = \frac{1}{16}M$, wenn $h = 8$ Zoll iſt. Weiter hat man $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$, alſo $\frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha} = 1 + \frac{16}{M} = \frac{M+16}{M}$, und man erhält $p = \frac{Ma}{M+16}$. Will man q unbeſtimt laſſen, ſo iſt $\frac{a}{\alpha} = \frac{h}{Mq}$, $\frac{a}{p} = 1 + \frac{h}{Mq} = \frac{Mq+h}{Mq}$ und $p = \frac{Mq \cdot a}{Mq+h}$, alſo auch umgekehrt $a = \left(1 + \frac{h}{Mq}\right)p$.

Für die Helligkeit iſt $y = \frac{1}{m}x = \frac{hx}{Ma}$. Sucht man x aus der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit, die ſich hier in folgende verwandelt:

$$\frac{1}{4k^3} = \frac{\mu M x^3}{4a^2 h}\left(\lambda \cdot \frac{a^3}{p^3} + \nu \cdot \frac{aa}{p\alpha} - \lambda' \cdot \frac{a^3 q}{\alpha^4}\right),$$

in der Vorausſetzung $k = 20$, ſo wird x zu klein gefunden, als daß man die Oefnung des Objectivs ohne Nachtheil der Helligkeit ſo klein machen könnte: alſo muß man mit einem geringern Grade der Deutlichkeit zufrieden ſeyn, und die Oefnung durch Verſuche beſtimmen.

411. §.

Man könnte das eben berechnete Microſcop der zweyten Claſſe noch dadurch zu verbeſſern ſuchen, daß man das Objectiv aus mehrern Linſen zuſammen ſetzte, um die Abweichung wegen der Geſtalt, vielleicht auch die Farbenzerſtreuung, zu vermindern: allein dergleichen Verbeſſerungen laſſen ſich bey dem Microſcop der dritten Claſſe mit beſſerm Erfolge anbringen, wodurch man auch mehr vom Object zugleich überſehen kann. Die einfachſte Anordnung eines Microſcops der dritten Claſſe iſt dem Sternrohr ähnlich; mit dem Objectivglaſe in A iſt ein Sammlungsglas 154
in B als ein Augenglas verbunden, das in E befind- Fig.
liche Object hat in F ein wirkliches Bild, und von demſelben iſt das Ocular um ſeine Brennweite FB entfernt.

Die Anordnung kann auch wie beym Sternrohr (365. §.) ſo gemacht werden, daß das erſte mit 155
dem Objectivglaſe zuſammengehörige Bild nicht zur Fig.
Wirklichkeit kommt. Die nach dem erſten Bilde F zielenden Strahlen werden alsdenn vom erſten Augenglaſe B aufgefangen, welches in G ein wirkliches Bild zuwege bringt. Die von dieſem Bilde aus divergirenden Strahlen fängt das zweyte Ocular C auf, und bringt ſie in die erforderliche parallele Lage.

Mit dem zweyten Ocular C kann auch das dritte 156
D noch auf eben die Art wie beym Sternrohr (369. Fig.
§.) verbunden werden. Das zweyte Ocular C, welches die von dem Bilde G aus divergirenden Strahlen auffängt, bringt ſie in die Lage, als kämen ſie von dem geometriſchen Bilde in H her, und das dritte Ocular D bringt ſie in die erforderliche parallele Lage.

412. §.

Die Vergröſſerungszahl iſt gegeben, man ſoll für das Microſcop der dritten Art, wenn es nur mit einem Augenglaſe verſehen iſt, eine vortheilhafte Anordnung finden.

Aufl. Die Formuln für das Microſcop der zweyten Art mit einem hohlen Augenglaſe (410. §.) finden hier ebenfalls ihre Anwendung, wenn nur bemerkt wird, daß die Brennweite q, oder die Entfernung b hier daſſelbe Zeichen behalte, welches dieſe Gröſſen in den allgemeinen Formuln hatten. Demnach iſt $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q}$, $\pi q = (\alpha + b)\varphi$, und man muß in den übrigen im 410. §. daraus geſchloſſenen Formeln vor q oder b, mithin auch vor M das Zeichen ins entgegen geſetzte verwandeln, ſo hat man

$$p = \frac{Mq}{Mq + h} \cdot a, \text{ und } a = \left(1 + \frac{h}{Mq}\right)p.$$

Setzt man auch noch $\alpha = \frac{ap}{a-p}$, ſo wird $M = \frac{hp}{q(a-p)}$ geſunden, und umgekehrt $q = \frac{hp}{M(a-p)}$. Wenn man die Entfernung der Gläſer für die Länge des Werkzeuges annimmt, und dieſe = L ſetzt; ſo iſt $L = \alpha + b = \alpha + q = q\left(\frac{Ma}{h} + 1\right)$, alſo umgekehrt $M = \frac{h}{a}\left(\frac{L}{q} - 1\right)$. Bey einer anſehnlichen Vergröſſerungszahl könnte das Inſtrument

wohl eine unbequeme Länge erhalten, weßwegen alſo m nicht ſchlechthin nach Gefallen angenommen werden kann.

Aus der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu M x^3}{a^2 h}\left(\lambda . \frac{a^3}{p^3} + \nu . \frac{aa}{p\alpha} + \lambda' . \frac{a^3 q}{\alpha^4}\right)$$

beſtimmt man wie gewöhnlich x aus p, und aus x wiederum das Maaß der Helligkeit. Oder man ſiehet $m = \frac{Ma}{h}$ und y, alſo auch $x = my$ als gegeben an, und beſtimmt daraus p auf folgende Art. Man nimmt q willkührlich an, ſo hat man $\frac{a}{p} = 1 + \frac{h}{Mq}$, alſo auch $\frac{\alpha}{a} = \frac{p}{(a:p)-1}$, oder $\frac{a}{\alpha} = \frac{(a:p)-1}{p} = \frac{h}{Mpq}$. Bey einer etwas erheblichen Vergröſſerung iſt $\frac{a}{p}$ ſehr wenig gröſſer als 1, und $\frac{a}{\alpha}$ ein ziemlich kleiner Bruch. Deßwegen kann man ohne merklichen Fehler

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu M x^3}{a^2 h}\left(\lambda . \frac{a^3}{p^3} + \nu . \frac{aa}{p\alpha}\right)$$

annehmen, daraus a, und hiernächſt ferner $p = \frac{Mq}{Mq+h} . a$ ſuchen. Für das Geſichtsfeld iſt $\varphi =$

$\frac{h\pi}{Ma+h}$, und daraus wird $z = a\phi$ gefunden.

Hier muß indeſſen die beſte Verbindung des Objectivs und Oculars auch noch durch Verſuche ausfündig gemacht werden, weil es nicht genug iſt, die Abweichung wegen der ſphäriſchen Figur der Gläſer in Betrachtung zu ziehen. Die Farbenzerſtreuung iſt nicht wenig ſchädlich, deren Hebung bey Microſcopen mehr Schwierigkeiten hat, als bey Fernröhren, wie das unten folgende noch weiter ergeben wird. Gewöhnlich verſiehet man ſich bey einem Microſcop mit mehrern Objectivgläſern, um bey jedesmahliger beſondern Abſicht das ſchicklichſte zu wählen.

Um die Abweichung wegen der Geſtalt zu vermindern, wird das Objectiv ungleichſeitig gemacht, ſo daß $\lambda = 1$ ſey. Weil beynahe $\frac{p}{a} = 1$ iſt, ſo ſind alsdenn die Halbmeſſer $f = \frac{p}{\varrho} = 5{,}24 \,.\, p$, und $g = \frac{p}{\sigma} = 0{,}61 \,.\, p$. Das Ocular macht man gleichſeitig wegen des gröſſern Geſichtsfeldes, welches alsdenn erhalten werden kann: da dann $\pi = \frac{1}{4}$ oder wenigſtens $\pi = \frac{1}{5}$ angenommen wird. Uebrigens wird der Abſtand des Auges $BO = \frac{\pi q}{m\phi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi q}{M\phi}$, alſo $BO = \frac{Ma+h}{a} \cdot \frac{q}{M}$, oder $BO = q + \frac{hq}{Ma}$.

413. §.

Vermöge einer Nachricht, die Hr. Klügel in der Analytiſchen Dioptrik 274. S. ertheilet, führt

führt Emerſon an, daß ein Microſcop mit zweyen Linſen gute Dienſte leiſte, wenn $p = \frac{7}{10}$ Zoll, $\alpha = 7$ Zoll, $q = 2$ Zoll, $2x = \frac{1}{10}$ Zoll iſt, woraus $a = \frac{7}{9}$ Zoll folgt. Ferner iſt $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha}{q} = 36$, und $a\phi = \frac{1}{26}$ Zoll, wenn man das Ocular breit genug nimmt. Weiter findet man in der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit den Factor $\frac{\mu M x^3}{a^2 h} = \frac{1}{1146,25}$, der andre eingeſchloſſene Factor mit Weglaſſung des von dem Ocular herrühren den Theils iſt $= \frac{1018}{729}$, und man findet $\frac{1}{k^3} = \frac{1}{821}$, alſo $k^3 = 821$, und $k = 9,36$. Der Bogen, deſſen Länge $\frac{1}{4 \cdot 821}$ des Halbmeſſers iſt, faſſet 63 Secunden.

414. §.

Die Vergröſſerungszahl iſt gegeben, man ſoll die Abmeſſungen eines Microſcops der dritten Claſſe mit zweyen Ocularen ſo vortheilhaft finden, daß bey Vergröſſerung der Helligkeit und des Geſichtsfeldes zugleich der farbichte Rand gehoben wird.

Aufl. Man muß den folgenden allgemeinen Gleichungen ein Genüge leiſten.

1.) $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta}{bc}$, 2.) $\pi q = (\alpha + b)\phi$,

3.) $\pi' r = \left(\frac{\alpha\beta}{b} - c\right)\phi + c\pi$,

und

und wegen Vermeidung des farbichten Randes

$$4.)\ \pi + \frac{\pi' c}{\beta} = 0.$$

155 Fig. Nun iſt $AB = AF - FB = \alpha - b$, alſo b negativ, und eben darum auch M, γ iſt $= \infty$, und $c = r$. Weiter iſt π' negativ, weil $\pi' r = CR$ negativ, und r poſitiv iſt. Demnach iſt

$$1.)\ M = -\frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta}{bc},\quad 2.)\ \frac{\pi q}{b} = \left(\frac{\alpha}{b} - 1\right)\varphi,$$

$$3.)\ -\pi' = -\left(\frac{\alpha\beta}{bc} + 1\right)\varphi + \pi,\quad 4.)\ \pi - \frac{\pi' c}{\beta} = 0.$$

Es ſey $\frac{\alpha}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, $\pi = \zeta\pi'$, ſo verwandeln ſich die Gleichungen in folgende:

$$1.)\ M = \frac{h}{a} \cdot P \cdot Q,\quad 2.)\ \frac{\zeta\pi' q}{b} = (P - 1)\varphi,$$

$$3.)\ \pi' = (P \cdot Q + 1)\varphi - \zeta\pi',\quad 4.)\ \zeta = \frac{1}{Q}.$$

Aus der dritten Gleichung folgt $\varphi = \frac{(1 + \zeta)\pi'}{P \cdot Q + 1}$, und es iſt für das Geſichtsfeld am vortheilhafteſten, wofern man $\zeta = 1$ ſetzen kann. Das giebt $Q = 1$, $\beta = c = r$, und $\varphi = \frac{2\pi'}{P + 1}$, $M = \frac{h}{a} \cdot P$, oder

$$P = \frac{Ma}{h},\quad \text{und}\quad \frac{q}{b} = \frac{2(P - 1)}{P + 1}.$$

Weil P eine beträchtlich groſſe Zahl iſt, wenn man anders eine etwas erhebliche Vergröſſerung zuwege

wege

wege bringen will, ſo iſt beynahe $\frac{q}{b} = 2$, alſo $b = \frac{1}{2}q$, und $\beta = \frac{bq}{b+q} = \frac{1}{3}q$, mithin auch $c = r = \beta = \frac{1}{3}q$. Es muß demnach die Brennweite des Collectivglaſes dreymahl gröſſer ſeyn, als die Brennweite des Ocularglaſes, und die Gleichung $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ oder $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$ giebt $\frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha}$. Weil nun $\alpha = \mathrm{P} \cdot b$ und $b = \frac{1}{2}q$ war, ſo iſt $\alpha = \frac{1}{2}\mathrm{P}q$, oder $\alpha = \frac{\mathrm{M}a}{2h}q$, und $\frac{a}{\alpha} = \frac{2h}{\mathrm{M}q}$, mithin $\frac{a}{p} = 1 + \frac{2h}{\mathrm{M}q}$. Von den dreyen Gröſſen a, p, q, bleiben zwey willkührlich.

Noch hat man $\mathrm{AB} = \alpha - b = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{M}a}{h} - 1\right)q$ oder $\mathrm{AB} = \frac{3}{2}\left(\frac{\mathrm{M}a}{h} - 1\right)r$, $\mathrm{BC} = \beta + c = \frac{2}{3}q = 2r$. Der Abſtand des Auges $\mathrm{CO}' = \frac{\pi' r}{m\varphi} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi' r}{\mathrm{M}\varphi}$, oder $\mathrm{CO}' = \frac{h}{a} \cdot \frac{\mathrm{P}+1}{2} \cdot \frac{r}{\mathrm{M}}$. Man ſetze $\mathrm{P} = \frac{\mathrm{M}a}{h}$, alſo $\mathrm{P} + 1 = \frac{\mathrm{M}a + h}{h}$; ſo wird $\frac{h}{a}(\mathrm{P}+1) = \frac{\mathrm{M}a + h}{a}$, und $\mathrm{CO}' = \frac{1}{2}r \cdot \frac{\mathrm{M}a + h}{\mathrm{M}a}$.

Aus

Aus $\varphi = \frac{2\pi'}{P+1}$ findet man auch $z = a\varphi$, oder $z = \frac{2\pi' ah}{Ma + h}$. An der Stelle des wirklichen Bildes kommt eine Blendung, und ihr Halbmeſſer iſt $= \frac{\alpha\beta}{ab} z$ (217. §.) $= \frac{Mq}{3h} z$.

Die Zahl $\frac{a}{\alpha} = \frac{2h}{Mq}$ iſt nur ein kleiner Bruch, alſo iſt α gegen a mithin auch gegen p ſehr groß, und diejenigen Theile des eingeſchloſſenen Factors in der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit, welche den Bruch $\frac{p}{\alpha}$, oder gar $\frac{p^3}{\alpha^3}$, zum Factor haben, ſind kleine Brüche, weßwegen der ganze eingeſchloſſene Factor nicht viel von λ unterſchieden ſeyn kann. Wird alſo $\lambda = 1$ geſetzt, ſo iſt beynahe $\frac{\mu M a x^3}{p^3 h} = \frac{1}{k^3}$, alſo $x = \frac{p}{k} \sqrt[3]{\frac{h}{Ma}}$, weil auch beynahe $\mu = 1$ iſt. Hiernächſt iſt für die Helligkeit $y = \frac{1}{m} x = \frac{hx}{Ma}$, und weil $\lambda = 1$ geſetzt iſt, ſo wird für das Objectiv der Halbmeſſer $f = \frac{p}{0{,}1908} = 5{,}241 \,.\, p$, und $g = \frac{p}{1{,}6274} = 0{,}613 \,.\, p$, weil ſehr nahe $\frac{a}{p} = 1$ iſt. Beyde Oculare werden des Geſichts-

feldes

feldes halber gleichſeitig, und die Halbmeſſer ihrer Oefnungen ſind dem vierten Theil ihrer Brennweite gleich.

415. §.

Wenn die Brennweiten $p = \frac{1}{2}$ Zoll, $q = 1$ Zoll gegeben ſind, ſo iſt $r = \frac{1}{3}$ Zoll, das Objectiv wird beynahe planconvex, und die flache Seite wird dem Gegenſtande zugekehrt. Die beyden andern Gläſer werden gleichſeitig, und ihre Oefnungen ſo groß, als es wegen der Kugelgeſtalt ſeyn kann. Die Entfernung des zweyten Oculars vom erſten iſt für weitſichtige $\frac{2}{3}$ Zoll, das zweyte eigentliche Ocular muß für ſich beweglich bleiben, damit es nach Beſchaffenheit des Auges vom Beobachter verrückt werden könne. Der Abſtand des Auges iſt beynahe $\frac{1}{6}$ Zoll. Das übrige hängt von der Vergröſſerung ab. Die Entfernung $a = \left(\frac{1}{2} + \frac{8}{M}\right)$ Zoll, die Entfernung $AB = \frac{M}{32}$ Zoll, die halbe Oefnung des Objectivs $x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{2}{M+16}}$ Zoll, für die Helligkeit $y = \frac{16x}{M+16}$, $z = \frac{4}{M} \cdot \frac{M+16}{M+32}$ oder beynahe $z = \frac{4}{M}$ Zoll. An dem Orte des wirklichen Bildes kommt eine Blendung, wovon der Halbmeſſer $= \frac{M}{24}z = \frac{1}{6} \cdot \frac{M+16}{M+32}$ Zoll beynahe $\frac{1}{6}$ Zoll, und die ganze Blendung $\frac{1}{3}$ Zoll breit.

416. §.

416. §.

Durch Beyfügung des zweyten Oculars hinter dem wirklichen Bilde die Anordnung des Microſcops der dritten Claſſe ſo zu verändern, daß ein noch gröſſeres Geſichtsfeld zuwege gebracht werde.

156 Fig. Aufl. Die allgemeinen Gleichungen, welche bey dieſer Aufgabe ihre Anwendung finden, ſind folgende:

1.) $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma}{bcd}$, 2.) $\frac{\pi q}{b} = \left(\frac{\alpha}{b} + 1\right)\varphi$,

3.) $\frac{\pi' r}{c} = \left(\frac{\alpha\beta}{bc} - 1\right)\varphi + \pi$, und

4.) $\pi'' = \left(\frac{\alpha\beta\gamma}{bcd} + 1\right)\varphi + \pi' - \pi$.

Wegen des farbichten Randes iſt

5.) $\pi + \frac{\pi' c}{\beta} + \frac{\pi'' cd}{\beta\gamma} = 0$.

Hier iſt $AB = \alpha - b$, $BC = \beta + c$, $CD = - CH + HD = -\gamma + d$, $\delta = \infty$, $d = s$; alſo ſind b, γ, negativ, und eben ſo $\pi' r = CD$, alſo π' negativ, weil r poſitiv iſt. Dieſemnach iſt

1.) $M = \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma}{bcr}$, 2.) $\frac{\pi q}{b} = \left(\frac{\alpha}{b} - 1\right)\varphi$,

3.) $\frac{\pi' r}{c} = \left(\frac{\alpha\beta}{bc} + 1\right)\varphi - \pi$, und

4.) $\pi'' = \left(\frac{\alpha\beta\gamma}{bcd} + 1\right)\varphi - \pi' - \pi$.

$$5.)\ \pi - \frac{\pi' c}{\beta} - \frac{\pi'' cd}{\beta\gamma} = 0.$$

Man nehme $P = \frac{\alpha}{b}$, $Q = \frac{\beta}{c}$, $R = \frac{\gamma}{d}$, und $\pi = \pi' = \pi''$; ſo wird 1.) $M = \frac{h}{a} . P . Q . R$, 2.) $\frac{q\pi}{b} = (P - 1)\varphi$, 3.) $\frac{\pi r}{c} = (P . Q + 1)\varphi - \pi$, 4.) $3\pi = (P . Q . R + 1)\varphi$, 5.) $1 - \frac{1}{Q} - \frac{1}{Q . R} = 0$. Ferner ſey $R = \frac{1}{2}$, ſo iſt vermöge n. 5. $Q - 1 = 2$, und $Q = 3$, alſo weiter 1.) $M = \frac{h}{a} . \frac{3}{2}P$, und $P = \frac{2Ma}{3h}$, ſo wie 4.) $\varphi = \frac{3\pi h}{Ma + h}$, oder auch $\varphi = \frac{3\pi}{\frac{3}{2}P + 1}$. Aus n. 2.) wird $\frac{q}{b} = (P - 1)\frac{\varphi}{\pi}$ $= \frac{6(P - 1)}{3P + 2}$, und aus n. 3.) $\frac{r}{c} = (3P + 1)$ $\frac{\varphi}{\pi} = \frac{6(3P + 1)}{3P + 2} - 1$, alſo $\frac{r}{c} = \frac{15P + 4}{3P + 2}$.

Es iſt aber $P = \frac{2Ma}{3h}$ eine groſſe Zahl, alſo beynahe $\frac{q}{b} = 2$, und $\frac{r}{c} = 5$. Wenn dieſe Werthe beybehalten werden, ſo hat man weiter

$\beta = \frac{bq}{b+q}$, oder $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} + \frac{1}{b}$, und $\frac{q}{\beta}$ $= 1 + \frac{q}{b}$, alſo $\frac{q}{\beta} = 3$. Ueberdem iſt $\frac{\beta}{c}$ $= Q = 3$, alſo $\frac{q}{c} = 9$, und $\frac{q}{r} = \frac{9}{5}$, oder $r = \frac{5}{9}q$. Noch iſt $-\gamma = \frac{c \cdot r}{c - r} = -\frac{cr}{r-c}$ oder $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{c} - \frac{1}{r}$, mithin $\frac{r}{\gamma} = \frac{r}{c} - 1$, oder $\frac{r}{\gamma} = 4$. Noch iſt $\frac{\gamma}{d} = R = \frac{1}{2}$, alſo $\frac{r}{d} = 2 = \frac{r}{s}$, alſo $s = \frac{1}{2}r = \frac{5}{18}q$. Man muß q ſo annehmen, daß s nicht zu klein ausfalle, und wenn ſolchergeſtalt für b ein ſchicklicher Werth gefunden iſt, ſo kann man aus der Gleichung $\frac{q}{b}$ $= \frac{6(P-1)}{3P+2}$ den Werth von b, und daraus ferner das übrige genauer finden.

Vermöge der hier gefundenen Beſtimmungen wird $AB = (P-1)b = \frac{1}{2}(P-1)q = \frac{Maq}{3h}$ $- \frac{1}{2}q$, $BC = (Q+1)c = 4c = \frac{4}{5}r = \frac{4}{9}q$, $CD = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}s = \frac{5}{36}q$. Der Abſtand des Auges $DO'' = \frac{h}{a} \cdot \frac{\pi'' s}{M\varphi}$, und $\frac{h}{a} = \frac{2M}{3P}$,

π''

$\frac{\pi''}{\varphi} = \frac{\pi}{\varphi} = \frac{3P+2}{6}$, alſo $DO'' = \frac{3P+2}{9P} \cdot s$ beynahe $= \frac{1}{3}s$. Noch iſt $\alpha = P \cdot b = \frac{1}{2}Pq$, und $\frac{a}{p} = 1 + \frac{a}{\alpha} = 1 + \frac{2a}{P \cdot q}$, oder $\frac{a}{p}$ $= 1 + \frac{3h}{Mq}$, woraus $a = \left(1 + \frac{3h}{Mq}\right)p$ und $z = a\varphi$ gefunden wird. Der Oefnungshalbmeſſer x des Objectivs wird aus derſelben Formul beſtimmt, wie für das Microſcop mit zweyen Ocularen, wenn aus der Formul die Theile weggelaſſen werden, die von den Ocularen herrühren: alſo bleibt auch die Helligkeit dieſelbe. Die Oefnung wird übrigens wohl am beſten durch Verſuche gefunden, wie auch vorhin ſchon erinnert iſt. Das Objectiv wird faſt planconvex, die Oculare werden gleichſeitig, und ihre Oefnungen der halben Brennweite gleich gemacht. Eine Blendung an dem Orte des wirklichen Bildes hat den Halbmeſſer $\frac{\alpha\beta}{ab}z$, und hier iſt $\frac{\alpha}{a} = \frac{Pq}{2a}$, alſo $\frac{\alpha\beta}{ab} = \frac{P \cdot q \cdot \beta}{2ab} = \frac{P\beta}{a}$, weil $\frac{q}{b} = 2$ war. Wenn nun p und q willführlich angenommen werden, ſo ſind die Brennweiten der letzten beyden Gläſer beſtimmt, und man kann mit dieſen Gläſern das Microſcop für jede gegebene Vergröſſerung einrichten.

417. §.

Man nehme $p = \frac{1}{2}$ Zoll, und $q = \frac{5}{3}$ Zoll, ſo wird $r = \frac{2}{3}$ Zoll, und $s = \frac{1}{3}$ Zoll. Auch folgende Abmeſſungen hången von der Vergrößerungszahl nicht ab: die Entfernung BC $= \frac{8}{15}$ Zoll, CD $= \frac{1}{6}$ Zoll, und der Abſtand des Auges DO″ beynahe $= \frac{1}{9}$ Zoll. Die beyden eigentlichen Oculare C und D werden in einem für ſich beweglichen Rohr befeſtiget. Dagegen werden folgende Abmeſſungen allererſt beſtimmt, wenn die Vergrößerungszahl beſtimmt iſt.

Die Entfernung $a = \left(\frac{1}{2} + \frac{10}{M}\right)$ Zoll; des erſten Oculars, oder eigentlich des Collectivglaſes, Entfernung vom Objectivglaſe AB $= \left(\frac{M}{40} - \frac{1}{10}\right)$ Zoll; die halbe Oefnung des Objectivs $x = \frac{p}{k}\sqrt[3]{\frac{h}{Ma}}, = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{2}{M+20}}$ Zoll, woraus auch, um die Helligkeit zu finden, $y = \frac{hx}{Ma}$ gefunden wird. Der Halbmeſſer vom ſichtbaren Stück des Objects $z = \frac{6(M+20)}{M(M+36)}$ Zoll, beynahe $= \frac{6}{M}$ Zoll, wenn $\pi = \frac{1}{4}$ iſt. Der Halbmeſſer der Blendung an dem Orte des wirklichen Bildes $= \frac{M}{30}Z = \frac{1}{5} \cdot \frac{M+20}{M+36}$ Zoll, oder beynahe $= \frac{1}{5}$ Zoll.

Man

Man könnte hinter dem wirklichen Bilde das dritte Ocular hinzu ſetzen, und die Vergröſſerung noch weiter treiben: allein bey Microſcopen dürfte doch die Vervielfältigung der Oculare der Helligkeit nachtheiliger ſeyn, als bey Fernröhren, weil das Objectiv hier eine ſehr viel kleinere Oefnung erhält. M. ſ. davon H. Eulers Dioptrica Tom. III. pag. 292. ſqq.

418. §.

Es iſt möglich, aus zweyen erhabenen ſonſt gleichartigen Glaslinſen ein Objectiv zum Microſcop zuſammen zu ſetzen, das mehr Oefnung verträgt, wovon alsdenn eine gröſſere Helligkeit abhängt, als ein einfaches Objectiv bey ſonſt gleicher Vergröſſerung leiden würde.

Beweis. Wenn A und B zwey zu einerley Axe gehörige ganz nahe an einander geſtellte Linſen aus einerley Glasart ſind, und ein Punct E in der Axe auf das erſte Glas in A Licht wirft; ſo bringt dieſe Linſe die Strahlen in eine ſolche Lage, als kämen ſie aus dem Zerſtreuungspunct F her, wenn die Entfernung AE kleiner iſt, als die Brennweite dieſer erſten Linſe. Iſt alsdenn BF gröſſer als der zweyten Linſe B Brennweite, ſo werden die Strahlen nach ihrer Brechung in der zweyten Linſe wieder hinter derſelben in G vereiniget. Die Brennweite einer jeden von dieſen beyden Linſen kann nun gröſſer ſeyn, als die Brennweite des einfachen microſcopiſchen Objectivs ſeyn muſte. Letztere muſte kleiner als AE ſeyn: dagegen wird hier erfodert, daß der Linſe A Brennweite gröſſer als AE ſey, und der Linſe B Brennweite 157 Fig.

nicht viel kürzer als BF, wenn BG nur eine mäßig groſſe Länge hat.

1.) Die Gröſſe vom Halbmeſſer des Bildes in G, welches von dem doppelten Objectiv herrührt, wäre $= \frac{\alpha\beta z}{ab}$, wenn nur auf die abſolute Gröſſe dieſes Halbmeſſers geſehen wird. Seine Lage würde ſonſt durch das vorangeſetzte Verneinungszeichen angedeutet werden, weil α negativ, und $AB = -\alpha + b$ iſt. Das Bild hat nemlich eine Lage, die derjenigen entgegen geſetzt iſt, welche die allgemeinen Formuln für zwey Gläſer vorausſetzen. Wenn nun die Entfernung des Objects vom einfachen mit dem zuſammengeſetzten gleichgültigen Objectiv ebenfalls $AE = a$ und die hintere Vereinigungsweite $= \alpha'$, die Oefnung $= x'$ iſt; ſo iſt die Gröſſe vom Halbmeſſer des mit dem einfachen Objectiv zuſammen gehörigen Bildes $= \frac{\alpha'}{a} z$. Beyde gleich groß geſetzt geben $\alpha' = \frac{\alpha\beta}{b}$. Ferner iſt der Winkel, unter welchem die am Rande des Objectivs auffallenden Strahlen die Axe ſchneiden, für das zuſammengeſetzte $= \frac{bx}{\alpha\beta}$, für das einfache $= \frac{x'}{\alpha'}$; und wenn beyde gleich ſind, $\frac{bx}{\alpha\beta} = \frac{x'}{\alpha'}$, alſo $x = x'$, $\frac{\alpha\beta}{b} = \alpha'$.

2.) Aus dem 293. §. hat man für das doppelte Objectiv die Längenabweichung

$\beta^2 x^2$

$$\beta^2 x^2 \left(\frac{\alpha^2}{b^2} P + \frac{b^2}{\alpha^2} Q\right),$$

und es iſt

$$P = \frac{\mu}{p}\left(\frac{\lambda}{p^2} + \frac{\nu}{\delta\alpha}\right),$$

$$Q = \frac{\mu'}{q}\left(\frac{\lambda'}{q^2} + \frac{\nu'}{b\beta}\right); \text{ (293. 295. §.)}$$

alſo findet man eben die Långenabweichung =

$$\frac{\mu\alpha^2\beta^2 x^2}{b^2}\left(\frac{\lambda}{p^3} + \frac{\nu}{pa\alpha} + \left(\frac{\lambda'}{q^3} + \frac{\nu}{qb\beta}\right)\frac{b^4}{\alpha^4}\right),$$

weil hier $\mu = \mu'$, $\nu = \nu'$ iſt.

Fůr das gleichgůltige einfache Objectiv, wenn die Brennweite deſſelben = Π geſetzt wird, wåre vermöge des 290. §. die Långenabweichung =

$\mu\alpha'\alpha' x^2 \left(\frac{\Lambda}{\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a\alpha'}\right)$, wenn Λ eine åhnliche Zahl wie λ im 291. §. bezeichnet: nur mit dem Unterſcheid, daß hier $\Lambda < 1$ werden, auch wohl gar verſchwinden kann. Sollen nun beyde Långenabweichungen gleich ſeyn, ſo iſt

$$\frac{\Lambda}{\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a\alpha'} = \frac{\lambda}{p^3} + \frac{\nu}{pa\alpha} + \left(\frac{\lambda'}{q^3} + \frac{\nu}{qb\beta}\right)\frac{b^4}{\alpha^4},$$

weil $\frac{\alpha\beta}{b} = \alpha'$ war. (n. 1.)

Die Linſen werden möglichſt nahe aneinander geſtellet, alſo iſt beynahe $\frac{b}{\alpha} = 1$; auch ſind β und α'

beträchtlich groß, darum kann man die Glieder weglaſſen, worin dieſe Gröſſen als Diviſoren vorkommen. Wenn nun überdem noch bemerkt wird, daß hier α negativ ſey, ſo erhält man

$$\Lambda = \lambda \cdot \frac{\Pi^3}{p^3} - \nu \cdot \frac{\Pi^3}{pa\alpha} + \lambda' \cdot \frac{\Pi^3}{q^3}.$$

Ferner iſt beynahe $\alpha = b$, und ziemlich nahe $b = q$, weil vorausgeſetzt wird, daß β beträchtlich groß ſey. Weil nun $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha}$ ſeyn muß, ſo iſt auch $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{1}{q}$. Weil überdem α' etwas groß ſeyn ſoll, ſo iſt auch beynahe $a = \Pi$, alſo giebt eben die zuletzt erwehnte Gleichung $\frac{\Pi}{p} = 1 - \frac{\Pi}{q}$.

Man ſetze $\frac{\Pi}{p} = u$, ſo iſt $\frac{\Pi}{q}$ beynahe $= 1 - u = \frac{\Pi}{\alpha}$, und man erhält, obgleich nur beynahe $\Lambda = \lambda u^3 - \nu u(1-u) + \lambda'(1-u)^3$. Nun iſt es zwar möglich, die Zahl u ſo anzunehmen, daß $\Lambda = 0$ werde, allein es iſt für die Ausübung ſicherer, die Zahl u ſo anzunehmen, daß der Werth von Λ am kleinſten ausfalle. Wenn alsdenn auch der Künſtler nicht ganz vollkommen die Maaſſe trift, welche die Theorie vorſchreibt, ſo haben kleine Abweichungen davon keinen ſo ſchädlichen Einfluß. Der Werth von Λ iſt am kleinſten, wenn $u = \frac{1}{2}$ iſt, da dann $\Lambda = \frac{1}{8}(\lambda + \lambda') - \frac{1}{4}\nu$ gefunden wird. Um

alſo

alſo die Abweichung möglichſt klein zu machen, ſey $\lambda = \lambda' = 1$, ſo wird $\Lambda = \frac{1}{4}(1 - \nu)$. Weil nun beynahe $\nu = \frac{1}{5}$, ſo wird auch beynahe $\Lambda = \frac{1}{5}$, und die Längenabweichung, welche nun für das doppelte und einfache gleichgültige Objectiv einerley iſt,

$$= \mu \alpha' \alpha' x^2 \left(\frac{1}{5\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a \alpha'} \right).$$

Die Seitenabweichung wird gefunden, wenn die Längenabweichung mit dem Winkel multiplicirt wird, unter welchem die am Rande des Objectivs auffallenden Strahlen nach allen Brechungen die Axe ſchneiden. (297. §.) Derſelbe iſt vermöge der Vorausſetzung (n. 1.) für beyde Objective, das zuſammengeſetzte und das gleichgültige einfache einerley, nemlich $= \frac{bx}{\alpha\beta} = \frac{x'}{\alpha'}$: alſo wäre die Seitenabweichung $= \mu \alpha' x^3 \left(\frac{1}{5\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a \alpha'} \right)$.

Für ein einfaches Objectiv, deſſen Brennweite Π wäre, und welches von den in der Entfernung a auffallenden Strahlen die von der mittlern Brechbarkeit in der Vereinigungsweite α' zuſammenbrächte, könnte die Seitenabweichung nicht kleiner ſeyn, als $\mu \alpha' x^3 \left(\frac{1}{\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a \alpha'} \right)$, weil λ nicht kleiner als 1 ſeyn könnte: demnach iſt dieſe Seitenabweichung bey gleichem Oefnungshalbmeſſer x für das doppelte Objectiv beynahe 5mahl kleiner, als ſie für ein einfaches Objectiv wäre, das mit jenem einerley

Brennweite hätte. Es iſt nemlich der zweyte Theil $\frac{y}{\Pi a \alpha'}$ in Vergleichung des erſten nur klein.

Weil die Seitenabweichung für beyde Objective einerley ſeyn ſoll, ſo ſey ſie $= L$, und für das einfache Objectiv ſey der Oefnungshalbmeſſer $= \xi$. Das giebt $\frac{\mu \alpha' x^3}{5 \Pi^3} = L = \frac{\mu \alpha' \xi^3}{\Pi^3}$, und $\frac{1}{5} x^3 = \xi^3$, mithin $x = \xi \sqrt[3]{5}$. Es iſt aber $\sqrt{5}$ beynahe $= \frac{12}{7}$, alſo auch $x = \frac{12}{7} \xi$, wie beym doppelten Microſcop der erſten Claſſe. (404. §.)

419. §.

Die Brennweite Π eines einfachen microſcopiſchen Objectivs iſt gegeben mit den Vereinigungsweiten a, α', für welche das Microſcop angeordnet iſt, wozu das Objectiv gehört: man ſoll für eben die Vergröſſerung das Microſcop mit dem doppelten Objectiv verſehen, alſo die Anordnung deſſelben finden.

Aufl. Wenn p, q, die Brennweiten, a, α, b, β, die Vereinigungsweiten für die Linſen des doppelten Objectivs bezeichnen; ſo hat man folgende Gleichungen:

$$1.)\ \frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}, \quad 2.)\ \frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta},$$

$$3.)\ \frac{1}{\Pi} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha'}, \quad 4.)\ \alpha' = \frac{\alpha\beta}{a}.$$

Alſo

Alſo iſt 1.) $\frac{1}{a} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\alpha}$, mithin 3.) $\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'}$, oder $\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\alpha} + \frac{b}{\alpha\beta} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\alpha}\left(1 + \frac{b}{\beta}\right)$. Aber vermöge n. 2. iſt $1 + \frac{b}{\beta} = \frac{b}{q}$, alſo $\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{p} + \frac{b}{\alpha q}$, und $1 = \frac{\Pi}{p} + \frac{\Pi b}{\alpha q}$. Es war aber $\frac{\Pi}{p} = u$, und $u = \frac{1}{2}$, wenn die Abweichung am kleinſten ſeyn ſoll: alſo iſt $\Pi = \frac{1}{2}p$, und $p = 2\Pi$. Ferner wird $1 = \frac{1}{2} + \frac{\Pi b}{\alpha q}$, alſo $\frac{1}{2} = \frac{\Pi b}{\alpha q}$, und $q = \frac{2\Pi b}{\alpha}$, oder $q = \frac{b}{\alpha}p$. Die Zahl $\frac{b}{\alpha}$, welche etwas gröſſer als 1 ſeyn muß, kann man willkührlich annehmen. Wird alſo $\frac{b}{\alpha} = \frac{11}{10}$ geſetzt, ſo iſt $q = \frac{11}{10}p$, oder $q = \frac{11}{5}\Pi$.

Weil α aus der Gleichung $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ gefunden wird, ſo hat man auch $b = \frac{11}{10}\alpha$, und daraus die Entfernung der Linſen AB $= b - \alpha$. Weil ferner α' und β ziemlich groß werden, und eben darum Π von a, b von q wenig verſchieden ſind; ſo kann man dieſe Gröſſen gleich annehmen, um ſo mehr, da die Ausübung doch die Schärfe der Theorie nicht

nicht erreichen kann. Es ſey alſo $\Pi = a$, und $b = q$, ſo iſt $p = 2a$, und $-\alpha = \frac{ap}{a-p} = -p$. Ferner $b = \frac{11}{10}\alpha = \frac{11}{10}p$, und $b - \alpha = b - p$, alſo die Entfernung der Linſen $AB = \frac{1}{10}p$.

Die Halbmeſſer für die ſphäriſchen Flächen der Linſen werden daher beſtimmt, daß $\lambda = \lambda' = 1$ geſetzt iſt. Demnach iſt für die erſte Linſe

$$f = \frac{p}{\sigma - 2(\sigma - \varrho)} = -0{,}802 \,.\, p,$$

$$g = \frac{p}{\varrho + 2(\sigma - \varrho)} = +0{,}326 \,.\, p,$$

und für die zweyte Linſe

$$f = \frac{q}{\varrho} = 5{,}24 \,.\, q, \quad g = \frac{q}{\sigma} = 0{,}61 \,.\, q.$$

Die halbe Oefnung des Objectivs iſt $x = \frac{\Pi}{k}\sqrt[3]{\frac{sh}{Ma}}$, ſie iſt in dem Verhältniß $\sqrt[3]{s} : 1$ gröſſer, als bey einem einfachen Objectiv, deſſen Brennweite Π wäre, und für die Helligkeit iſt $y = \frac{hx}{Ma}$.

Wenn dies doppelte Objectiv ſtatt eines einfachen mit einem oder mehrern Ocularen verbunden wird, ſo wird $\beta = \frac{b}{\alpha}\alpha' = \frac{11}{10}\alpha'$ die Entfernung des erſten Oculars von der zweyten Linſe, vorausgeſetzt, daß α' die Vereinigungsweite für das einfache Objectiv bey eben der Entfernung a ſey.

420. §.

420. §.

Für das im 415. §. berechnete Microſcop war $p = \frac{1}{2}$ Zoll, welches jetzt Π iſt. Wird ſtatt des einfachen Objectivs ein doppeltes genommen, ſo kann man die Brennweiten der dazu gehörigen Linſen, Verwirrung zu vermeiden, hier mit p, p', die Brennweiten der Oculare aber, wie im 415. §. und ſonſt allemahl, mit q, r, bezeichnen. Alsdenn iſt $p = 1$ Zoll, $p' = \frac{11}{10}$ Zoll, $q = 1$ Zoll, $r = \frac{1}{3}$ Zoll.

Die Halbmeſſer der erſten Objectivlinſe ſind $-$ 0,80 Zoll und $+$ 0,33 Zoll, der zweyten $+$ 5,76 Zoll und $+$ 0,67 Zoll; jeder Halbmeſſer des erſten Oculars iſt 1,1 Zoll, und des zweyten $\frac{11}{30}$ Zoll. Die Entfernung beyder Objectivlinſen $\frac{1}{10}$ Zoll, die Entfernung der Oculare $\frac{2}{3}$ Zoll.

Im 414. §. bey Berechnung eines Microſcops der dritten Art mit zweyen Ocularen war $\alpha = \frac{Maq}{2h}$, und bey dem im 415. §. berechneten Exempel $a = \left(\frac{1}{2} + \frac{8}{M}\right)$ Zoll, $q = 1$ Zoll, alſo wird $\alpha = \left(\frac{1}{2} + \frac{M}{32}\right)$ Zoll. Das iſt nach der jetzigen Bezeichnung die Vereinigungsweite α' des mit dem zuſammen geſetzten gleichgültigen Objectivs: mithin wird $\beta = \frac{11}{10}\alpha' = \left(\frac{11}{20} + \frac{11 . M}{320}\right)$ Zoll. Weiter war im 414. und 415. §. $b = \frac{1}{2}$ Zoll, alſo iſt die Entfernung des erſten Oculars von der zweyten Objectivlinſe $= (\beta - \frac{1}{2})$ Zoll $= (\frac{11}{320}M + \frac{1}{20})$ Zoll.

Die halbe Oefnung des Objectivs iſt $x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{5}{Ma}}$
$= \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{10}{m+16}}$ Zoll, der Abſtand des Auges = $\frac{1}{6}$ Zoll, und die Blendung im Halbmeſſer $\frac{1}{6}$ Zoll.

421. §.

Will man ſtatt des einfachen Objectivs ein doppeltes mit dreyen Ocularen verbinden, und die Anordnung des im 417. §. berechneten darnach verändern, ſo hat man anſtatt des dortigen p hier $\Pi = \frac{1}{2}$ Zoll. Wenn demnach nunmehro die Brennweiten der Objectivlinſen mit p, p', die Brennweiten der Oculare mit q, r, s, bezeichnet werden, ſo iſt $p = 1$ Zoll, $p' = \frac{11}{10}$ Zoll, $q = \frac{6}{5}$ Zoll, $r = \frac{2}{3}$ Zoll, $s = \frac{1}{3}$ Zoll. Die Einrichtung des Objectivs bleibt wie im vor. §. und man hat nun $\alpha = \frac{1}{2}Pq$ (416. §.) $= \frac{Maq}{3h}$. Im 417. §. war $a = \left(\frac{1}{2} + \frac{10}{M}\right)$ Zoll, alſo nun $Ma = \frac{M}{2} + 10$, und $\frac{q}{3h} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$, mithin $\alpha = \left(\frac{M}{40} + \frac{1}{2}\right)$ Zoll, welches hier α' iſt. Weiter wird $\beta = \frac{11}{10}\alpha'$ $= \left(\frac{11}{400}M + \frac{11}{20}\right)$ Zoll, $b = \frac{1}{2}q$ (416. §.) $= \frac{3}{5}$ Zoll, mithin die Entfernung des erſten Oculars von der zweyten Objectivlinſe $\beta - b = \left(\frac{11}{400}M - \frac{1}{20}\right)$ Zoll. Die Entfernung zwiſchen dem erſten und zweyten Ocular $\frac{8}{15}$ Zoll, zwiſchen dem zweyten und dritten $\frac{1}{6}$ Zoll, die Entfernung des Auges $\frac{1}{9}$ Zoll.

Die

Die Blendung in der Entfernung von $\frac{2}{7}$ Zoll hinter dem erſten Ocular wird im Durchmeſſer $\frac{2}{7}$ Zoll groß, Oefnung des Objectivs und davon abhängende Helligkeit bleiben wie im vor. §.

422. §.

Wenn das Objectiv aus dreyen erhabenen und gleichartigen Glaslinſen gehörig zuſammengeſetzt wird, ſo verträgt es wiederum eine noch ſtärkere Oefnung, als das doppelte, und eben darum wird auch die Helligkeit noch gröſſer.

Beweis. Es ſollen A, B, C, drey zu einerley Axe gehörige ganz nahe aneinander geſtellte Linſen ſeyn aus einerley Glasart. Die Entfernung AE des Puncts E in der Axe vom erſten Glaſe A ſey kleiner als dieſes Glaſes Brennweite, damit Lichtſtrahlen, die derſelbe auf die Linſe wirft, ſo gebrochen werden, als kämen ſie aus dem Zerſtreuungspunct F her. Das in dieſer Lage auf die zweyte Linſe B fallende Licht werde nun ſo gebrochen, als käme es aus dem Zerſtreuungspunct G; und wenn es in dieſer Lage auf die dritte Linſe C fällt, ſo bringe dieſe es wieder in dem Vereinigungspunct H zuſammen, der ziemlich weit über C hinaus falle. Wenn man die beyden erſten Linſen A, B, für ſich als ein doppeltes Objectiv betrachtet, ſo müſte die Brennweite deſſelben kleiner als AF ſeyn, damit G ein Sammlungspunct würde, wie in der 157 Figur. Hier aber (158. Fig.) ſoll G ein Zerſtreuungspunct ſeyn, alſo muß die erwehnte Brennweite gröſſer als AF ſeyn. Ferner hat man $AB = -AF + FB = -\alpha + b$, und $BC = -BG + GC = -\beta + c$, alſo ſind α und β negativ. 158 Fig.

Nun-

Nunmehro ſey Π die Brennweite des einfachen Objectivs, welches dem dreyfachen gleichgültig iſt, mit der vordern Vereinigungsweite a gehöre die hintere α' zuſammen, und x' ſey der Oefnungshalbmeſſer: ſo iſt die Gröſſe des Bildes $= \frac{\alpha' z}{a}$, der Winkel der äuſſerſten nach der Brechung vom Rande des Objectivs herkommenden Strahlen mit der Axe $= \frac{x'}{\alpha'}$. Statt deſſen iſt beym zuſammengeſetzten Objectiv die Gröſſe des Bildes $= \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} z$, und der Winkel der äuſſerſten Strahlen mit der Axe $= \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma}$. Setzt man beyde Bilder gleich, ſo erhält man $\alpha' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}$, alſo auch $x' = x$.

Weil die Quotienten $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$, beynahe $= 1$ ſind, ſo iſt aus dem 295. §. für das dreyfache Objectiv die Längenabweichung

$$= \mu\gamma^2 x^2 \left(\frac{\lambda}{p^3} + \frac{\nu}{pa\alpha} + \frac{\lambda'}{q^3} + \frac{\nu}{qb\beta} + \frac{\lambda''}{r^3} + \frac{\nu}{rc\gamma}\right).$$

Dieſe ſetze man $= \mu\alpha'\alpha' x \left(\frac{\Lambda}{\Pi^3} + \frac{\nu}{\Pi a\alpha'}\right)$, und bemerke, daß $\alpha' = \gamma$ werde, weil $\frac{\alpha}{b} = \frac{\beta}{c} = 1$ genommen iſt; ſo findet man, wenn in jedem Factor noch der letzte gegen die andern ſehr kleine Theil weggelaſſen wird,

$$\frac{\Lambda}{\Pi^3} = \frac{\lambda}{p^3} + \frac{\nu}{pa\alpha} + \frac{\lambda'}{q^3} + \frac{\nu}{qb\beta} + \frac{\lambda''}{r^3}.$$

Weil überdem α und β negativ ſind, ſo hat man

$$\frac{\Lambda}{\Pi^3} = \frac{\lambda}{p^3} - \frac{\nu}{pa\alpha} + \frac{\lambda'}{q^3} - \frac{\nu}{qb\beta} + \frac{\lambda''}{r^3}.$$

Das erſte obgleich nur geometriſche Bild iſt als ein Object für die beyden hintern Linſen zu betrachten, alſo iſt es wie beym wirklichen Object (418. §.) am vortheilhafteſten, wenigſtens beynahe $q = r$ zu ſetzen, da dann auch beynahe $\beta = c = r = q$ iſt, weil γ ziemlich groß angenommen wird. Ferner iſt $b = \frac{\beta q}{\beta + q} = \frac{1}{2}q$, und um die Abweichung möglichſt klein zu machen, muß $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$ ſeyn. Das giebt

$$\Lambda = \Pi^3\left(\frac{1}{p^3} + \frac{2}{q^3}\right) - \nu\Pi^3\left(\frac{1}{pa\alpha} + \frac{1}{q^3}\right).$$

Weiter iſt $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$, und $b = \frac{1}{2}q$, alſo $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{2}{q}$, ſo hat man $\frac{\Pi}{p} = \frac{\Pi}{a} - \frac{2\Pi}{q}$. Weil α' und γ anſehnlich groß angenommen werden, ſo iſt auch beynahe $\Pi = a$, mithin $\frac{\Pi}{p} = 1 - \frac{2\Pi}{q}$, und $\frac{\Pi}{q} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\Pi}{p}\right)$.

Ferner iſt $\frac{\Pi}{\alpha} = 1 - \frac{\Pi}{p}$, alſo $\frac{\Pi}{\alpha} = \frac{2\Pi}{q}$.

Man ſetze $\frac{\Pi}{p} = u$, ſo hat man $\frac{\Pi}{q} = \frac{1}{2}(1-u)$, $\frac{\Pi}{\alpha} = 1 - u$, und man erhält

$\Lambda = u^3 + \frac{1}{4}(1-u)^3 - \nu u(1-u) - \frac{1}{4}\nu(1-u)^2$.

Die Zahl u iſt ein ächter Bruch, und Λ iſt am kleinſten, wenn $u = \frac{1}{3}$ iſt. Das giebt $p = 3\Pi$, $q = 3\Pi$, $r = 3\Pi$, freylich alles nur beynahe, weil die Entfernungen zwiſchen den Linſen für nichts gerechnet ſind.

Man ſetze nun $u = \frac{1}{3}$, ſo wird $\Lambda = \frac{3-8}{27}\nu = \frac{1{,}2544}{27}$, und die Längenabweichung für das dreyfache und das mit demſelben gleichgültige einfache Objectiv $= \mu\alpha'\alpha' x^2 \cdot \frac{1{,}2544}{27\Pi^3}$ beynahe, woraus die Seitenabweichung gefunden wird, wenn man mit dem Winkel $\frac{x'}{\alpha'} = \frac{x}{\alpha'}$ multiplicirt. Dieſe ſey L, ſo iſt $L = \mu\alpha' x^3 \cdot \frac{1{,}2544}{27 . \Pi^3} = \frac{\mu\alpha'\xi^3}{\Pi^3}$, wenn wiederum ξ die halbe Oefnung des einfachen Objectivs bezeichnet, deſſen Brennweite $= \Pi$ wäre, und alsdenn bey gleichen Vereinigungsweiten die Abweichung gleich groß iſt. Daraus folgt $\xi = \frac{1}{3}x\sqrt[3]{1{,}2544}$, und $x = \frac{3}{\sqrt[3]{1{,}2544}} . \xi$, oder beynahe $x = 2{,}78 . \xi$.

423. §.

Das Microſcop der dritten Art ſtatt des einfachen mit zweyen oder dreyen Ocularen zuſammen geordneten Objectivs mit dem dreyfachen Objectiv zu verſehen.

Aufl. Wenn fürjetzt noch p, q, r, die Brennweiten der drey Objectivlinſen bezeichnen, ſo iſt das erſte Geſchäfte, daß man p, q, r, aus Π zu beſtimmen ſuche. Hiezu dienen folgende Gleichungen:

1.) $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha}$, 2.) $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} - \frac{1}{\beta}$,

3.) $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$, 4.) $\frac{1}{\Pi} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha'}$,

5.) $\alpha' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}$.

Den beyden hintern Linſen kann man dieſelbe Einrichtung geben, wie vorher beym doppelten Objectiv, da dann $r = \frac{c}{\beta} q$ ſeyn muß. (419. §.) Alsdenn iſt $\frac{\beta}{q} = \frac{c}{r}$, mithin $\frac{\beta}{q} = 1 + \frac{c}{\gamma}$. Ueberdem iſt auch n. 2.) $\frac{\beta}{q} = \frac{\beta}{b} - 1$, mithin $\frac{c}{\gamma} = \frac{\beta}{b} - 2$, und $\frac{bc}{\beta\gamma} = 1 - \frac{2b}{\beta}$: demnach giebt n. 5.) $\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\alpha} - \frac{2b}{\alpha\beta}$. Weiter hat

man $\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\Pi} - \frac{1}{a}$, alſo auch $\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\Pi} - \frac{1}{p} - \frac{1}{\alpha}$, und beyde Werthe gleich geſetzt geben

$$\frac{1}{\Pi} - \frac{1}{p} = \frac{2}{\alpha} - \frac{2b}{\alpha\beta} = \frac{2}{\alpha}\left(1 - \frac{b}{\beta}\right),$$

alſo auch $\frac{1}{\Pi} - \frac{1}{p} = \frac{2}{\alpha} \cdot \frac{b}{q}$.

Aus dem 422. §. nehme man $p = 3\Pi$ an, ſo iſt $\frac{2}{3\Pi} = \frac{2b}{\alpha q}$, alſo $q = \frac{3b}{\alpha}\Pi$. Weil ferner $r = \frac{c}{\beta}q$ ſeyn muſte, ſo findet man $r = \frac{3bc}{\alpha\beta}\Pi$. Um die Quotienten $\frac{b}{\alpha}$, $\frac{c}{\beta}$ zu beſtimmen, ſetze man die Entfernungen zwiſchen den Linſen gleich groß, alſo $b - \alpha = c - \beta$. Ueberdem ſey $\frac{\alpha}{b} = P$, $\frac{\beta}{c} = Q$, ſo iſt $(1 - P)b = (1 - Q)c$, oder auch $\frac{\beta}{Q}$ ſtatt c geſetzt $(1 - P)b = \frac{1 - Q}{Q}\beta$; alſo $\frac{b}{\beta} = \frac{1 - Q}{(1 - P)Q}$. Daraus folgt $1 - \frac{b}{\beta} = \frac{(2 - P)Q - 1}{(1 - P)Q} = \frac{b}{q}$, und $b - \alpha = (1 - P)b = \frac{(2 - P)Q - 1}{Q}q$. Es

war

war aber $q = \frac{3b}{\alpha}\Pi$, und $3\Pi = p$, alſo $q = \frac{bp}{\alpha}$, oder $q = \frac{p}{P}$; mithin iſt auch $b - \alpha = \frac{(2 - P)Q - 1}{P \cdot Q}p$.

Dieſe Entfernung zwiſchen den Linſen ſey $= \zeta p$, ſo kann ζ willkührlich etwa $= \frac{1}{10}$ angenommen werden, und man hat $\zeta = \frac{(2 - P)Q - 1}{P \cdot Q}$. Wird überdem auch noch von P oder Q die eine Zahl willkührlich genommen, ſo iſt die andre beſtimmt. Bey der Vorausſetzung $\zeta = \frac{1}{10}$, und $P = \frac{10}{12}$, findet man $\frac{1}{12}Q = \frac{14}{12}Q - 1$, alſo $Q = \frac{12}{13}$, $P \cdot Q = \frac{10}{13}$, und man erhält

$$p = 3\Pi, \quad q = \tfrac{36}{10}\Pi, \quad r = \tfrac{39}{10}\Pi.$$

Bey Beſtimmung der Halbmeſſer nimmt man α' ſehr groß an, damit beynahe $\Pi = a$ werde: ſo hat man $p = 3a$, $\alpha = \frac{3}{2}a$, $b = \frac{9}{5}a$, $q = \frac{18}{5}a$, $\beta = \frac{18}{5}a$, $c = \frac{39}{10}a$, $r = \frac{39}{10}a$, $\gamma = \infty$, und man findet für die erſte Linſe

$$f = \frac{p}{\sigma - 3(\sigma - \varrho)} = -0{,}373 \cdot p,$$

$$g = \frac{p}{\varrho + 3(\sigma - \varrho)} = +0{,}222 \cdot p,$$

für die zweyte Linſe

$$f = \frac{q}{\sigma - 2(\sigma - \varrho)} = -0{,}803 \cdot q,$$

$$g = \frac{q}{\varrho + 2(\sigma - \varrho)} = + 0{,}326 \,.\, q,$$

für die dritte Linſe

$$f = \frac{r}{\varrho} = 5{,}244 \,.\, r, \text{ und } g = \frac{r}{\sigma} = 0{,}614 \,.\, r.$$

Alle dieſe Beſtimmungen ſind nur Näherungen, und ſie treffen deſto richtiger zu, je gröſſer die Zahl m iſt. Wollte man die Reſultate der bisherigen Rechnung noch verbeſſern, ſo müſte man in der Formul für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit die nun gefundenen Werthe $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$ ſetzen, daraus Λ ſuchen, und die übrige Rechnung wiederhohlen.

Der Oefnungshalbmeſſer des Objectivs iſt $x = \frac{278\,\Pi}{100\,k} \sqrt[3]{\frac{h}{Ma}}$, und zur Beſtimmung der Helligkeit $y = \frac{hx}{Ma}$. Uebrigens iſt noch $\gamma = \frac{bc}{\alpha\beta}\alpha' = \frac{13}{10}\alpha'$.

424. §.

Bey dem im 415. und 420. §. berechneten Microſcop war p oder jetzt $\Pi = \frac{1}{2}$ Zoll. Wenn nun ſtatt des einfachen Objectivs ein dreyfaches gewählt wird, ſo bezeichne man die Brennweiten der dazu gehörigen Linſen mit p, p', p'', die Brennweiten der Oculare mit q, r; ſo iſt

$$p = \tfrac{3}{2} \text{ Zoll}, \; p' = \tfrac{9}{5} \text{ Zoll}, \; p'' = \tfrac{39}{20} \text{ Zoll},$$
$$q = 1 \text{ Zoll}, \; r = \tfrac{1}{3} \text{ Zoll}.$$

Die

Die Halbmeſſer ſind für die erſte Linſe

$-0{,}559$ und $0{,}333$ Zoll,

für die zweyte

$-1{,}445$ und $0{,}587$ Zoll,

für die dritte Linſe

$10{,}225$ und $1{,}198$ Zoll.

Jeder Halbmeſſer des erſten Oculars iſt 1,1 Zoll, und des zweyten 0,37 Zoll.

Die Entfernung zwiſchen den Objectivlinſen iſt 0,15 Zoll, zwiſchen beyden Ocularen $\frac{2}{3}$ Zoll, und die Entfernung des erſten Oculars von der dritten Objectivlinſe $=\left(\frac{13M}{320}+\frac{3}{20}\right)$ Zoll. Es war nemlich im 420. §. α alſo hier $\alpha' = \left(\frac{M}{32}+\frac{1}{2}\right)$ Zoll, alſo wird $\gamma = \frac{13}{10}\alpha' = \left(\frac{13M}{320}+\frac{13}{20}\right)$ Zoll, und das zum Objectiv gehörige Bild liegt $\frac{1}{2}$ Zoll hinter dem erſten Ocular, alſo iſt die eben erwehnte Entfernung $\alpha' - \frac{1}{2} = \left(\frac{13M}{320}+\frac{3}{20}\right)$ Zoll.

Die Entfernungen des Objects vom Objectivglaſe und des Auges vom Ocular bleiben wie im 420. §. und wenn man $\Pi = a = \frac{1}{2}$ Zoll, $h = 8$ Zoll, $k = 20$ Zoll ſetzt, ſo findet man $x = 0{,}175 \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{M}}$. Die Oefnungen der beyden andern Linſen müſſen ein ganz weniges gröſſer ſeyn.

Will man das dreyfache Objectiv mit dreyen Ocularen verbinden, ſo bleibt alles, ſoweit ſolches das Objectiv angehet, wie es hier gefunden iſt, und ſoweit es die Oculare angehet, wie beym einfachen Objectiv; (416. §.) nur fällt die Entfernung des erſten Oculars vom dreyfachen Objectiv ein wenig anders aus. Es war im 417. §. die Entfernung des erſten Oculars vom Objectiv $\alpha - b = \left(\frac{M}{40} - \frac{1}{10}\right)$ Zoll, und $b = \frac{1}{2}q$ (416. §.) $= \frac{3}{5}$ Zoll, alſo $\alpha = \frac{3}{5} + \frac{M}{40} - \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{2} + \frac{M}{40}\right)$ Zoll. Statt deſſen iſt hier $\alpha' = \left(\frac{1}{2} + \frac{M}{40}\right)$ Zoll, und $\gamma = \frac{13}{10}\alpha' = \left(\frac{13}{20} + \frac{M}{400}\right)$ Zoll: folglich die Entfernung $\alpha' - b = \left(\frac{M}{400} + \frac{3}{20}\right)$ Zoll.

425. §.

Es iſt oben im 409. §. der Schwierigkeiten ſchon erwehnt worden, die alsdenn eintreten, wenn man ein Microſcop der erſten Claſſe aus zweyen oder dreyen ganz nahe an einander geſtellten Linſen von verſchiedener Glasart zuſammen ſetzen will. Weil dieſelben Schwierigkeiten vornemlich alsdenn wiederum eintreten, wenn man beym Microſcop der zweyten oder dritten Claſſe das Objectiv nur aus zweyen Linſen von verſchiedenen Glasarten und entgegen geſetzten Brennweiten zuſammen ſetzen wollte; ſo wird man

man wenigſtens drey Linſen, zwey erhabene und eine Hohllinſe nöthig haben. Alsdenn können doch die Brennweiten etwas gröſſer ſeyn, wie ſich ſchon aus Vergleichung der Abmeſſungen der oben für Fernröhre berechneten doppelten und dreyfachen Objective einigermaſſen überſehen läſſet. Bey dem allen bleiben die Brennweiten immer noch ſehr klein, und die Entfernungen der Linſen von einander ebenfalls: auch der geſchickteſte Künſtler dürfte alsdenn ſchwerlich im Stande ſeyn, ſo dünne Linſen von der vorgeſchriebenen Geſtalt zu verfertigen, als die Rechnung erfodert.

H. Euler (Dioptr. Tom. III. §. 194. p. 256.) zeigt, wie man die Rechnung einleiten müſſe, wenn beym dreyfachen microſcopiſchen Objectiv die erſte Linſe hohl und aus Flintglaſe gemacht wird, die beyden übrigen aber erhaben, und aus Kronglaſe verfertiget werden. Eben dieſe Einrichtung auf Rechnung zu bringen, lehrt H. Klügel in der Analytiſchen Dioptrik 2 Th. 8 Abſch. 630 u. f. §. §. 294 u. f. S. mit der Erinnerung, man werde wohl thun, auch die Stellung der Gläſer nach dem Muſter ſeiner Analyſis zu verſuchen, wenn die Hohllinſe in die Mitte kommt. Allemahl nimmt man die Hohllinſe von derjenigen Glasart, welche die Farben am ſtärkſten zerſtreuet.

426. §.

Die Anordnung des dreyfachen microſcopiſchen Objectivs, wenn es aus einer Hohllinſe von Flintglaſe und zweyen Sammlungslinſen von Kronglaſe beſtehet, zu finden.

159 Fig. Aufl. Wenn nach H. Eulers Vorausſetzung von den dreyen Linſen A, B, C, die erſte hohl iſt, ſo wird ſie das aus E auffallende Licht in die Lage brechen, als käme es aus dem Zerſtreuungspunct F her. In dieſer Lage fängt es die zweyte Linſe B auf, und bricht es in eine Lage, als käme es aus dem Zerſtreuungspunct G her; die dritte Linſe C aber, welche es in dieſer letzterwehnten Lage auffängt, bringt es in dem Vereinigungspunct H zuſammen. Demnach iſt $AB = -\alpha + b$, $BC = -\beta + c$, und es ſind α, β, ſo wie p negativ.

Für das Hohlglas ſey das Brechungsverhältniß $n : 1$, für die beyden andern Gläſer $n' : 1$, und $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = N : 1$, für Flint- und Kronglas etwa wie $11 : 8$. In der Formul

$$d\gamma = -\left(\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2} \cdot \frac{1}{r}\right)\frac{\alpha^2\beta^2\gamma^2}{b^2c^2}$$

(267. §.) kann man $\frac{b}{\alpha} = 1 = \frac{c}{\beta}$ annehmen, weil AB, BC, ſehr klein ſind. Ueberdem iſt hier $n'' = n'$, und p negativ: alſo wird zur Hebung der Farbenzerſtreuung erfodert, daß

$$-N \cdot \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 0 \text{ ſey.}$$

Ferner iſt bey der Vorausſetzung, daß p, α, β, hier negativ ſind,

—

$$-\frac{1}{p} = \frac{1}{a} - \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b},$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{b} - \frac{1}{\beta} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c},$$

$$\frac{1}{r} = \qquad\qquad \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma},$$

alſo $-\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\gamma}$,

beynahe $= \frac{1}{a}$,

wenn γ ſehr groß ausfallen ſoll. Von dieſer Gleichung ziehe man die vorige wegen der Farbenzerſtreuung ab, ſo wird $(N-1)\frac{1}{p} = \frac{1}{a}$, alſo $p = (N - 1)a$. Wenn demnach $N = \frac{11}{8}$ angenommen werden kann, ſo iſt $p = \frac{3}{8}a$.

Aus p und a findet man ferner α vermittelſt der bekannten allgemeinen Formul $\alpha = \frac{ap}{a-p}$, wo aber hier p negativ iſt. Die Entfernung der Linſen ſey $= \zeta . a$, ſo giebt ferner die Gleichung $b - \alpha = \zeta . a$ auch $b = \alpha + \zeta . a$. Damit G ein Zerſtreuungspunct werde, muß $b < q$, oder $q > b$ ſeyn, alſo nehme man nun q nach Gutdünken, ſo hat man $\beta = \frac{bq}{b-q}$, und die Gleichung $c - \beta = \zeta . a$ giebt $c = \beta + \zeta a$. Eben ſo groß muß r ſeyn, wenn man $\gamma = \infty$ annehmen will. Man kann aber auch

auch γ willkührlich annehmen, und daraus $r = \frac{c \cdot \gamma}{c + \gamma}$ berechnen.

Weil die Entfernung der Linſen ſo gar ſehr klein nicht genommen werden kann, wie doch die Rechnung vorausſetzt, ſo verſuche man für p einen Werth, welcher dem eben gefundenen nur nahe kommt. Nimmt man $p = \frac{1}{2}a$, und die Entfernung der Linſen $= \frac{1}{15}a$, ſo wird $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ hier $= \frac{-\frac{1}{2}a^2}{a + \frac{1}{2}a}$, alſo mit Weglaſſung des Verneinungszeichens $\alpha = \frac{1}{3}a$, und die Entfernung der Linſen $b - \alpha = b - \frac{1}{3}a = \frac{1}{15}a$, mithin $b = \frac{2}{5}a$. Damit G ein Zerſtreuungspunct werde, muß $b < q$, alſo $q > \frac{2}{5}a$ ſeyn. Man nehme $q = \frac{7}{15}a$ an, ſo iſt $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{b} - \frac{1}{q} = (\frac{5}{2} - \frac{15}{7}) \cdot \frac{1}{a} = \frac{5}{14} \cdot \frac{1}{a}$, und $\beta = \frac{14}{5}a$. Noch iſt $c - \beta = \frac{1}{15}a$, mithin $c = \frac{43}{15}a$, und eben ſo groß müſte r ſeyn, wenn $\gamma = \infty$ werden ſollte.

Um zu prüfen, ob man ſich durch dieſe Vorausſetzungen weit von derjenigen Vollkommenheit entfernt habe, welche bey gänzlicher Vernichtung der Farbenzerſtreuung zu erreichen wäre; nimmt man aus dem 267. §. die Gleichung

$$N \cdot \frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} = 0,$$

ſetzt in derſelben die gefundenen Werthe ſtatt $p, q, r,$

$\frac{b}{\alpha}$, $\frac{c}{\beta}$. Je mehr alsdenn das Reſultat die Null übertrift, deſto mehr hat man ſich von der geſuchten Vollkommenheit entfernt.

Die Halbmeſſer der Linſen müſſen ſo beſtimmt werden, daß die Abweichung wegen der ſphäriſchen Geſtalt wegfalle. Zur Erleichterung der Rechnung ſetzt man den Antheil der Oculare an dieſer Abweichung beyſeite, die Summe der drey erſten Glieder in der Formel für den Halbmeſſer der Undeutlichkeit (302. §.) aber $= 0$. Hiebey kann man $r = c$ ſetzen, oder ſtatt deſſen einen gewiſſen Werth für γ annehmen, und daraus mit c verbunden die Brennweite r berechnen. Setzt man $\gamma = \infty$, $\mu'' = \mu'$, und dividirt alsdenn die Formel mit $\frac{\mu}{p^3}$, ſo findet man

$$\lambda + \nu \cdot \frac{p^2}{a\alpha} + \frac{\mu'}{\mu}\left(\lambda' \cdot \frac{p^3}{q^3} + \nu' \cdot \frac{p^3}{qb\beta}\right)\frac{b^4}{\alpha^4} + \frac{\mu'\lambda''}{\mu} \cdot \frac{p^3 b^4 c}{\alpha^4 \beta^4} = 0.$$

Sind die beyden hintern Linſen von Kronglaſe; ſo iſt $\mu' = 0{,}9875$, $\nu' = 0{,}2194$, und für die erſte von Flintglaſe $\mu = 0{,}8724$, $\nu = 0{,}2529$. Von den dreyen Zahlen λ, λ', λ'', werden nun zwey willkührlich angenommen, und die dritte vermittelſt der eben angezeigten Gleichung beſtimmt. Man wählt alsdenn unter mehrern Vorausſetzungen diejenige, woraus für die Ausübung die bequemſten Reſultate folgen.

Wenn

Wenn dies dreyfache Objectiv mit einem oder mehrern Ocularen verbunden werden ſoll, ſo muß man noch die Entfernung des erſten Oculars von demſelben ſuchen. Zu dem Ende ſetze man des einfachen Objectivs, an deſſen Stelle es gebraucht werden ſoll, Brennweite $= \Pi$, die Vereinigungsweiten a, α', für eben dies einfache Objectiv; ſo iſt $\alpha' = \frac{\alpha\beta\gamma}{bc}$, (422. §.) alſo $\gamma = \frac{bc\alpha'}{\alpha\beta}$. Wird nun ein Collectivglas gebraucht, ſo muß deſſelben Abſtand von dem geometriſchen Bilde des Objectivs den oben vorgetragenen Gründen gemäß bey Anordnung des Microſcops geſucht, und eben dieſer Abſtand von γ abgezogen werden: ſo iſt die Entfernung des Collectivglaſes vom Objectiv gefunden.

427. §.

Herr Euler (Dioptr. Tom. III. §. 201. p. 270.) empfielet folgende Vorausſetzungen. Man nehme für die Entfernung zwiſchen den Linſen $\frac{1}{6}a$, und $p = a$, alſo $\alpha = \frac{1}{2}a$, $b - \alpha = \frac{1}{6}a$, alſo $b = \frac{2}{3}a$. Ferner nehme man $q = \frac{4}{3}a$, ſo iſt $\frac{1}{\beta} = (\frac{3}{2} - \frac{3}{4})\,a = \frac{3}{4}a$, und $\beta = \frac{4}{3}a$; mithin $c - \frac{4}{3}a = \frac{1}{6}a$, und $c = \frac{3}{2}a$.

Die Farbenzerſtreuung wird dabey nicht völlig gehoben, wie die Probe nach Anleitung des vorig. §. ausweiſet. Um aber die Abweichung wegen der Geſtalt zu heben, nehme man in der am Ende des vor. §. ſchon angeführten Gleichung p, α, β, negativ, und ſetze alsdenn vermöge der Euleriſchen Vorausſetzun-

ſetzungen $\frac{p}{a} = 1$, $\frac{p}{\alpha} = 2$, $\frac{p}{q} = \frac{3}{4}$, $\frac{p}{b} = \frac{3}{2}$, $\frac{p}{\beta} = \frac{3}{4}$, $\frac{b}{\alpha} = \frac{4}{3}$, $\frac{c}{\beta} = \frac{9}{8}$; ſo findet man

$$\lambda - 2\nu - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \tfrac{4}{3}(\lambda' - 2\nu') - \tfrac{3}{2} \cdot \frac{\mu'\lambda''}{\mu} = 0.$$

Nunmehro verſuche man die Vorausſetzung $\lambda' = \lambda'' = 1$. Dieſe giebt $\lambda = 2\nu + \frac{\mu'}{\mu} \cdot 2{,}2483 = 3{,}0506$, alſo $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}2566$. Wenn man überdem bemerkt, daß in den allgemeinen Formuln für die Halbmeſſer p negativ, alſo hier $\frac{p}{a} = -1$ ſey, ſo findet man

für die erſte Linſe

$$f = \frac{-p}{2\sigma - \varrho - 1{,}2566} = \frac{-p}{1{,}7676} = -0{,}566 \,.\, a,$$

$$g = \frac{-p}{2\varrho - \sigma + 1{,}2566} = \frac{-p}{-0{,}0434} = 23{,}042 \,.\, a.$$

Für die zweyte iſt $\frac{q}{b} = 2$, alſo

$$f = \frac{q}{2\varrho - \sigma} = -\frac{q}{1{,}2067} = -1{,}105 \,.\, a$$

$g =$

$$g = \frac{q}{2\sigma - \varrho} = \frac{q}{3,0935} = +\,0,431\,.\,a.$$

Für die dritte iſt $\frac{r}{c} = 1$, und

$$f = \frac{r}{\varrho} = \frac{r}{0,2267} = 6,617\,.\,a,$$

$$g = \frac{r}{\sigma} = \frac{r}{1,6601} = 0,903\,.\,a.$$

Der Halbmeſſer der Oefnung $\frac{1}{4}$ vom kleinſten Halbmeſſer, alſo $x = 0,108\,.\,a$, und um die Helligkeit zu beſtimmen erhält man $y = \frac{1}{m}x = \frac{h}{Ma}x$. Setzt man $h = 8$ Zoll, ſo iſt $y = 0,108\,.\,\frac{8}{M} = \frac{0,864}{M}$.

428. §.

H. Klügel bemerkt bey dieſer Anordnung des Microſcops es bey der erſten Linſe als einen nachtheiligen Umſtand, daß die kleinſte Veränderung des Halbmeſſers der Vorderfläche eine groſſe Veränderung in dem andern Halbmeſſer nach ſich ziehe. Er verſucht um deßwillen noch drey andre Vorausſetzungen, und giebt unter denſelben der folgenden den Vorzug.

Es ſey $\lambda'' = 1$, ſo bleibt die Figur der dritten Linſe, wie ſie im vor. §. gefunden iſt. Für die zweyte Linſe iſt $f = \frac{q}{-1,2067 + \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}}$. Wenn demnach $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,2067$ geſetzt wird, ſo giebt

giebt das den Halbmeſſer ihrer Vorderfläche unendlich groß, und den Halbmeſſer der hintern Fläche $= 0{,}53 \cdot q = 0{,}707 \cdot a$. Eben die Gleichung $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1{,}2067$ giebt $\lambda' = 2{,}701$, und wenn dieſer Werth in die Gleichung für die Abweichung wegen der Geſtalt geſetzt wird, ſo findet man

$$\lambda - 3{,}9197 - 1{,}6978 \cdot \lambda'' = 0.$$

Weil ferner $\lambda'' = 1$ ſeyn ſoll, ſo giebt das $\lambda = 5{,}6175$; mithin weiter $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}8857$, und für die erſte Linſe wird

$$f = \frac{-p}{3{,}0242 - 1{,}8857} = -0{,}878 \cdot a,$$

$$g = \frac{-p}{-1{,}3000 + 1{,}8857} = -0{,}708 \cdot a.$$

Die Brennweiten bleiben $-p = -a$, $q = \frac{4}{3}a$, $r = \frac{3}{2}a$, die Entfernung zwiſchen den Linſen $\frac{1}{8}a$, die Entfernung des Objects $= a$. Weil aber die hintere Vereinigungsweite γ dieſes dreyfachen Objectivs unendlich groß geſetzt iſt, ſo muß man das Object um etwas ganz weniges weiter als um den angenommenen Abſtand a vom Objectiv entfernen, wenn es mit einem, oder mehrern Ocularen verbunden werden ſoll.

429. §.

Der Halbmeſſer des Bildes Ff, oder Gg, oder Hh, u. ſ. w. einer Sache, die durch eine Glaslinſe, oder auch durch mehrere gehörig hinter einander geſtellte Glaslinſen Licht ſendet, kann ſehr vielmahl gröſſer ſeyn, als der wirkliche Halbmeſſer der Sache ſelbſt. Wenn der letztere $= z$ geſetzt wird, ſo weiß

man aus dem 217. §., daß $\frac{Ff}{z} = \frac{\alpha}{a}$, $\frac{Gg}{z} = \frac{\beta . \alpha}{b . a}$ ſey, u. ſ. f. und man hat $\frac{\alpha}{a} = \frac{p}{a-p}$, $\frac{\beta}{b} = \frac{q}{b-q}$, u. ſ. ferner: mithin iſt der Halbmeſſer des Bildes in Vergleichung mit dem Halbmeſſer des Objects deſto gröſſer, je weniger die vordern Vereinigungsweiten von den Brennweiten der damit zuſammengehörigen Gläſer verſchieden ſind. Hierauf gründet ſich das vom Herrn Lieberkühn um das Jahr 1738 erfundene Sonnenmicroſcop. Eine kleine Glaslinſe, wie ſie ſonſt als ein einfaches Microſcop dienen würde, wird vermittelſt einer kleinen Röhre, deren Axe mit der Axe der Linſe zuſammen fällt, im Fenſterladen eines ſonſt finſtern Zimmers ſo angebracht, daß ſich das Bild eines kleinen von auſſen her durch darauf geleitetes Sonnenlicht ſehr ſtark erleuchteten Objects, welches die Linſe zuwege bringt, in dem verfinſterten Zimmer auf einer weiſſen Fläche ſehr groß und dabey doch helle genug darſtellet.

Die Röhre, welche ohngefehr 2 Zoll weit ſeyn kann, wird ſo eingerichtet, daß man den kleinen Objecten vermittelſt eines Schiebers, der ſie hält, die rechte Stelle vor der Linſe geben kann; auch iſt es dienlich, wenn der Theil der Röhre, worin ſich die Linſe befindet, von dem übrigen ſo abgeſondert iſt, daß man die Linſe benöthigten Falles dem Object etwas näher rücken, oder ſie weiter davon entfernen kann. Hiemit wird zugleich die Entfernung des Bildes von der Linſe und deſſen Gröſſe geändert. Ueberdem wird die Röhre in einer runden Büchſe befe-

befeſtiget, und mit derſelben in eine kleine viereckte Tafel ſo eingeſetzt, daß ſie darin nach Belieben um ihre Axe umgedrehet werden kann. Die Tafel wird alsdenn mit der Büchſe und Röhre im Loch eines Fenſterladens ſo befeſtiget, daß ſonſt kein Licht, ohne durch die Röhre ins Zimmer kommen kann. Um aber das Licht in horizontaler Richtung durch die Röhre ins Zimmer zu leiten, wird an der Auſſenſeite der um ihre Axe beweglichen Büchſe ein ebener Spiegel vermittelſt eines Gewindes befeſtiget, der durch Hülfe eines aus Gelenken zuſammen geſetzten durch die Tafel gehenden Stabes, oder ſtatt deſſen durch Hülfe einer Schnur, unter jeden nöthigen Winkel gegen die Tafel geneiget werden kann. Dieſe Bewegung mit der andern verbunden, welche bey Umdrehung der Büchſe zuwege gebracht wird, dient, den Spiegel jedesmahl in die nöthige Lage zu bringen, und das von ihm zurückgeworfene Licht durch die Röhre ins Zimmer zu leiten. Damit übrigens die Erleuchtung des Bildes, weil das von dem dadurch abgebildeten ſehr kleinen Object kommende Licht ſich über der Fläche deſſelben vertheilen muß, nicht zu ſchwach ausfalle, wird an dem Ende der Röhre, wo von auſſen das Licht hinein fallen ſoll, ein Collectivglas eingeſetzt, um das Object noch ſtärker zu erleuchten, als es das Sonnenlicht für ſich ſchon erleuchten würde.

430. §.

Vermuthlich hat ein zur Beluſtigung dienendes optiſches Werkzeug, welches als eine Erfindung von Kirchern unter dem Nahmen der Zauberlaterne bekannt iſt, Herrn Lieberkühn zur Erfindung des

Sonnenmicroſcops Anlaß gegeben. Eine Laterne, die im dunklen Zimmer hiezu dienen ſoll, muß man von allen Seiten verſchlieſſen können, damit eine darin brennende Lichtflamme nicht anders als durch eine damit verbundene Röhre durchſcheine. In der Röhre iſt eine Glaslinſe eingeſetzt, und die Einrichtung übrigens ſo, daß man ein auf Glas gemahltes durchſichtiges Bild an einer Stelle hinein ſchieben kann, wo es ſich zwiſchen der Lichtflamme und der Glaslinſe befindet, welche von dem auf dem Glaſe befindlichen Gemählde ein vergröſſertes Bild auf eine um die hintere Vereinigungsweite davon entfernte weiſſe Fläche wirft. Die Röhre wird um deßwillen aus zweenen in einander hinein geſchobenen Stücken zuſammen geſetzet, damit man die Entfernung der Glaslinſe vom Gemählde und hiemit zugleich die Entfernung des Bildes von der Glaslinſe ändern könne. Statt einer Linſe allein dienen auch zwey hinter einander geſtellte, welches man noch beſſer befunden hat. Die Entfernung des Gemähldes von der erſten Linſe kann alsdenn kleiner als ihre Brennweite ſeyn, da dann ſelbige die vom Gemählde her darauf fallenden Strahlen in eine ſolche Lage bringt, als kämen ſie von einem weiter entfernten Gegenſtande her. In dieſer Lage fängt ſie die zweyte Linſe auf, und bringt alsdenn ein wirkliches Bild des Gemähldes zuwege. Um das Gemählde mehr zu erleuchten, dient ein Hohlſpiegel, wenn die Lichtflamme zwiſchen demſelben und dem Gemählde ihre Stelle erhält, der Spiegel aber von ihr um ſeine Brennweite entfernt und ſo geſtellet wird, daß ſeine Axe mit der Axe der Gläſer zuſammen fällt. Auch kann dazu ein Er-

leuchtungsglas dienen, wenn es ſich zwiſchen der Licht-flamme und dem Gemählde befindet.

431. §.

Das Sonnenlicht, was vermittelſt des auswärts angebrachten Spiegels auf die Objecte im Sonnen-microſcop geleitet wird, kann ſie nur an der Seite erleuchten, die von der microſcopiſchen Linſe abgewandt iſt: deßwegen kann das Bild nur alsdenn ſeine rechte Deutlichkeit haben, wenn das Object, wie die auf Glas gemahlten Zeichnungen in der Zauberlaterne, durchſichtig iſt. Hr. Lieberkühn gab um deßwillen ſeinem Sonnenmicroſcop auch noch eine zur Betrachtung undurchſichtiger Gegenſtände dienliche Einrichtung, und H. Aepinus, jetziger Staatsrath beym Hofe des Großfürſten in Petersburg, erzählt in den Novis Comment. Petropolit. T. IX. pag. 326, daß er eine Probe davon mit groſſem Vergnügen beym Herrn Lieberkühn ſelbſt geſehen habe. Der Erfinder ward durch den Tod verhindert, ſeine Anordnung bekannt zu machen, H. Aepinus aber erinnerte ſich derſelben nicht mehr, als er a. a. O. die Nachricht davon bekannt machte, und ward dadurch bewogen, ſelbſt der Sache nachzudenken. Er zeigt, wie man in der Röhre, an der Seite, die ſich im Zimmer befindet, unterhalb der microſcopiſchen Linſe einen kleinen ebenen Spiegel anbringen könne, der das von auſſen in die Röhre hineingeleitete Sonnenlicht wieder zurück, und auf die der Linſe und dem innern des Zimmers zugekehrte Seite des Objects werfe.

432. §.

Auch beym Gebrauch der übrigen Microſcope würde oft die Unbequemlichkeit eintreten, daß das Object nicht hell genug erſcheinen könnte, wenn der dem Auge zugekehrten Seite die nöthige Erleuchtung fehlt: darum muß man mit der übrigen Anordnung ebenfalls einen Erleuchtungsſpiegel, oder ein Erleuchtungsglas verbinden. Ueberhaupt hängt die völlige Anordnung ſowohl eines einfachen, als auch eines zuſammengeſetzten Microſcops zum bequemen Gebrauch von der Geſchicklichkeit des Künſtlers ab, der die ganze Geräthſchaft verfertiget. Vom einfachen Microſcop, wie es nach **Wilſons** Art zum Gebrauch eingerichtet wird, hat man eine in engliſcher Sprache beſonders gedruckte Beſchreibung unter dem Titel: The Deſcription and Manner of Uſing Mr. *Wilſons* Sett of *Pocket-Microſcopes*, lately publiſh'd in the Philoſophical Transactions No. 281, and mention'd in No. 284, 285, etc. London. 1706. Bey durchſichtigen Gegenſtänden dient eine kurze Röhre, worin eine andre vermittelſt einer Schraube gelinde beweglich iſt. An der einen Seite iſt die microſcopiſche Linſe in der Mitte eingeſetzt, zwiſchen ihr und der andern beweglichen Röhre kann man kleine Schieber, welche die Objecte zwiſchen dünnen Scheibchen von Frauenglaſe tragen, hineinbringen, vermittelſt der Schraube aber und einer kleinen auf der andern Seite des Schiebers dagegen drückenden Stahlfeder die dem Auge des Beobachters angemeſſene Entfernung des Objects von der Linſe zuwege bringen. Kleine undurchſichtige Gegenſtände werden von einer zarten Zange oder

Spitze

Spitze getragen, und vermittelſt eines metallenen Hohlſpiegels erleuchtet, in deſſen Mitte eine kleine Oefnung für die daſelbſt eingeſetzte microſcopiſche Linſe befindlich iſt. Gewöhnlich wird dieſe letztere Zurichtung als eine vom Herrn Lieberkühn herrührende Verbeſſerung angeſehen; ich finde aber die ganze Sache ſchon in des Herrn Johann George Leutmanns Prof. Publ. zu Petersburg Neuen Anmerkungen vom Glasſchleifen ꝛc. vierte Aufl. Wittenb. 1728, im VII. Cap. 42. u. f. S. Mehrere Nachrichten auch von der Zurichtung zuſammengeſetzter Microſcope zum bequemen Gebrauch, ſo wie ſie die jetzigen berühmteſten Künſtler verfertigen, muß man aus beſondern dahin gehörigen vornemlich den von den Künſtlern ſelbſt bekannt gemachten Beſchreibungen ſammlen. Eine kurze Nachricht hat H. D. Peliſſon im 1. Stück der Beſchäftigungen der Berliniſchen Geſellſchaft naturforſchender Freunde, S. 352. mitgetheilt. Unter andern werden eben daſelbſt die Branderſchen Microſcope gerühmt, welche H. Brander ſelbſt in einer eigenen kleinen Schrift beſchrieben hat, unter dem Titel: Beſchreibung zweyer zuſammengeſetzten Microſcope, herausgegeben von Georg Friedrich Brander ꝛc. Augsburg 1769.

Zuſatz

Zuſatz

zur Lehre von den Logarithmen im XIII. Abſchn. des 1. Bandes.

Die Lehre von Schwächung des Lichts in durchſichtigen Maſſen im XI. Abſchn. dieſes 3ten Bandes hat es veranlaſſet, daß des natürlichen Logarithmen-Syſtems Erwehnung geſchehen iſt: um deßwillen ſetze ich nur einige Sätze zur nähern Erläuterung her, weil im 1ſten Bande die Lehren von den natürlichen Logarithmen, der daſelbſt nothwendig geweſenen Kürze halber, haben wegbleiben müſſen.

1.) In einem Syſtem, deſſen baſis das Verhältniß 100 : 1 wäre, würden die mit einerley Zahlen zuſammen gehörigen Logarithmen nur halb ſo groß ſeyn, als im Briggiſchen Syſtem, wovon 10 : 1 das Grundverhältniß iſt. Ueberhaupt verhält ſich der Briggiſche Logarithme einer Zahl zum Logarithmen eben der Zahl in einem andern Syſtem in umgekehrter Ordnung, wie das Grundverhältniß dieſes Syſtems zum Grundverhältniſſe des Briggiſchen.

2.) Es ſey die baſis des gleich näher zu beſchreibenden Syſtems der natürlichen Logarithmen $= e$, die baſis des Briggiſchen Syſtems $= b$, und N eine gegebene Zahl: ſo iſt

log.

l. nat. N : l. Brigg. N = $(b:1):(e:1)$ (verm. n. 1.) und $(b:1):(e:1)$ = log. $(b:1)$: log. $(e:1)$, wenn man in den beyden letzten Gliedern Logarithmen verſteht, die zu einerley Syſtem gehören, es mag übrigens das Briggiſche, das natürliche, oder jedes andre Syſtem ſeyn. Demnach iſt auch

log. nat. N : log. Brigg. N = log. b : log. e,

und man kann in dem letzten Verhältniß Briggiſche Logarithmen verſtehen; alsdenn iſt log. Brigg. $b = 1$, und man erhält

log. nat. N : log. Brigg. N = 1 : log. Brigg. e.

Aus dieſer Proportion kann e vermittelſt der Briggiſchen Logarithmen gefunden werden, wenn für irgend eine Zahl N der natürliche Logarithme gegeben iſt.

3.) Ein Verhältniß wird deſto kleiner, je kleiner das vorhergehende Glied in Vergleichung mit dem nachfolgenden wird: alſo wird auch der Logarithme deſto kleiner. Das Verhältniß $a + x : a = 1 + \frac{x}{a} : 1$ iſt deſto kleiner, je kleiner x in Vergleichung mit a iſt, und man hat (vermöge n. 2.) allemahl log. nat. $\left(1 + \frac{x}{a}\right)$: log. Brigg. $\left(1 + \frac{x}{a}\right)$

= 1 : log. Brigg. e,

wenn man N $= 1 + \frac{x}{a}$ ſetzt, wie klein auch x angenommen wird.

4.) Die höhere Mathematik lehrt, daß log. nat. $\left(1 + \frac{x}{a}\right)$ deſto näher $= \frac{x}{a}$ ſey, je kleiner der

Bruch $\frac{x}{a}$ angenommen wird. Um alſo nur eine Probe zu haben, wie die Rechnung geführt werden müſſe, ſetze man $\frac{x}{a} = 0,0000001$, ſo findet man vermittelſt vollſtändiger Logarithmentafeln

$$\text{l. Brigg.}\left(1+\frac{x}{a}\right) = 0,0000000434294481 9 \ldots$$

$$\text{log. nat.}\,\frac{x}{a} = \frac{x}{a} = 0,0000001,$$

alſo log. Brigg. $e = 0,4342944819 \ldots$

und die dazu gehörige Zahl

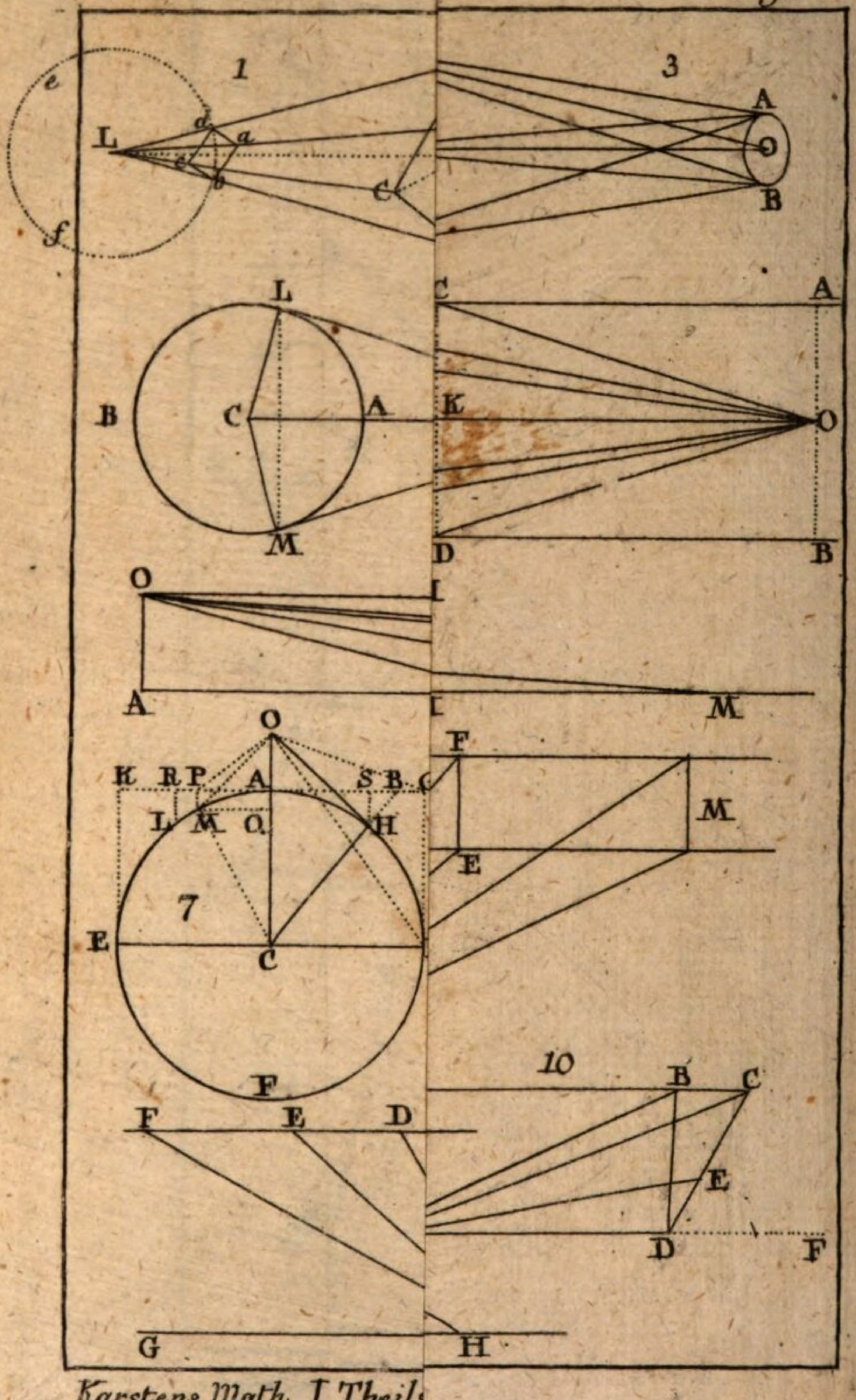
$$e = 2,718281828459 \ldots$$

*** *** ***

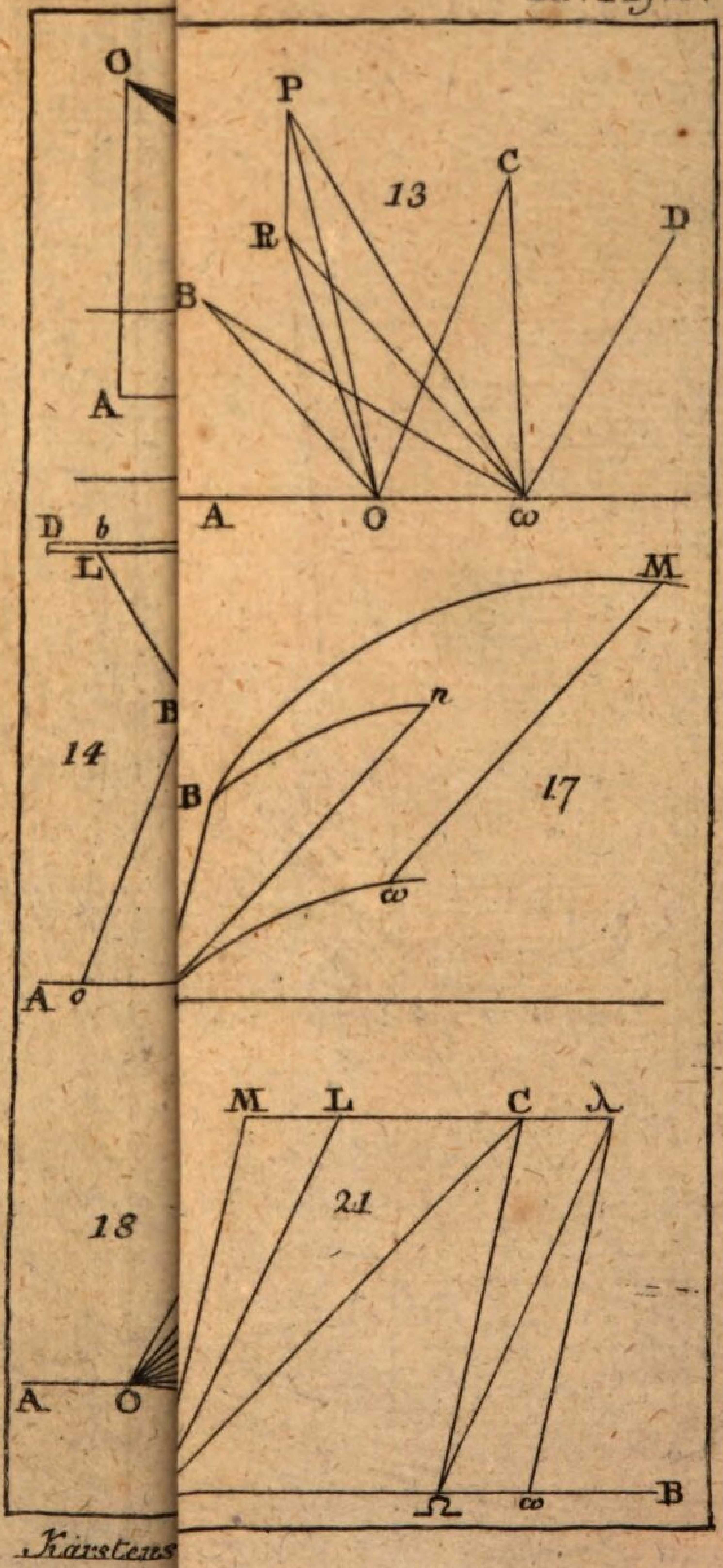
Bey dieſer Gelegenheit will ich noch ein Paar den 1ſten Band betreffende Anmerkungen beyfügen.

In der Vorrede oben auf der XIX Seite iſt aus dem 66. §. der mit n. 1. daſelbſt bezeichnete Satz abgeſchrieben, es iſt aber der gleich darauf folgende mit n. 2. bezeichnete Satz gemeint, wie man aus der Vergleichung ſogleich abnehmen kann.

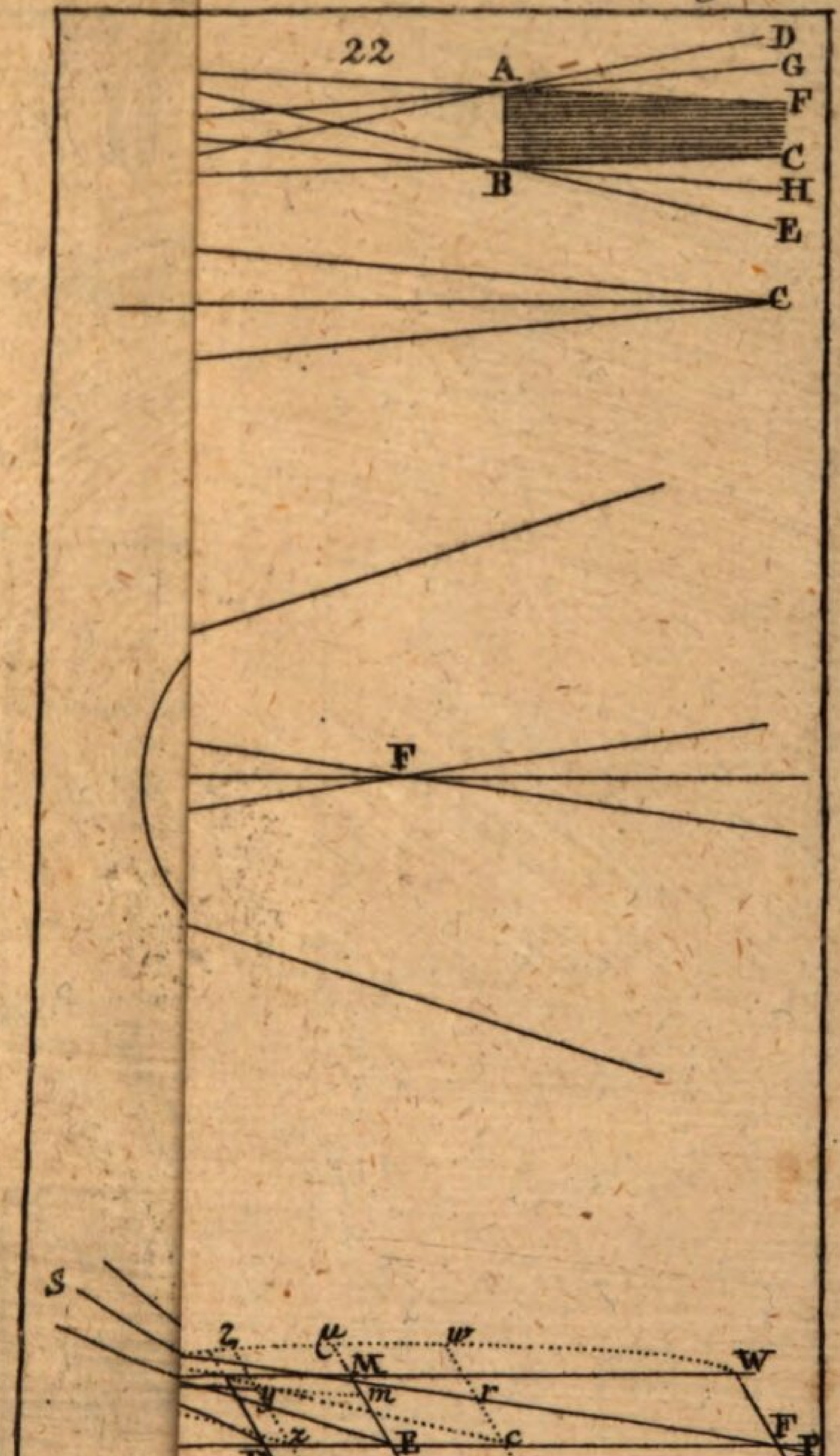
Unter den am Ende des Buchs angemerkten Druckfehlern und Verbeſſerungen iſt eine angezeigt, welche auf der 107 S. 8 u. f. Z. gemacht werden ſollte: allein dieſe angebliche Verbeſſerung fällt weg, die Zahlen 39 und 51 ſind keine abſolute Primzahlen, ſondern ſie gehen mit 3 auf.


1
3
e
d
a
L
c
b
C
f
A
O
B
L
C
A
B
C
A
K
O
M
D
B
O
I
A
I
M
O
F
K
R
P
A
S
B
C
L
M
O
H
M
E
7
E
C
F
10
B
C
F
E
D
E
D
F
G
H

II. Tafel.

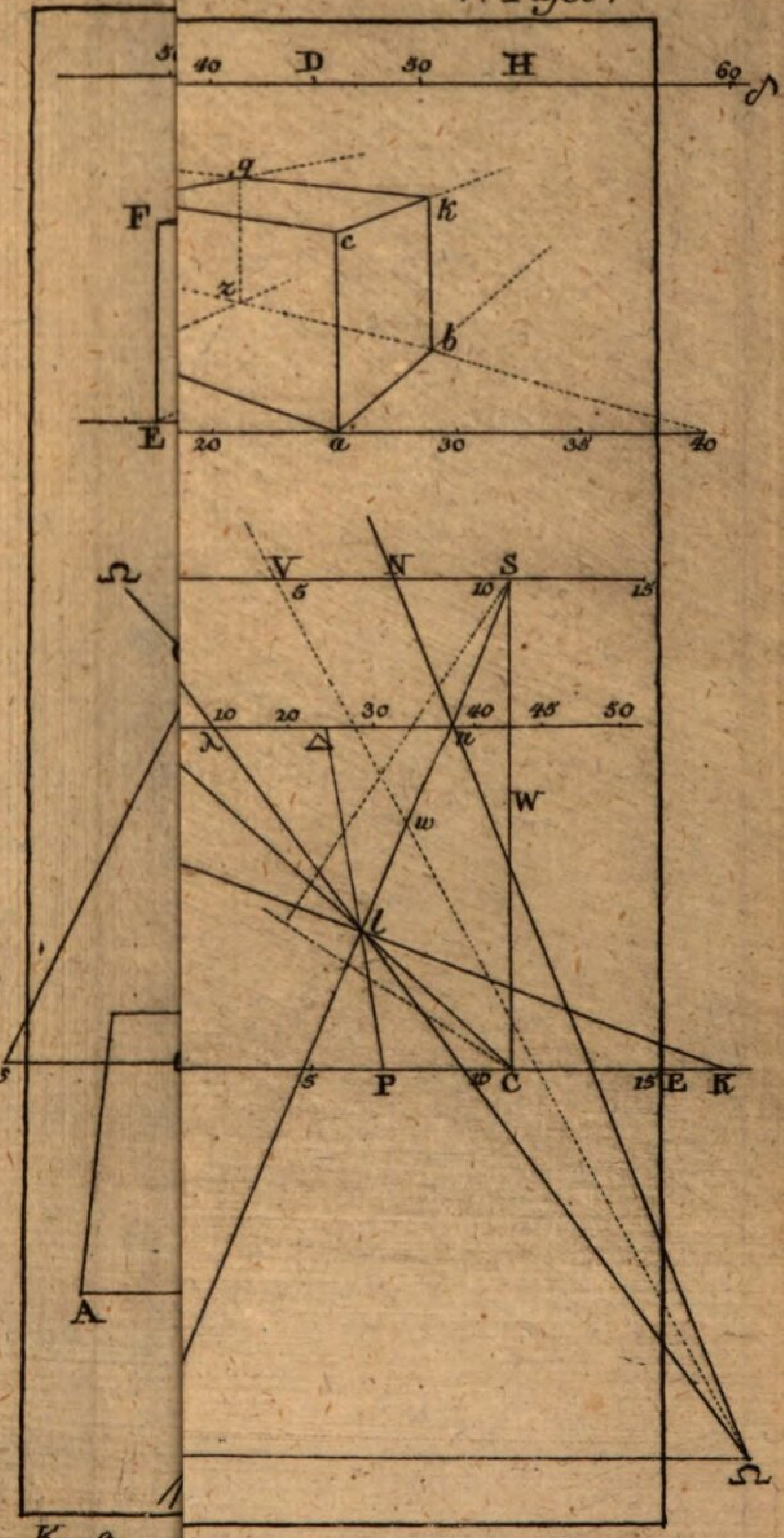


Kärstens

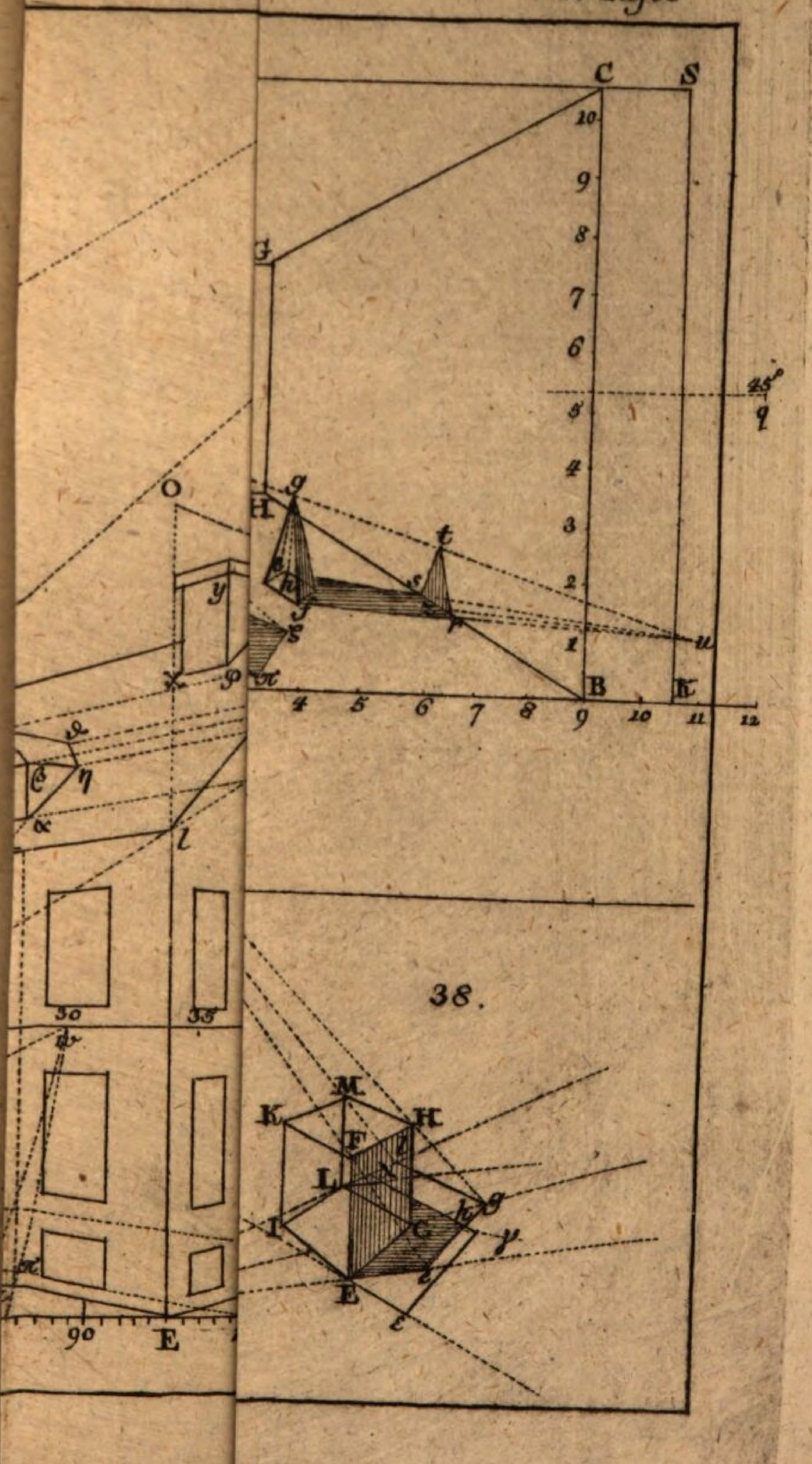


Karsten

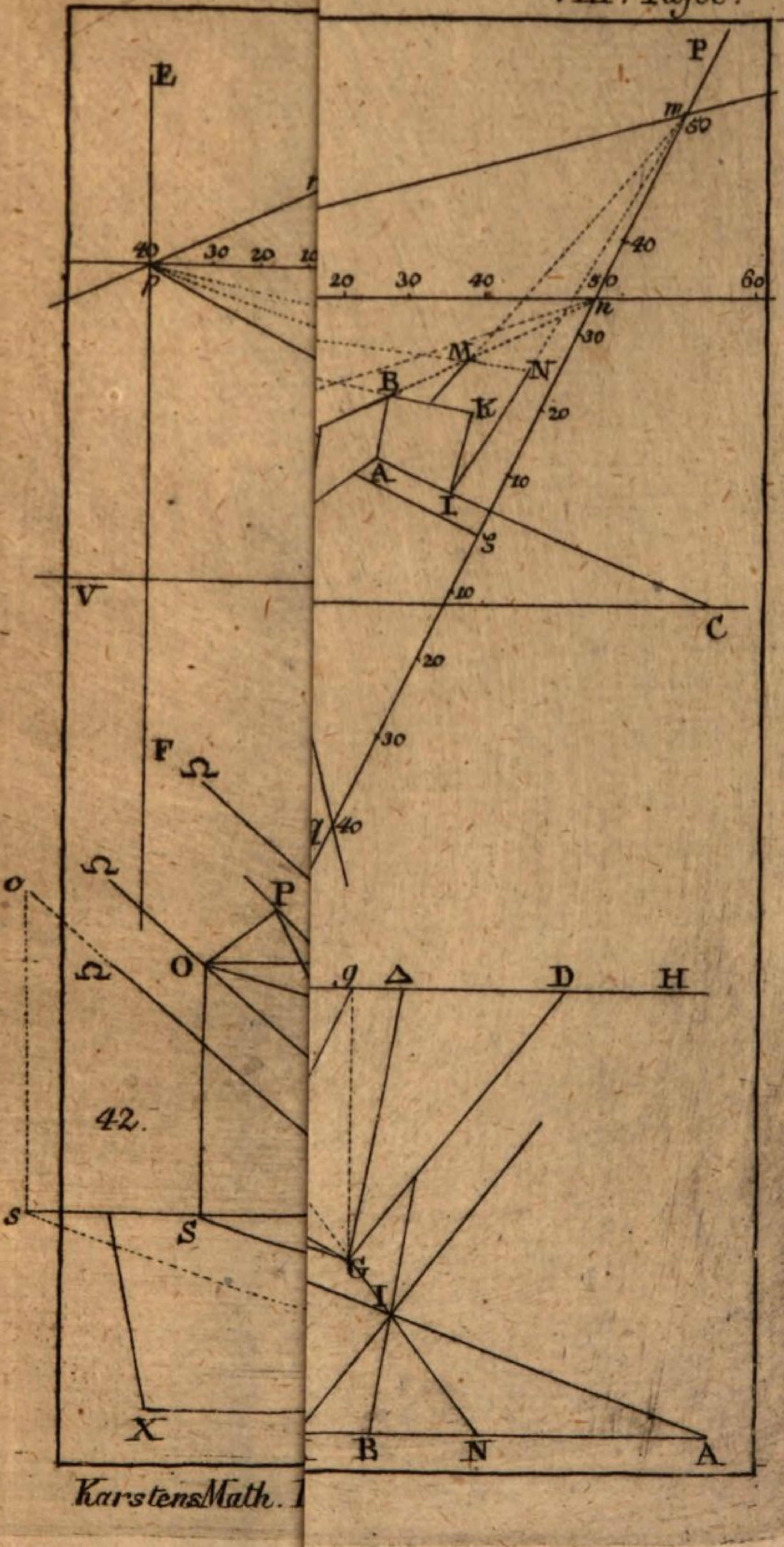
V. Tafel.



Karſtens

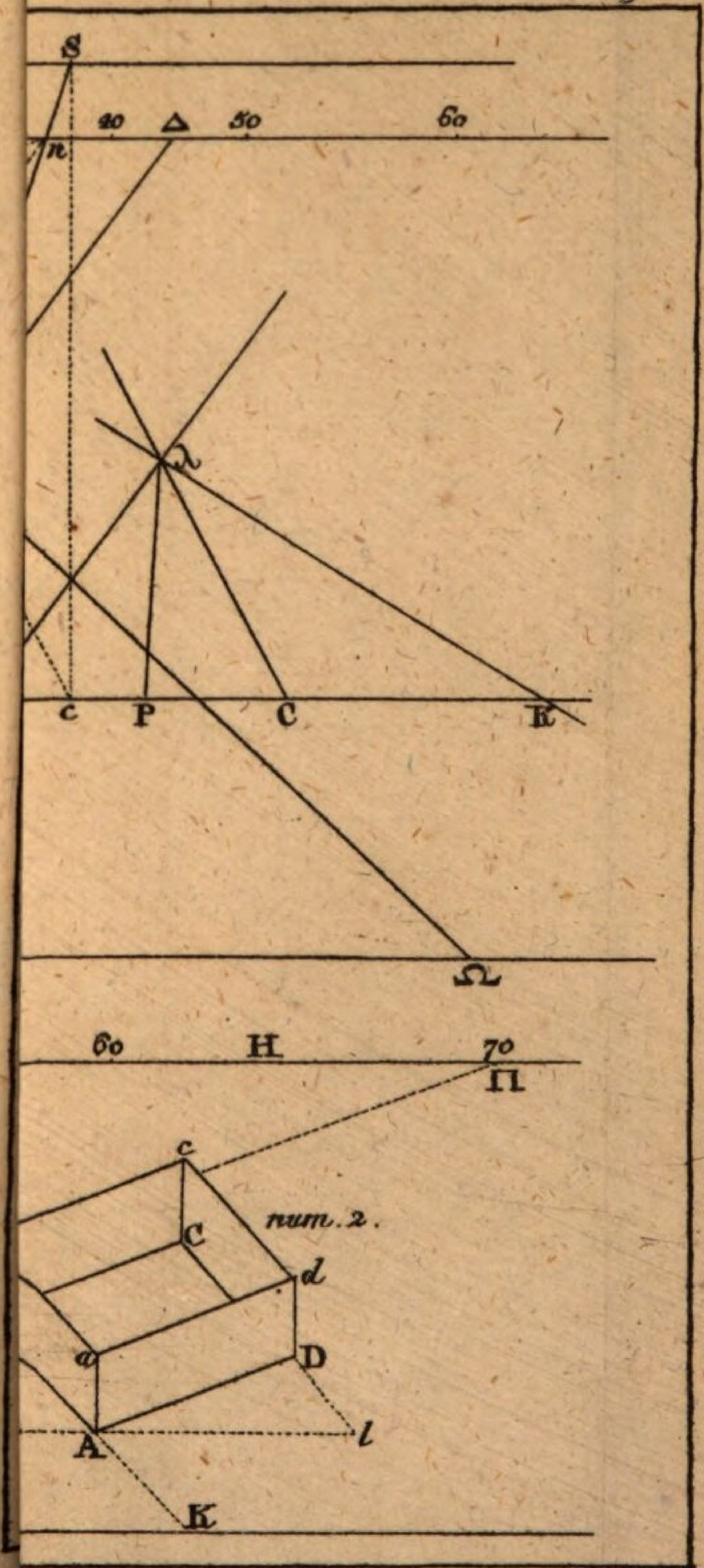


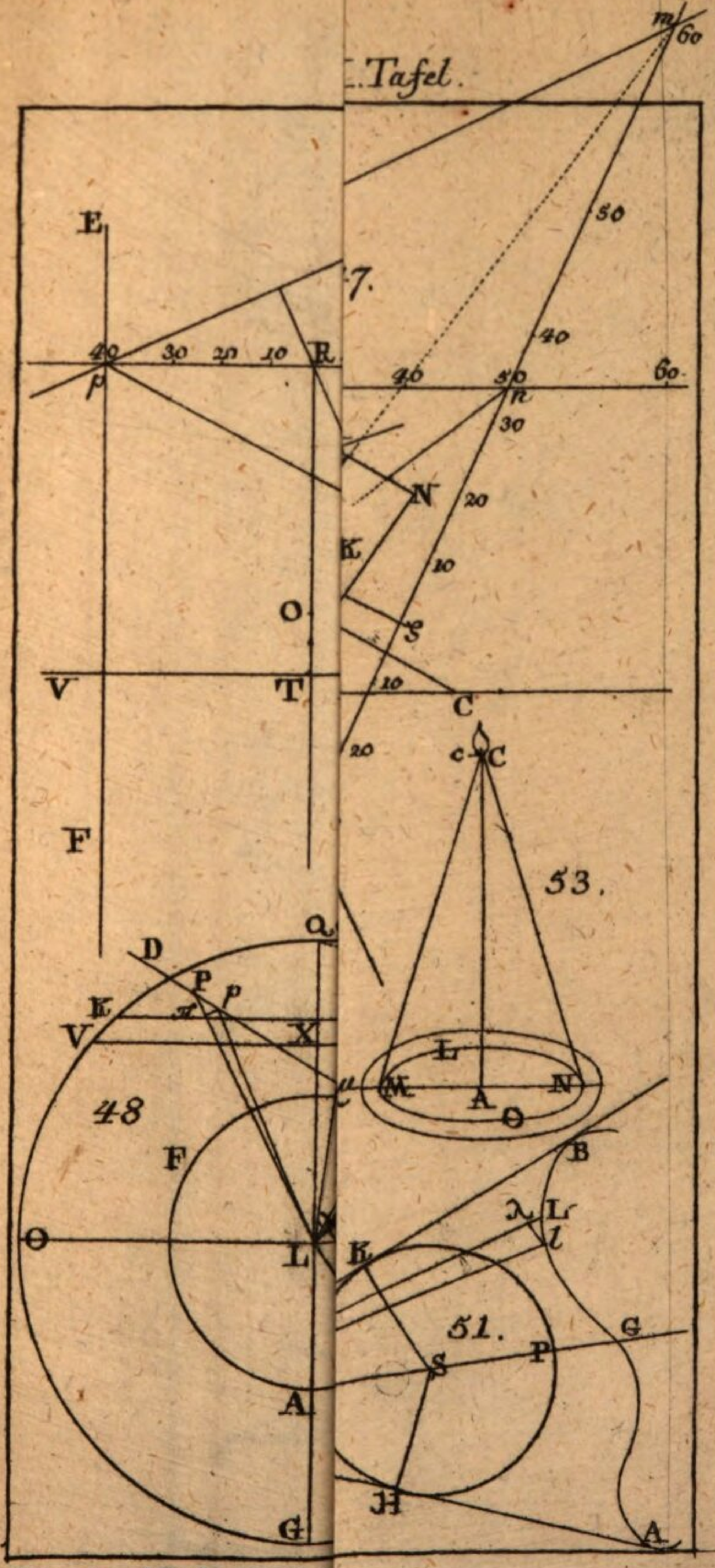
38.


E
P
m
60
r
40
30
20
10
20
30
40
50
60
p
n
M
N
B
K
A
L
S
V
C
F
Ω
q
Ω
o
P
O
Ω
g
Δ
D
H
s
S
G
I
X
B
N
A

42.

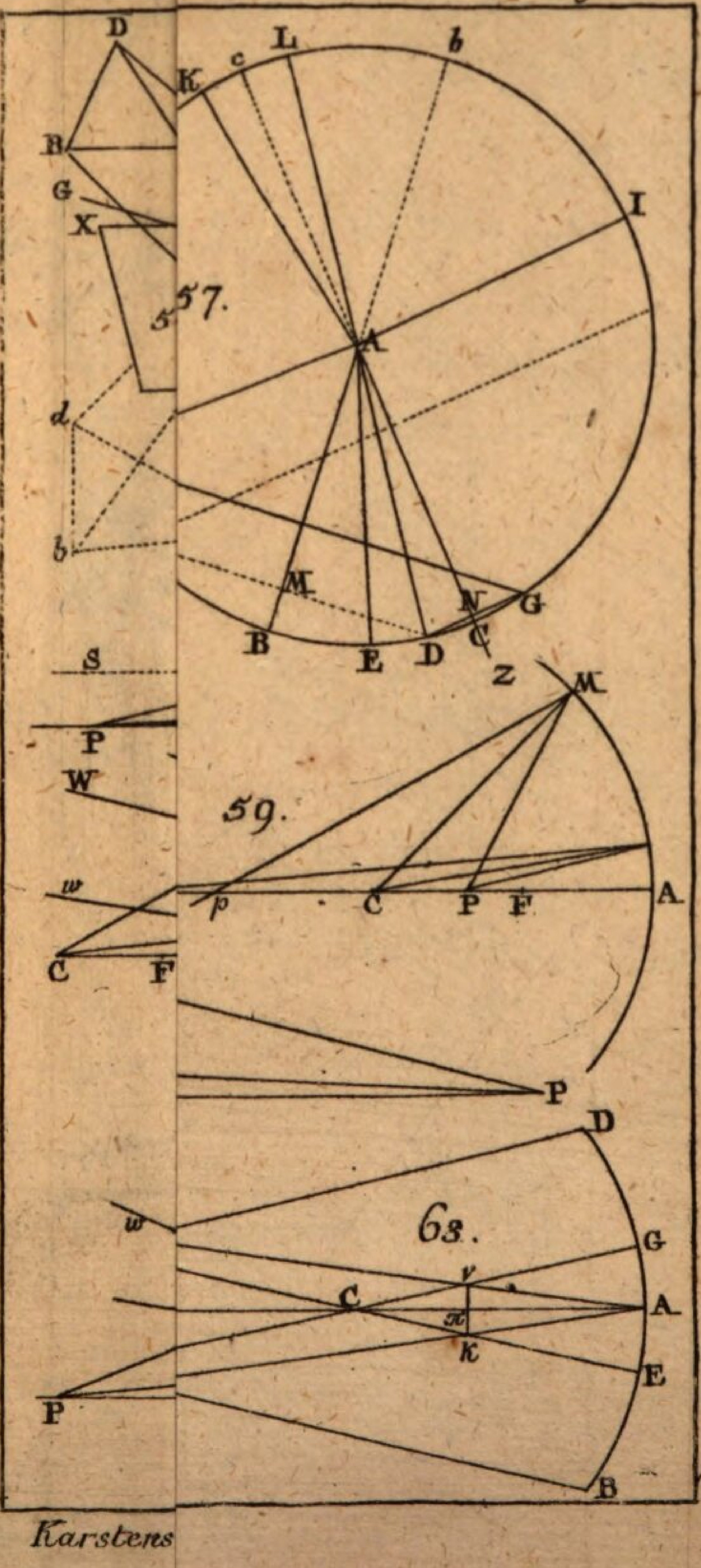
IX. Tafel.





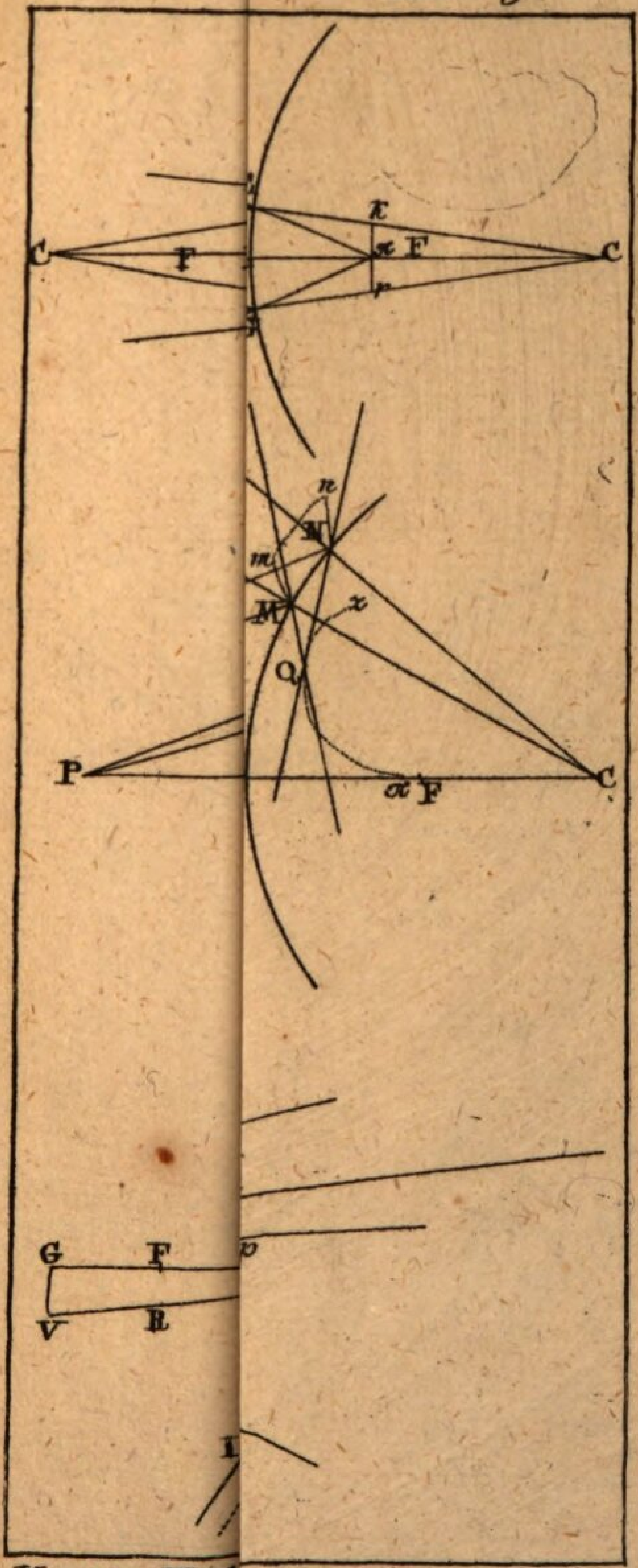
7.
53.
48
51.

XI. Tafel.

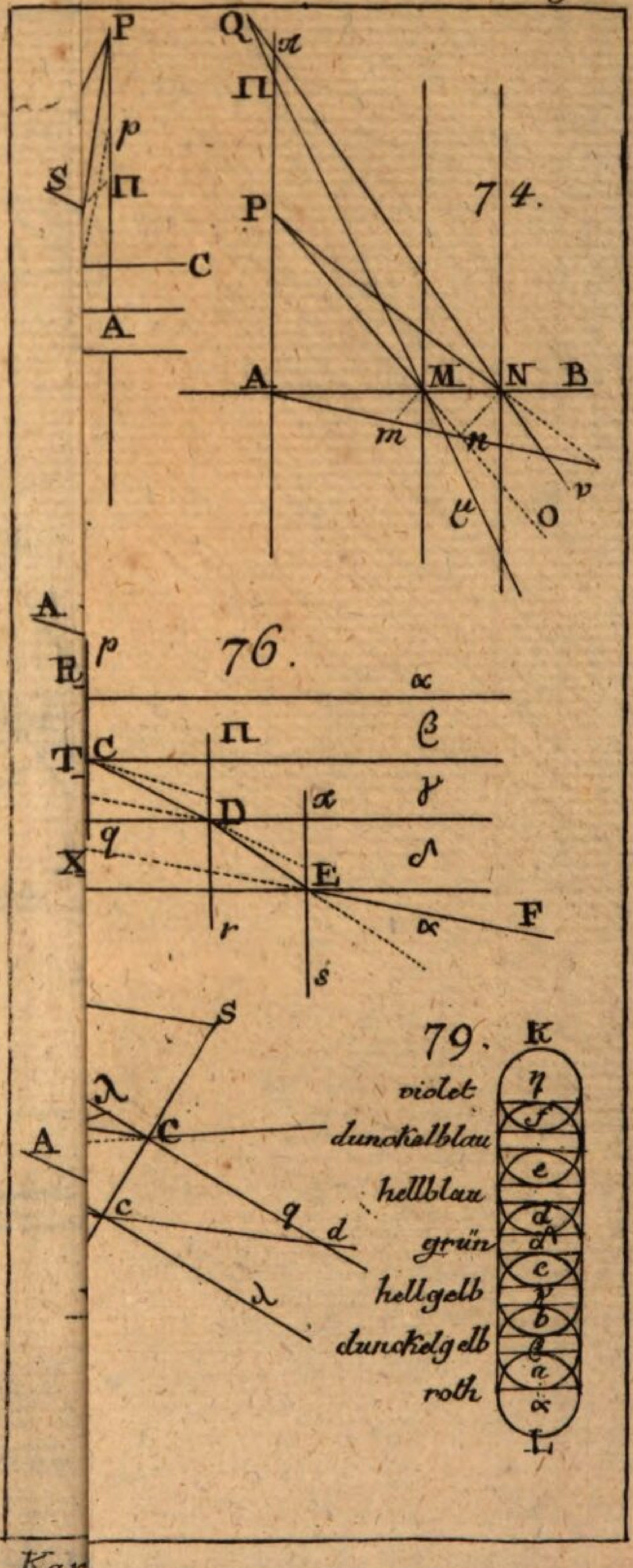


Karstens

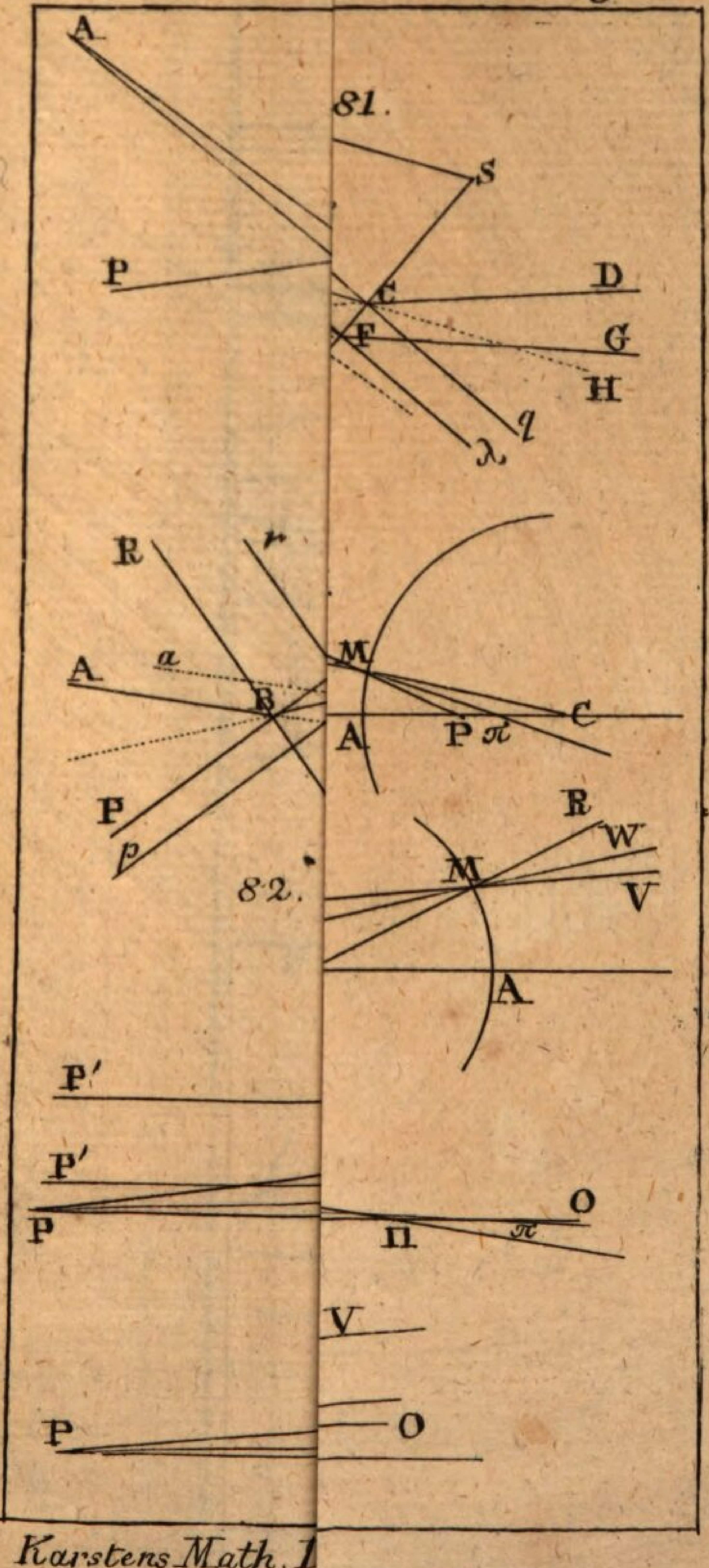
XII. Tafel.

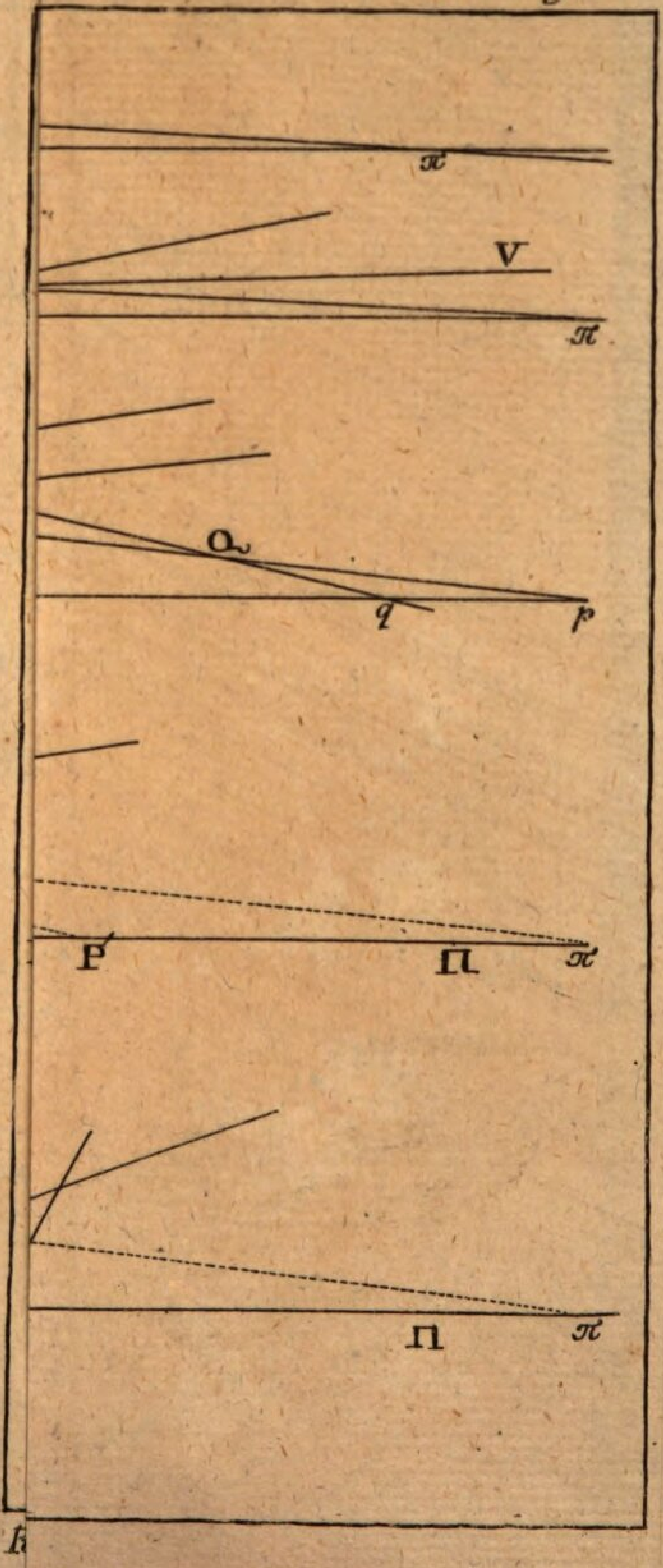


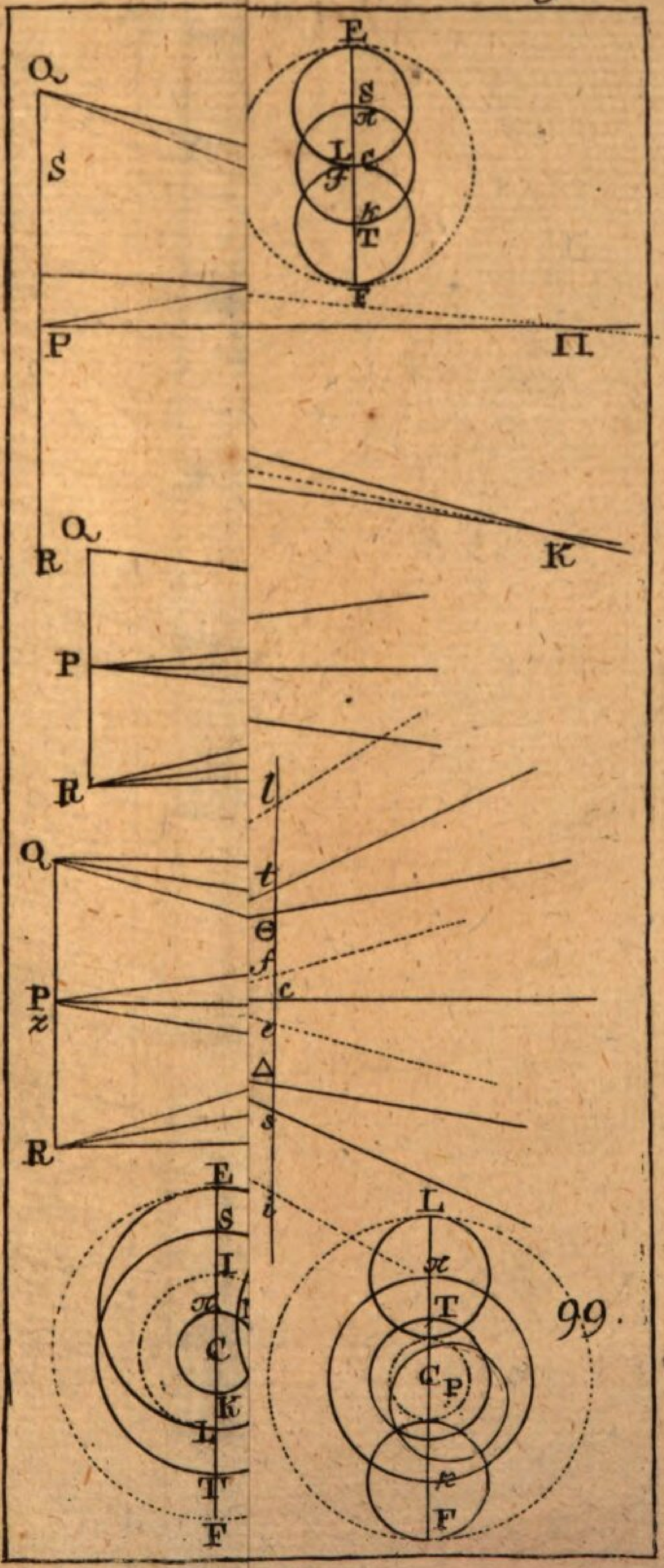
Karstens Math

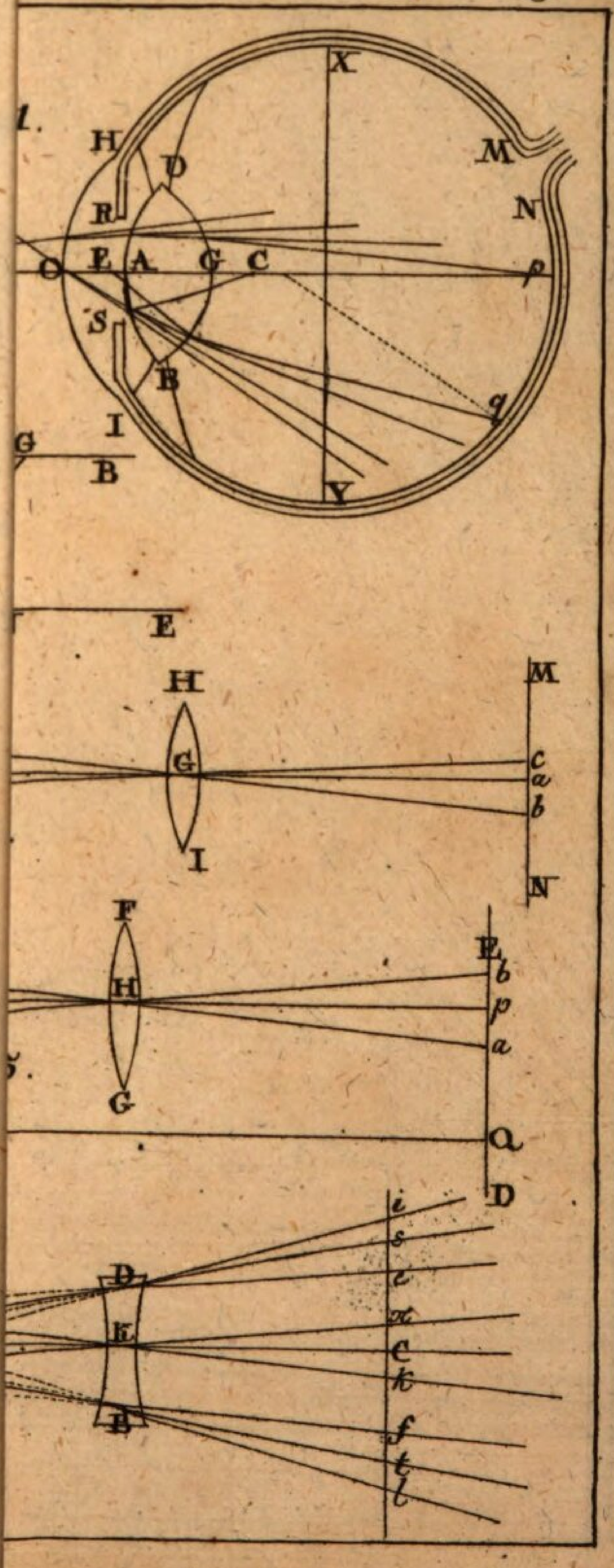

74.
76.
79.
violet
dunckelblau
hellblau
grün
hellgelb
dunckelgelb
roth

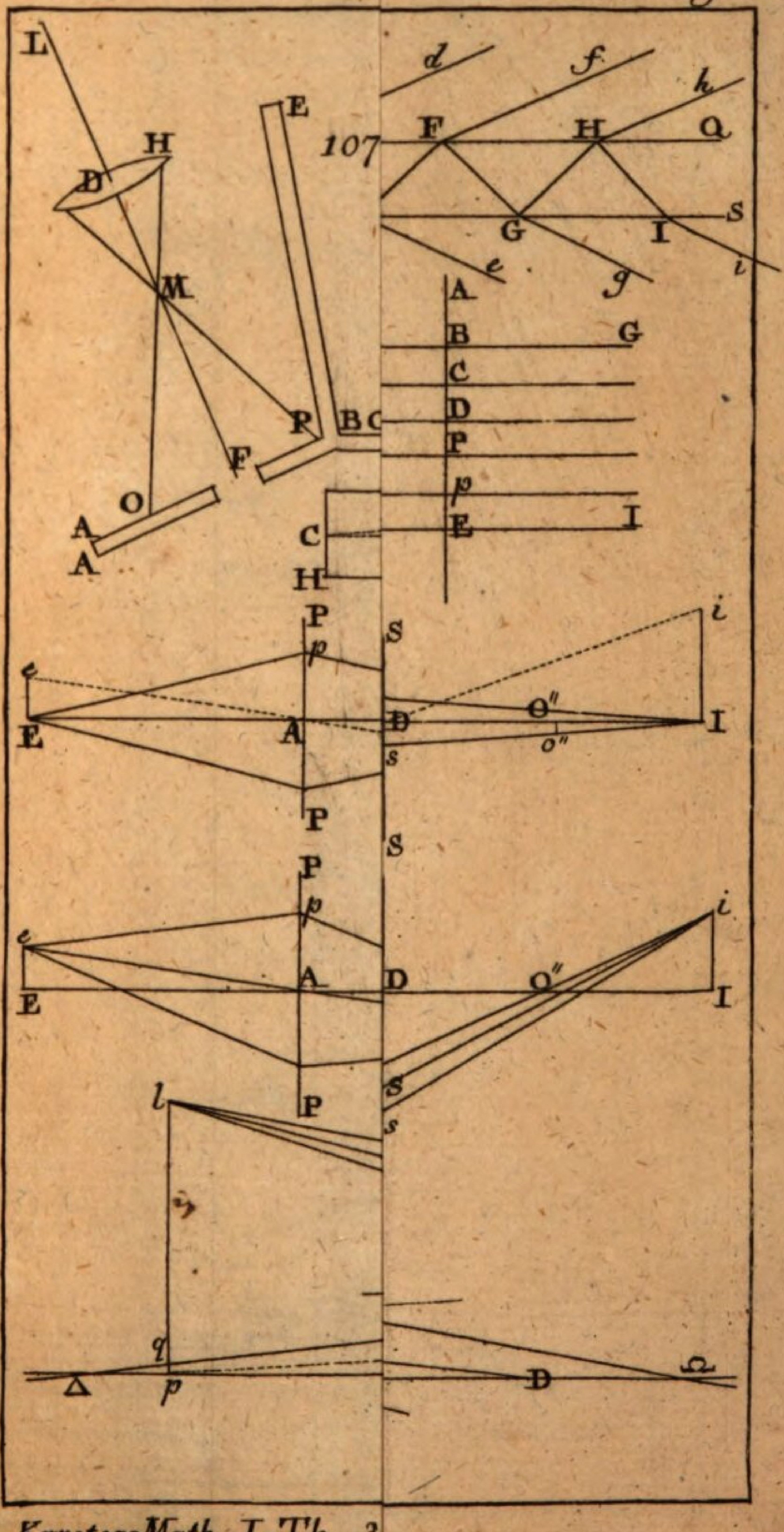
Kar


81.
A
S
P
D
C
F
G
H
q
λ
R
r
M
a
A
B
C
A
P π
P
p
82.
R
W
M
V
A
P′
P′
O
P
Π
π
V
O
P

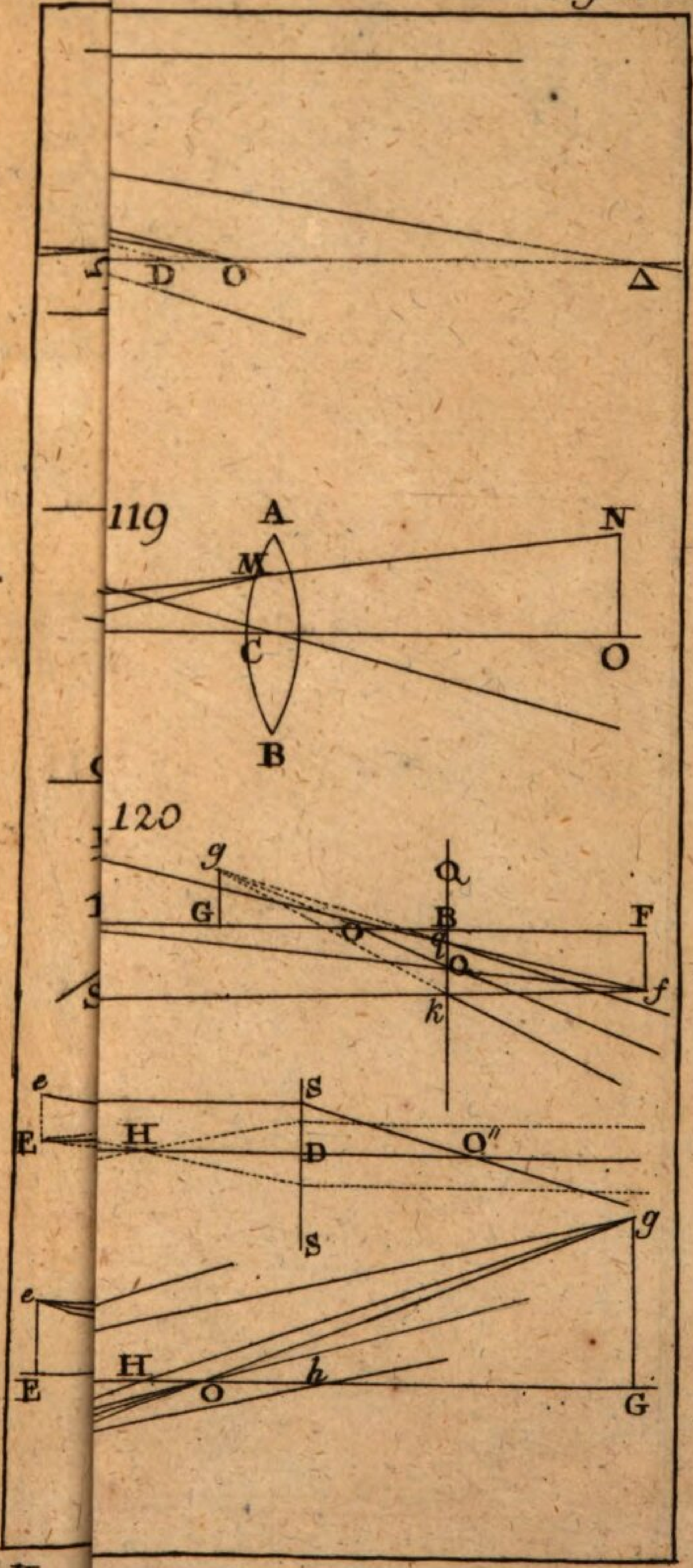

π
V
π
o
q
p
P
Π
π
Π
π


E
S
L
T
F
Q
P
Π
R
K
l
t
Θ
f
c
Δ
s
i
I
C
99.

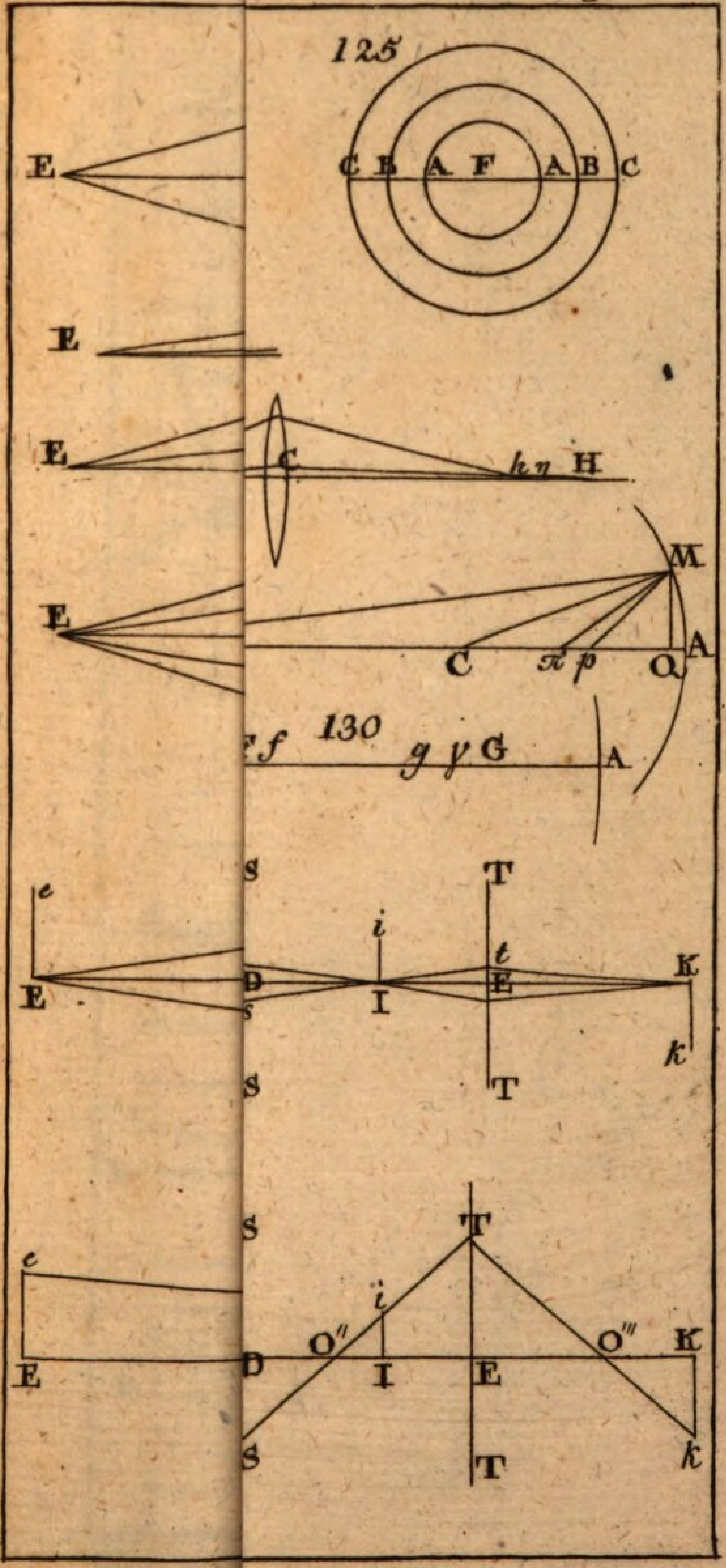

X
H
D
M
N
R
O
E
A
G
C
p
S
B
q
I
G
B
Y
E
H
M
G
c
a
b
I
N
F
E
b
H
p
a
G
Q
D
i
s
e
D
x
E
C
k
B
f
t
l

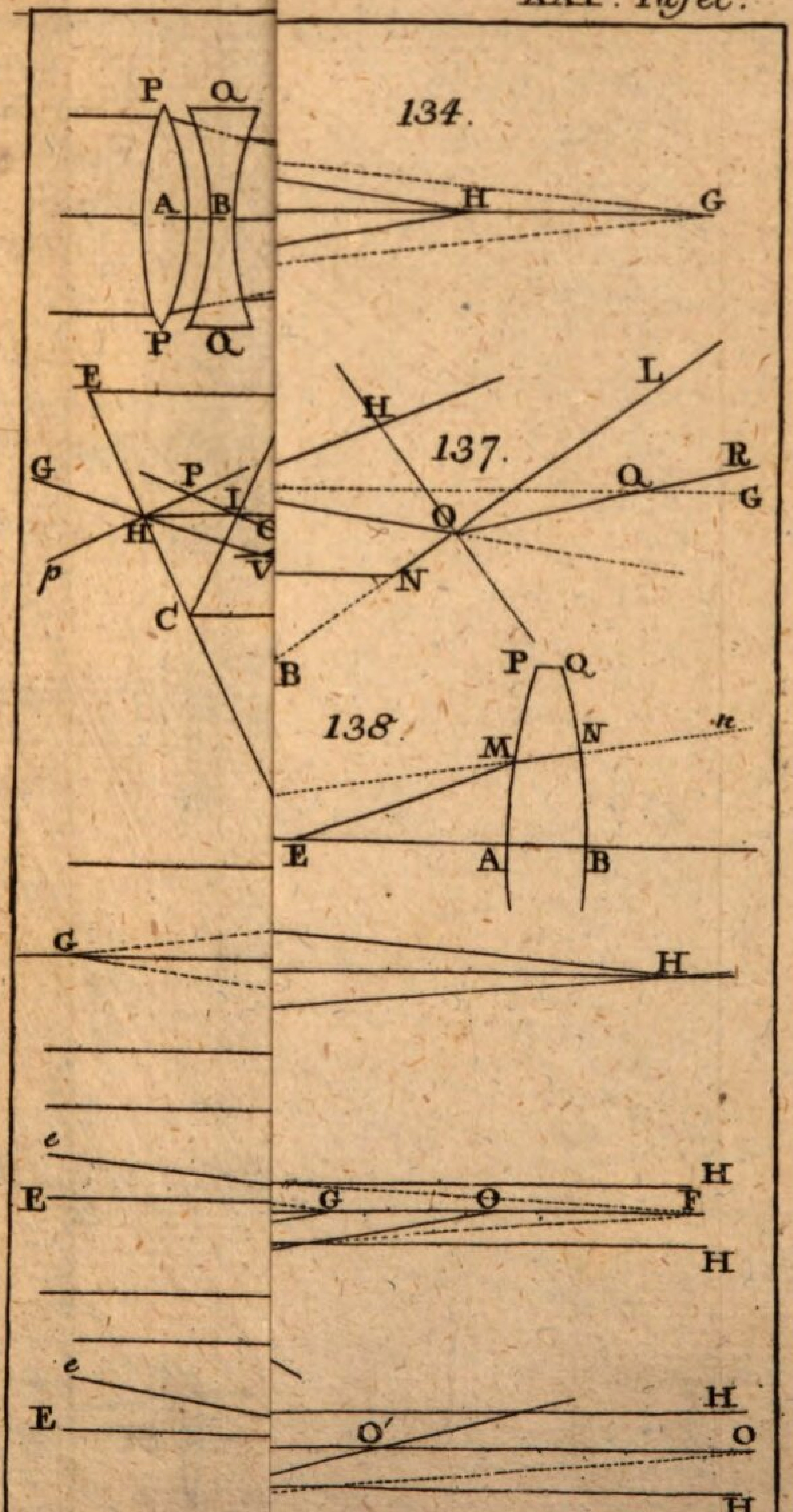

L
H
D
M
O
A
A
E
R
F
B C
107
d
f
h
F
H
Q
S
G
I
e
g
i
A
B
G
C
D
P
p
E
I
C
H
P
p
S
i
e
E
A
D
O″
o″
I
s
P
S
P
p
e
E
A
D
O″
I
i
S
P
s
l
q
Δ
p
D
Ω

XIX. Tafel.

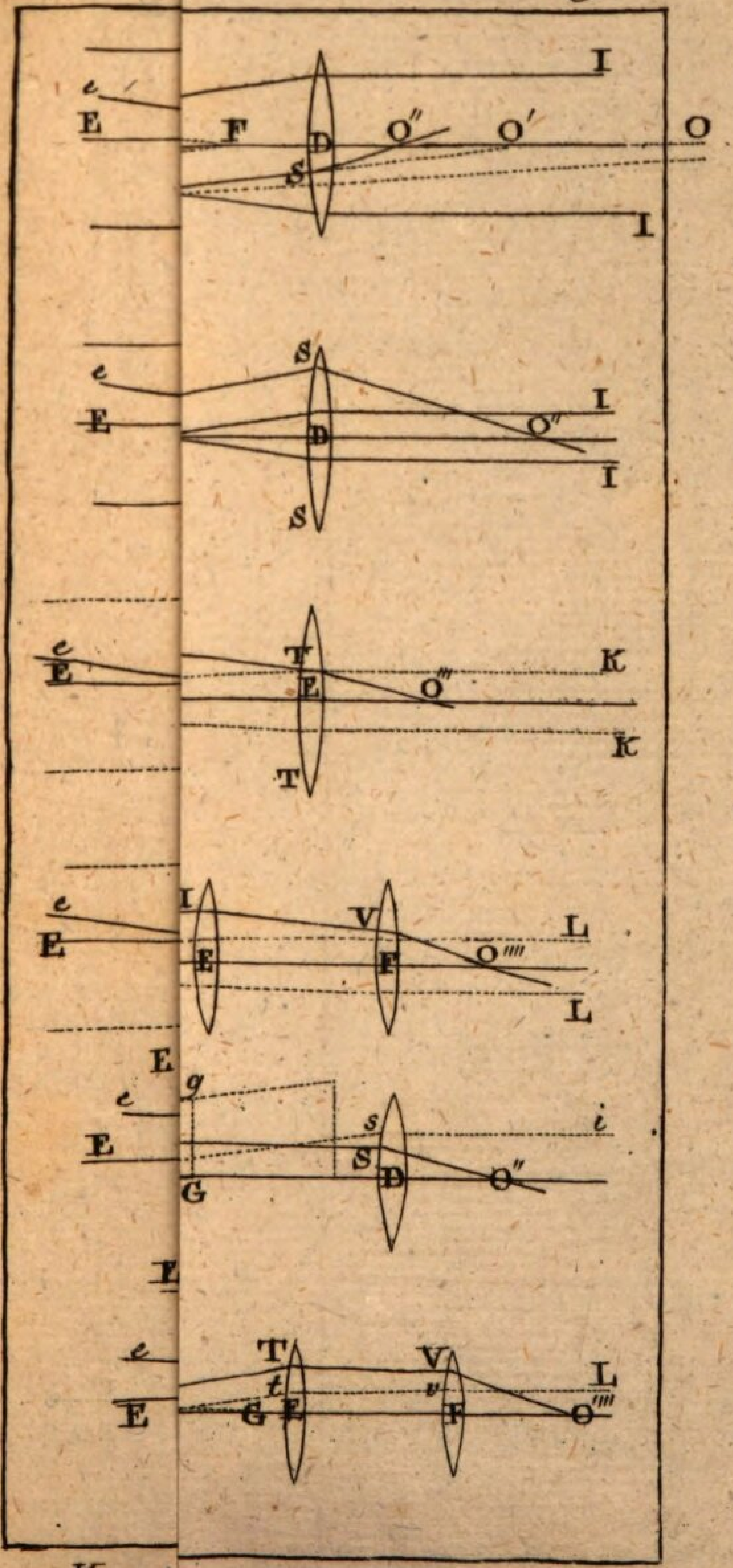


Kars

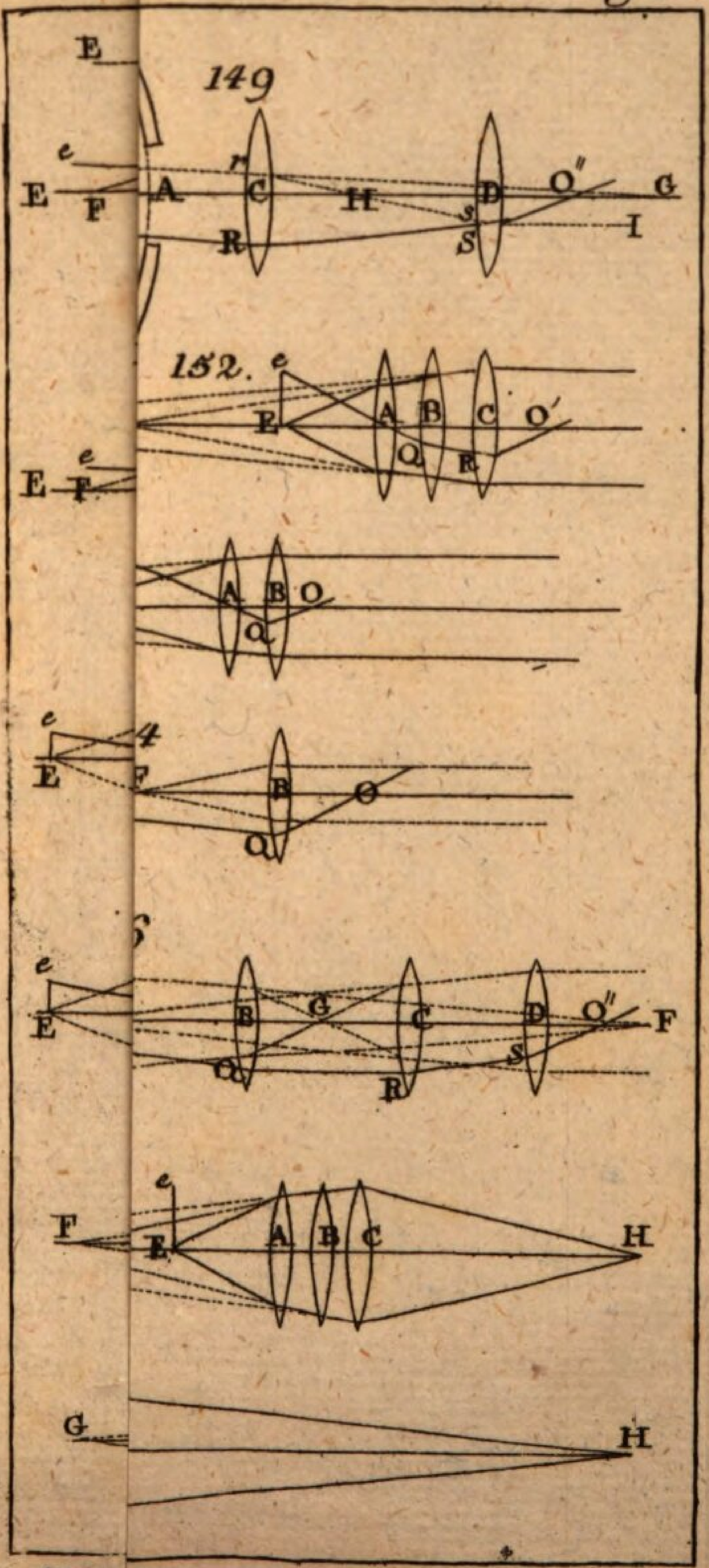

125
E
C B A F A B C
E
E
C
h η H
M
E
A
C
π p
Q
130
f
g γ G
A
S
T
e
i
t
K
E
D
I
E
s
k
S
T
S
T
e
i
O″
O‴
K
E
D
I
E
S
k
T


134.
137.
138.
P
Q
A
B
H
G
E
L
R
O
N
C
V
I
p
M
n
F
e
O'

XXII. Tafel.



Karst


149
E
e
E
F
A
r
C
H
R
D
s
S
O''
G
I
152.
e
A
B
C
O'
E
Q
R
e
E
F
A
B
O
Q
e
4
E
F
B
O
Q
6
e
E
B
G
C
D
O''
F
Q
R
S
e
F
E
A
B
C
H
G
H

Kars

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Karsten, Wenceslaus Johann Gustav, 1732-1787

Lehrbegriff der gesamten Mathematik

Bd.: 3. 2. Aufl. - 1780.

Greifswald 1780

Math.u. 86-3
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10594007-3
VD18 11999543-001